

К. В. Шишаков, кандидат физико-математических наук, доцент
Ижевский государственный технический университет

СОЗДАНИЕ УПРАВЛЯЮЩИХ МОМЕНТОВ С ПОМОЩЬЮ ЖИДКОСТНЫХ МАХОВИКОВ

Проводится анализ свойств жидкостных маховиков для создания управляющих моментов в инерциальном пространстве. Изучаются вопросы создания больших моментов при малых энергоресурсах.

Ключевые слова: жидкостный маховик, управляющие моменты, космический аппарат

1. Введение. Развитие малых космических аппаратов (МКА) для оптических информационных систем приводит к проработке различных механизмов их высокоточной стабилизации [1–3]. Одним из таких механизмов является реактивный жидкостной маховик (РЖМ) (рис. 1), сочетающий в себе функции твердотельного реактивного маховика и жидкостного демпфера. Перечислим преимущества использования РЖМ [3, 4]: 1) предельный кинетический момент повышается за счет приводимой во вращение жидкости без значительного увеличения момента инерции нагрузки на двигатель (зависящего в основном от момента инерции твердотельного корпуса; это позволяет применять маломощные двигатели); 2) воздействие РЖМ на МКА является продолжительным и зависит от времени вовлечения в движение всех слоев жидкости (при этом создаваемый кинетический момент слабее рассеивается в колебательную энергию упругих элементов конструкции); 3) дополнительное перераспределение кинетической энергии жидкости во всех направлениях и ее диссипация в микровихрях повышают порог «насыщения» кинетического момента РЖМ; 4) создается меньшая дискретность силового момента при дискретном управлении угловой скоростью двигателя (это позволяет достичь более высокой точности стабилизации МКА); 5) при выключенном питании РЖМ может являться дополнительным средством рассеяния колебательной энергии МКА. Однако, кроме перечисленных преимуществ, отметим появление дополнительного «запаздывающего» момента, зависящего от времени установления стационарного режима течения жидкости. Это может усложнить построение систем управления МКА.

Целью работы является анализ осесимметричных заполненных РЖМ для выбора их основных параметров при построении систем управления МКА.

2. Расчет момента, создаваемого полностью заполненными осесимметричными РЖМ. Полноту жидкостного заполнения РЖМ будем рассматривать как условия отсутствия «биений» распределенной массы жидкости и обеспечения постоянного контакта жидкости с корпусом.

Кинетический момент РЖМ складывается из кинетических моментов твердотельного корпуса («Т») и жидкостного наполнения («Ж»):

$$\vec{K}_M = \vec{K}_T + \vec{K}_J, \quad (1)$$

где

$$K_T = I_T \omega_T, \quad K_J = I_J (\omega_T + \omega_J), \quad I_J \omega_J \equiv \rho_J \int v_\psi R d^3 \vec{R}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} v_\psi = v \left[\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} - \frac{1}{R^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] v_\psi - R \dot{\omega}_T, \quad v_\psi|_\Gamma = 0, \quad (3)$$

I_T – момент инерции твердотельного корпуса; $\omega_T = \omega_{MC} + \omega_u$ – абсолютная угловая скорость вращения корпуса; ω_{MC} – проекция угловой скорости МКА (в индексах – малого спутника МС) на ось вращения маховика; ω_u – угловая скорость вращения корпуса относительно аппарата; $I_{ж}$ – эффективный момент инерции «замороженной» жидкости; $\rho_{ж}$ – плотность жидкости; v – кинематическая вязкость; (R, ψ, x) – цилиндрические координаты; Γ – граница канала; v_ψ – скорость движения жидкости относительно корпуса [5]; $\omega_{ж}$ – усредненная относительная угловая скорость жидкости.

Вводя угловую скорость $\Omega \equiv v_\psi / R$ вращения жидкости относительно оси корпуса, для каналов цилиндрического сечения (рис. 1) запишем (3) в безразмерных координатах:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Omega = \chi \left[\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} - \frac{\beta}{1-\beta\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \right] \Omega - \dot{\omega}_T, \quad (4)$$

где $\xi = x/h_0$; $\eta = (R_2 - R)/h_0 \in [0,1]$; $\beta \equiv h_0/R_2 < 1$; $\chi \equiv v/h_0^2$, $h_0 \equiv R_2 - R_1$; координата η отсчитывается от верхней грани канала по направлению к оси, ξ – относительно плоскости симметрии канала ($|\xi| < \xi_m \equiv b/2h_0$), $\Omega(t=0) = 0$.

Граничными условиями для (4) являются:

$$\Omega(\eta=0) = \Omega(\eta=1) = \Omega(\xi=\xi_m) = \frac{\partial \Omega}{\partial \xi}(\xi=0) = 0. \quad (5)$$

Средняя угловая скорость жидкости при этом вычисляется по формуле

$$\omega_{ж} = \frac{4\beta}{[1-(1-\beta)^4] \xi_m} \int_0^{\xi_m} \int_0^1 \Omega (1-\beta\eta)^3 d\eta d\xi. \quad (6)$$

Решать (4) наиболее просто с помощью конечно-разностного метода на пятиточечном плоскостном шаблоне с узлами $P \equiv \{i, j\}$, $E \equiv \{i-1, j\}$,

$W \equiv \{i+1, j\}$, $S \equiv \{i, j-1\}$, $N \equiv \{i, j+1\}$ и шагами дискретизации Δ_ξ , Δ_η :

$$\dot{\Omega}_P = \frac{\chi_P}{\Delta_\xi^2} [\Omega_E + \Omega_W + A_{SP} \Omega_S + A_{NP} \Omega_N - A_{PP} \Omega_P] - \dot{\omega}_T, \quad (7)$$

$$\text{где } A_{SP, NP} = (\Delta_\xi / \Delta_\eta)^2 [1 \pm \beta \Delta_\eta / 2(1-\beta\eta_P)], \quad A_{PP} = 2[1 + (\Delta_\xi / \Delta_\eta)^2], \quad (8)$$

причем выбор шага Δ_η должен гарантировать выполнение условия $A_{NP} > 0$.

Приведенная схема расчета соответствует ламинарным режимам течения жидкости, которые имеют место при относительно невысоких скоростях вращения маховиков (числа Рейнольдса не превышают $Re_d \approx 2 \cdot 10^3$ [5]). При создании высоких относительных скоростей течения жидкости с числами Рейнольдса, большими

$Re_T \approx 1,3 \cdot 10^4$, возникает турбулизация потока жидкости с соответствующим увеличением эффективной вязкости [5].

Учет возможной турбулизации потока проведем в соответствии с гипотезой «длины пути смещения» Прандтля [5]:

$$v = v_L + v_T, \quad v_T = 0,16 f l^2 \left| \partial v_\psi / \partial l \right|, \quad (9)$$

$$\text{где } f(Re) = \begin{cases} 0, Re \leq Re_L \\ (Re - Re_L) / (Re_T - Re_L), Re_L < Re < Re_T \\ 1, Re \geq Re_T; \end{cases}$$

l – расстояние до ближайшей стенки канала (по координатам R или x).

Для использования ее в модели (4) будем полагать:

$$\chi = \chi_0(1 + \delta_T), \quad \delta_T \approx \frac{0,16}{\chi_0} f l_\eta^2 \left| \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(\frac{1}{\beta} - \eta \right) \Omega \right] \right|, \quad Re \equiv |\omega_{ж}| / \beta \chi_0, \quad (10)$$

где l_η – расстояние до ближайшей стенки канала по η ; параметры турбулентности могут быть уточнены в процессе экспериментов.

Таким образом, кинетический момент РЖМ может быть вычислен по формулам (1), (2), (4), (6). При этом создаваемый им вращательный момент, действующий на МКА, определится выражением

$$\vec{M}_M = \frac{d}{dt} \vec{K}_M = \dot{K}_M \vec{x}^0 + K_M (\omega_Z^{MC} \vec{y}^0 - \omega_Y^{MC} \vec{z}^0), \quad (11)$$

где индекс «0» отмечает единичные вектора; $\vec{\omega}^{MC}$ – угловая скорость МКА.

3. Модели РЖМ как объекта управления. При анализе и синтезе контуров управления МКА использование приведенных распределенных моделей РЖМ неудобно. Для этих целей обычно требуется явное представление передаточных функций объекта управления.

Для кольцевых каналов с $\beta \ll 1$ решение уравнения (4) можно аппроксимировать произведением двух парабол по координатам ξ и η . В этом случае система уравнений (4), (6) заменится на уравнение

$$\dot{\omega}_{ж} + k \omega_{ж} = -\dot{\omega}_T, \quad (12)$$

где $k = 12\chi_0[1 + 1/4\xi_m^2][1 + 0,0266 Re f]$.

Сравнение вычисленных по формулам (6) и (12) моментов $M_{ж} = \dot{K}_{ж} = -I_{ж} k \omega_{ж}$ показано на рис. 2 при $\beta = 0,2$, $\chi_0 = 0,001 \text{ с}^{-1}$, $\xi_m = 3,5$, $\dot{\omega}_u = \text{const}$ ($t \leq 30 \text{ с}$), $\dot{\omega}_u = 0$ ($t > 30 \text{ с}$): 1–3 – для ламинарного режима течения с $\dot{\omega}_{uL} = 0,01 \text{ с}^{-1}$ (1 – расчет по (6), 2 – расчет по (12), 3 – расчет по (13) при учете скользящей пары с коэффициентом трения $K_{тр} = 0,01 \text{ с}^{-1}$); 4–5 – для турбулентного режима течения с $\dot{\omega}_{uT} = 1 \text{ с}^{-1}$ (4 – расчет по (6), 5 – расчет по (12); масштаб кривых уменьшен в $\dot{\omega}_{uT} / \dot{\omega}_{uL} = 100$ раз). Видно, что турбулизация потока при высоких угловых скоро-

стях вращения ЖМД приближает его свойства к твердотельному маховику. Для обеспечения же ламинарности течения жидкости необходимо выполнить условие: $|\omega_u|/\beta\chi_0 < 2 \cdot 10^3$.

С целью уменьшения требований по моменту инерции нагрузки двигателя может быть использована соединительная передача вала двигателя с маховиком через скользящую пару с эффективным коэффициентом трения передачи $K_{\text{ТР}}$. В этом случае будем иметь следующую приближенную модель:

$$\dot{\omega}_ж + k\omega_ж = -\dot{\omega}_{MC} - \dot{\omega}, \quad \dot{\omega} = -K_{\text{ТР}}[\omega - \omega_u(t)]. \quad (13)$$

Получающийся момент $M_ж$ ($\dot{\omega}_{MC} = 0$) показывает кривая 3 на рис. 2.

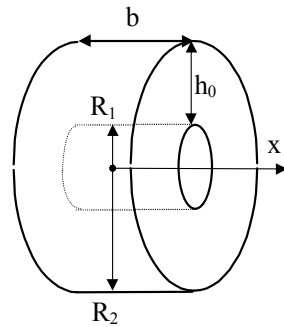


Рис. 1

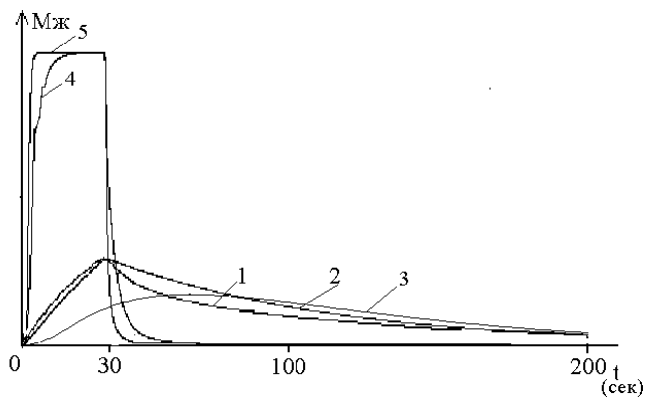


Рис. 2

С целью экономии энергопотребления возможны периодические отключения двигателя РЖМ. При этом процесс торможения РЖМ будет описываться уравнением (12) и дополнительным уравнением торможения:

$$I_T \dot{\omega}_T + I_ж (\dot{\omega}_T + \dot{\omega}_ж) = -K'_{\text{ТР}} (\omega_T - \omega_{MC}), \quad (14)$$

где $K'_{\text{ТР}}$ — эффективный коэффициент трения торможения (в подшипниках и электромагнитном двигателе: $K'_{\text{ТР}} \ll K_{\text{ТР}}$).

4. Варианты режимов работы РЖМ. В общем случае РЖМ может применяться в МКА для выполнения следующих задач: гашение начального импульса углового вращения МКА при отделении от разгонного блока, перевод МКА из одного устойчивого состояния стабилизации в другое, успокоения остаточных угловых колебаний МКА, прецизионная стабилизация МКА в заданном угловом направлении. Исходя из них, выделим четыре типа режимов работы РЖМ: «форсированный» (с турбулентным движением жидкости), дискретно-кратковременный, медленный непрерывный (с ламинарным режимом течения жидкости), выключенный.

В форсированном режиме достигаются максимальные скорости вращения, могущие вызывать турбулизацию потока жидкости. При этом часть «вращательной» энергии «рассеивается» в микровихрях, повышая его «порог насыщения». Режим можно использовать для гашения начального импульса МКА.

Дискретно-кратковременный режим работы предназначен для успокоения остаточных угловых колебаний МКА при экономии энергопотребления. Сравним следующие величины. Частота гравитационных колебаний МКА оценивается выражением [6]: $\Omega_{MC} = [3\dot{\alpha}_0^2(I_{MC}^z - I_{MC}^y)/I_{MC}^x]^{1/2}$, где I – моменты инерции МКА, $\dot{\alpha}_0$ – угловая скорость его вращения вокруг Земли. При $\dot{\alpha}_0 \sim 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, $(I_{MC}^z - I_{MC}^y)/I_{MC}^x \sim 0,1$ получаем $\Omega_{MC} \sim 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Время разгона жидкости в РЖМ несравнимо меньше периода колебаний МКА (например, для ртути с радиусом канала в 1 см будем иметь: $k \sim 10^{-2} \text{ с}^{-1}$). Это подчеркивает целесообразность такого режима работы.

Непрерывный медленный режим работы может использоваться для прецизионной стабилизации МКА в заданном угловом направлении. Здесь контур управления может быть описан через передаточные функции:

$$\varphi_{MC}(s^2 + \Omega_{MC}^2) = -Bs\omega_{\text{ж}}, \quad \omega_{\text{ж}}(s + k) = -s^2\varphi_{MC} - s\omega_u, \quad (15)$$

где S – обозначает знак дифференцирования по времени.

Отсюда получаем: $\varphi_{MC}[(s^2 + \Omega_{MC}^2)(s + k) - Bs^3] = Bs^2\omega_u$.

Если в РЖМ применяется скользящая пара с трением, можно вывести аналогичное выражение, где в правой части будет: $Bs^2K_{\text{тр}}\omega_u/(s + K_{\text{тр}})$. На основе этих выражений не представляет труда выбрать передаточную функцию контура обратной связи $\omega_u = W(s)(\varphi_{MC}^* - \varphi_{MC})$ для обеспечения требуемых переходных процессов стабилизации МКА.

В случае отключения питания ($\omega_u = 0$) уравнения колебаний примут вид:

$$\ddot{\varphi}_{MC} + \Omega_{MC}^2\varphi_{MC} = -B\dot{\omega}_{\text{ж}}, \quad \dot{\omega}_{\text{ж}} + k\omega_{\text{ж}} = -\ddot{\varphi}_{MC}, \quad B \equiv I_{\text{ж}}/I_{MC}. \quad (16)$$

Из их решения: $\omega_{\text{ж}}, \varphi_{MC} \approx e^{-\varepsilon t} [C_{1,4} \cos \Omega_{MC}t + C_{2,5} \sin \Omega_{MC}t] + C_{3,6}e^{-bt}$ ($C_i = \text{const}$) найдем декремент затухания колебательной компоненты:

$$d = \ln(A_i / A_{i+1}) \approx 2\pi\varepsilon / \Omega_{MC} \approx \pi B \Omega_{MC} / k,$$

где A_i, A_{i+1} – соседние амплитуды колебания, $2\varepsilon \approx B\Omega_{MC}^2/k << 1$, $b \approx k/(1 - B)$.

Для малых РЖМ получили очень слабое пассивное демпфирование.

Заметим, что в ряде случаев могут представлять интерес и условия «неустойчивого управления», например при «раскачке» МКА с целью смены его устойчивого положения пассивной стабилизации.

5. Исследование экспериментального макета РЖМ. Для оценки характеристик РЖМ был разработан и изготовлен его макет. Общие габариты составили 120 мм в каждом направлении, а суммарная масса – 1,34 кг. Конструкция макета выбиралась исходя из условий работы при большом перепаде температур. Поэтому маховик был изготовлен из силфона, что сделало его не критичным к изменению объема жидкости. Корпус маховика имел ширину 70 мм, средний диаметр (силфона) 90 мм, массу ~ 0,2 кг. Маховик приводился в движение с помощью шагового двигателя ДШР 50-0.015-1.8 с максимальной потребляемой мощностью 7 Вт. Были реализованы два варианта соединительной передачи: без редуктора и с ускоряющим редуктором, имеющим число редукции 6.6. Для уменьшения момента инерции нагрузки на двигатель, соединение его вала с маховиком осуществлялось через скользящую пару с трением.

Экспериментальные оценки характеристик макета проводились с водяным наполнением при комнатной температуре (аналогичными вязкостью и плотностью обладает большое количество одновременно нетоксичных, неэлектризующихся, имеющих небольшие коэффициенты температурного расширения и замерзания жидкостей [7]). Масса жидкостного наполнения составляла около 0,5 кг. При этом эффективный момент инерции макета изменялся от $3 \cdot 10^{-4}$ кг·м² (момент инерции твердотельного корпуса) до $7,5 \cdot 10^{-4}$ кг·м² (момент инерции корпуса с жидкостью).

Жидкостный маховик устанавливался на подвешенную на нити длиной 3 м легкую стержневую конструкцию с моментом инерции 5 кг·м² (типа крутильного маятника). Управление шаговым двигателем осуществлялось с пульта через регулировку его частоты питания. Разгон макета проводился плавным увеличением частоты питания до максимальной приемистости в 1100 шаг/сек. Сначала использовалась соединительная передача без редуктора. Здесь поворот маятника за первые две минуты составил 30 угл. град, а вычисленный получаемый им кинетический момент – $5 \cdot 30 / 2 \cdot 60 = 1,25$ кг·м²·угл. град/сек (для сравнения, теоретически рассчитанный кинетический момент равен 1100 шаг/сек · $1,8$ угл. град · $7,5 \cdot 10^{-4}$ кг·м² $\approx 1,5$ кг·м²·угл. град/сек; небольшое рассогласование объясняется наличием остаточного проскальзывания в передаче с трением). В дальнейшем скорость вращения маятника изменялась слабо. После выключения питания двигателя создавался кинетический момент обратного знака, приводящий к торможению вращения. При этом сохранялась малая остаточная скорость вращения конструкции, которая объяснялась перераспределением и диссипацией части кинетического момента при разгоне РЖМ.

Использование ускоряющего редуктора с числом редукции 6.6 повышало угловую скорость вращения маятника (допустимость нагрузок на шаговый двигатель при этом обеспечивалась с помощью скользящей пары с трением). Здесь для максимальной приемистости в 1200 шаг/сек поворот маятника за 1 мин достигал 45 угл. град, что соответствует трехкратному увеличению ранее приведенного эффективного кинетического момента. Однако данный результат оказался почти в два раза ниже теоретического, что объясняется усилившимся проскальзыванием в паре с трением, а также дополнительными потерями в редукторе. Отметим, что умень-

шение проскальзывания за счет увеличения трения в соединительной передаче было недопустимо вследствие ограничения момента инерции нагрузки на шаговый двигатель величиной $7,5 \cdot 10^{-4}$ кг·м².

6. Заключение. Теоретические расчеты и экспериментальное исследование макета РЖМ показали перспективность использования для стабилизации МКА при ограниченных энергоресурсах. При этом рекомендуется учитывать следующие компромиссные требования: передавать МКА максимальный кинетический момент (путем достижения максимального отношения момента инерции жидкостного наполнения к моменту инерции твердотельной оправы); иметь наименьшее энергопотребление; обеспечивать длительный ресурс работы; заполняться нетоксичной и неэлектризующейся жидкостью, имеющей малые коэффициенты объемного температурного расширения и температурного замерзания; допускать кратковременные «форсированные» режимы работы двигателя с небольшим превышением его номинальных характеристик (в экстремальных ситуациях).

Список литературы

1. Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н. Управление ориентацией космических аппаратов. – М. : Наука, 1974.
2. Александров Ю. С., Сорокин А. В. Управление реактивным маховиком // Косм. исслед. – 1999. – № 5. – С. 538–543.
3. Шишаков К. В., Газизов С. Г. Анализ управления малым спутником при аэродинамической, гравитационной и активной стабилизации // Косм. исслед. – 1999. – № 3. – С. 296–306.
4. Шишаков К. В., Газизов С. Г. Проектирование жидкостных маховиков-демпферов для стабилизации малых КА // Проблемы и технологии создания и использования космических систем и комплексов на базе малых космических аппаратов и орбитальных станций. Второй межведомств. науч.-практ. семинар, 26–30 окт. 1998 г. : тез. докл. – М. : ГКНПЦ им. М. В. Хруничева, РАН, ИПУ РАН, 1998.
5. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. – М. : Наука, 1987. – 840 с.
6. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / под ред. Г. Н. Дубошина. – М. : Наука, 1976. – 864 с.
7. Физические величины : справочник / А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Бартковский и др. ; под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. – М. : Энергоатомиздат, 1991. – 1 232 с.

* * *

K. V. Shishakov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Izhevsk State Technical University

Control Moments Creation by Liquid Rotation

Liquid rotations for control moments in inertial space are considered. The creation of big moments with low energy resources is analyzed.

Keywords: liquid rotation, control moments, spacecraft

Получено 30.04.10