# МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.833.389

## А. В. Береснева Ижевский государственный технический университет

## ПОДХОДЫ К НОРМИРОВАНИЮ ТОЧНОСТИ СПИРОИДНЫХ ПЕРЕДАЧ

Рассмотрены подходы к моделированию погрешностей звеньев спироидной передачи, предложена методика внесения отклонений в геометрию червяка и колеса, на основе которой с использованием программной системы «SPDIAL+» можно исследовать и нормировать точность спироидной передачи.

Ключевые слова: спироидная передача, нормы точности зубчатой передачи, моделирование геометрических и функциональных погрешностей зубчатой передачи.

### Введение

Известно, что показатели точности каждого типа зубчатых передач (рис. 1) подразделяются: на нормы кинематической точности (НКТ), нормы плавности работы (НПР), нормы контакта зубьев (НКЗ) и нормы бокового зазора (НБЗ). При этом для каждой из этих норм стандарты устанавливают предпочтительный (основной и единственно пригодный во всех случаях) функциональный показатель:

• для кинематической точности – наибольшая кинематическая погрешность передачи  $F'_{i0r}$  (наибольшая рассогласованность углов поворота ведущего и ведомого звеньев передачи за полный цикл их зацепления);

• для плавности работы – наибольшая погрешность мгновенного передаточного отношения при повороте на один зуб ведомого колеса  $f_{zz0r}$  или  $f_{i0r}$  – местная кинематическая погрешность передачи на небольшом угле поворота ведомого звена;

 для нормы контакта зубьев – суммарное и мгновенное пятна контакта, определяющие характер и плотность прилегания рабочих поверхностей зацепляющихся звеньев;

• для нормы бокового зазора – минимальное гарантированное расстояние по нормали между неактивными рабочими поверхностями зубьев  $j_{nmin}$ .

Вместе с тем и в структуре стандартов, и при исследованиях точности зубчатых передач кроме функциональных показателей объектом рассмотрения являются отклонения формы, расположения и размеров звеньев, составляющих передачу. Такие отклонения принято называть геометрическими показателями точности. Обычно целью исследований точности и является установление того, как те или иные геометрические погрешности (первичные ошибки) в отдельности или в комплексе влияют на функциональные показатели. При этом важно разделить геометрические отклонения звеньев по группам в зависимости от их степени влияния на ту или иную норму точности. Это позволяет задавать допуски разных уровней точности на различные отклонения зубчатых передач в зависимости от их назначения. Например, делительная реверсивная передача должна иметь высокую точность по НКТ

<sup>©</sup> Береснева А. В., 2011

и уменьшенный боковой зазор, а быстроходная, тяжело нагруженная должна быть точнее по НПР и НКЗ. Такой дифференцированный подход к точности позволяет оптимизировать затраты на производство, не прилагая лишних усилий на достижение точности несущественных в данном случае параметров.



Рис. 1. Общая структура норм точности зубчатых передач

Так как для спироидных передач еще не разработаны собственные нормы точности и в настоящее время это является актуальной задачей, в рамках данной статьи предполагается рассмотреть возможные пути ее решения.

При разработке подходов к построению системы допусков спироидных передач одним из центральных вопросов, как уже говорилось, является установление связи между геометрическими отклонениями звеньев передачи и функциональными показателями точности. Задачу можно решить, если провести измерения этих геометрических и функциональных показателей большого количества передач и на основании анализа полученных данных выявить требуемые закономерности. Однако следует учитывать, что, с одной стороны, такой подход весьма и весьма трудоемок, с другой – при мелкосерийном производстве широкой номенклатуры передач возникают сложности с необходимым объемом статистики. Однако существует и другой способ решения, который заключается в установлении связи между технологическими погрешностями и функциональными показателями точности передачи с помощью численных исследований, и, на наш взгляд, этот путь является более рациональным. При данном подходе принципиальным моментом является выбор модели зацепления, содержащего погрешности. В основу анализа такого зацепления положен расчет полей приведенных зазоров между рабочими поверхностями звеньев на всей их протяженности. Особенности алгоритма этого расчета описаны в работах [1, 2, 3]. Рабочие поверхности червяка и колеса при этом представляются в виде регулярных сеток точек. При моделировании ошибок изготовления необходимо внести в координаты этих точек некоторые смещения, соответствующие отклонениям. Вопросы разработки и реализации моделей погрешностей звеньев спироидной передачи рассмотрены в данной статье.

### Машиностроение

#### Метод моделирования погрешностей передачи

Следует сразу сказать, что оценивать предполагается точность передачи, обладающей комплексом ошибок, поскольку в случае пространственной передачи зацеплением принцип их суперпозиции применять уже не совсем корректно. Это связано с тем, что влияние комплекса геометрических погрешностей, вообще говоря, не равноценно сумме влияний каждой из погрешностей в отдельности, т. к. направление вектора нормали к поверхности может значительно измениться относительно номинального под действием ошибки.

Распределение отклонений реальных червяков и колес, как правило, подчинено некоторым закономерностям как в геометрическом смысле (ошибки зависят от координат точки поверхности), так и в стохастическом (ошибки имеют случайный характер). Основой для разработки геометрической и стохастической моделей ошибок могут быть результаты измерений реальных червяков и колес, а также анализ технологических факторов, действующих при изготовлении и сборке звеньев передачи и влияющих на характер проявления погрешностей.

Известен подход, при котором геометрические отклонения рабочих поверхностей находятся в зависимости от погрешностей геометрии, расположения и кинематики зубообрабатывающего инструмента [4, 5, 6]. В тех случаях, когда достоверно известно, что именно технологические факторы оказывают доминирующее влияние на ошибки рабочих поверхностей и геометрия звеньев и инструмента описана простыми зависимостями, рационально применять именно этот метод. Однако в общем случае геометрические отклонения реальных зубчатых колес определяются действием комплекса технологических факторов, помимо уже упомянутых еще и ошибки установки зубчатых колес при нарезании и монтаже, деформации после термической обработки, наследуемые в технологическом процессе ошибки, и др. С учетом этого решено задавать погрешности непосредственно на рабочих поверхностях звеньев, без строгой связи с источниками их возникновения.

Анализ действительных отклонений геометрии передач (рис. 2), полученных измерением, показывает, что имеются очевидные закономерности в характере распределения этих погрешностей по рабочим поверхностям, что, очевидно, обусловлено характерным влиянием типового набора технологических факторов. С точки зрения организации измерений и нормирования точности удобно эти закономерные ошибки отнести к характерным линиям на поверхностях зубьев.

Предлагается следующий набор типовых моделируемых погрешностей рабочих поверхностей спироидной передачи:

• ошибки профиля зуба колеса  $f_{f2r}$  или витка червяка  $f_{f1r}$ ;

• ошибки продольной линии зуба колеса  $f_{wr}$  или винтовой линии витка червяка

 $f_{hr}$  и  $f_{hsr}$ ;

• ошибки шага зубьев колеса  $f_{ptr}$  или деления на заходы червяка  $f_{pxr}$  и  $f_{pxdr}$ ;

• ошибки толщины зубьев колеса или витков червяка.

Следует отметить, что некоторые из рассматриваемых отклонений в действующих стандартах на червячные передачи пока не нормируются. Однако, учитывая современный уровень развития измерительной техники, в частности координатноизмерительных машин, можно отметить, что значительно упрощается контроль параметров зубчатых передач, в том числе и вновь предлагаемых параметров.



*Puc. 2.* Типовые распределения погрешностей по рабочим поверхностям:
 *a* – измеренные отклонения продольных линий зубьев спироидных колес;
 *δ* – ошибки винтовых линий спироидных червяков;

*в* – измеренные отклонения окружного шага спироидных колес (*z*<sub>0</sub> – число заходов фрезы)

Вместе с тем при измерениях ошибок реальных поверхностей выявляются и случайные отклонения от общих закономерностей. Эти отклонения обусловлены как ошибками измерений, так и имеющими место случайными технологическими факторами (местные погрешности геометрии инструмента, в том числе местный неравномерный его износ; неравномерная твердость материала заготовки; динамические процессы, сопровождающие нарезание колес; попадание стружки в зону резания и пр.). В соответствии с этим общее отклонение  $\Delta$  положения произвольной точки рабочей поверхности с радиусом-вектором **г** можно представить в следующем виде:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{I} \Delta_i + \varepsilon = \sum_{i=1}^{I} \tilde{\Delta}_i e_i(\mathbf{r}) + \varepsilon , \qquad (1)$$

где  $\Delta i$  – величина *i*-й моделируемой ошибки (i = 1...I);  $\tilde{\Delta}_i$  – амплитуда значений функции, определяющей характер распределения *i*-й погрешности по рабочей поверхности;  $e_i$  (**r**) – некоторая нормированная функция (с единичной амплитудой значений), соответствующая этому характеру распределения;  $\varepsilon$  – местная случайная погрешность. При таком представлении общий вид функции  $e_i$  (**r**) является единым для всех колес и червяков. Хотя, разумеется, конкретное содержание, т. е. тип функции и величина  $\tilde{\Delta}_i$  для разных ошибок, например для отклонений профиля зуба и шага колеса, различны. Величина амплитуды  $\tilde{\Delta}_i$  любой из погрешностей

может случайным образом изменяться для каждого конкретного колеса или червяка, а местная помеха є случайным образом проявляется для разных участков рабочих поверхностей.

Далее изложена последовательность действий при разработке и исследовании модели спироидного зацепления, содержащего погрешности изготовления:

 на основе измерений и исследований перечисленных выше типовых ошибок для серий спироидных червяков и колес и анализа влияния факторов, искажающих номинальную геометрию рабочих поверхностей звеньев, выбираются геометрические модели (функции e<sub>i</sub>(**r**)) типовых погрешностей;

• предложенные модели реализуются в программе анализа реального спироидного зацепления с учетом принятого представления геометрии рабочих поверхностей;

выполняется анализ влияния каждой из моделируемых погрешностей геометрии и монтажа, действующих в отдельности, на функциональные показатели точности спироидной передачи; с учетом степени этого влияния устанавливаются соотношения между размерами полей рассеяния погрешностей для последующего моделирования ошибок в комплексе;

• используя результаты, полученные на предыдущем этапе, геометрические погрешности можно отнести к той или иной норме точности (НКТ, НПР, НКЗ и НБЗ) в зависимости от степени их влияния на каждую из норм, что является основой для построения структуры норм точности спироидных передач;

• на основе выполненных измерений серий червяков и колес восстанавливаются законы распределения плотности вероятности для каждой из типовых геометрических погрешностей (для каждой из величин  $\tilde{\Delta}_i$  и  $\varepsilon$ );

 задаются величины полей рассеяния моделируемых погрешностей геометрии, а также погрешностей монтажа звеньев передачи, затем с помощью генератора погрешностей формируются их случайные наборы в соответствии с выбранными законами распределения и выполняются серии расчетов соответствующих функциональных показателей точности и бокового зазора;

 по полученным результатам расчета функциональных показателей точности восстанавливаются функции плотности вероятности и функции распределения этих параметров.

#### Геометрические модели ошибок (выбор вида функций $e_i(\mathbf{r})$ ).

Типовые ошибки рабочих поверхностей могут быть учтены в геометрических моделях витков и зубьев следующим образом.

Если в качестве параметров регулярной сетки точек витков червяка выбрать радиус r точки и угловой параметр  $\Theta$  винтовой поверхности, то декартовы координаты каждой из точек сетки могут быть найдены из выражений:

$$\begin{cases} x_{i,j} = r_i \cos(\theta_j + \varphi_1), \\ y_{i,j} = r_i \sin(\theta_j + \varphi_1), \\ z_{i,j} = f(r_i) + p_{\gamma} \theta_j, \end{cases}$$

где *i* и *j* – номера точек при изменении параметров **r** и  $\Theta$  соответственно,  $\varphi_1$  – угол поворота червяка; *f*(*r*) – функция осевого профиля витка; *p*<sub>γ</sub> – винтовой параметр червяка.

Точки с одинаковым номером *i* принадлежат *i*-й винтовой линии, а точки с одинаковым номером j - j-му осевому профилю. Каждая из перечисленных выше моделируемых ошибок может быть задана как приращение  $\Delta z$  координаты  $\Delta z_{ij}$  каждого из узлов сетки (рис. 3, *a*). Ошибки деления  $\Delta z_{p1}$  и толщины витка  $\Delta z_{s1}$  как бы смещают вдоль оси червяка всю винтовую поверхность целиком:  $\Delta z_{p1ij} = \text{const}$ и  $\Delta z_{s1ij} = \text{const}$ . Ошибки профиля  $\Delta z_{f1}$  и винтовой линии  $\Delta z_{w1}$  могут быть заданы в зависимости от координат *r*, или  $\Delta z_{f1i} = \Delta z_{f1}(r_i)$  и  $\Delta z_{w1j} = \Delta z_{w1}(\Theta_j)$ .

Параметрами регулярной сетки точек зубьев колеса являются две координаты  $r_2$ и  $z_2$  цилиндрической системы координат ( $r_2$ ,  $z_2$ ,  $\Theta_2$ ), ось  $z_2$  которой совпадает с осью колеса. Декартовы координаты каждой из точек сетки могут быть найдены из выражений:

$$\begin{cases} x_{2k,m} = r_k \cos[\Theta_{2km}(r_k, z_{2m}) + \varphi_2], \\ y_{2k,m} = r_k \sin[\Theta_{2km}(r_k, z_{2m}) + \varphi_2], \\ z_{2m}, \end{cases}$$

где k и m – номера точек регулярной сетки при изменении параметров  $r_2$  и  $z_2$  соответственно;  $\Theta_2$ – угол поворота колеса.

Точки с одинаковым номером *k* принадлежат *k*-му профилю, а точки с одинаковым номером *m* – *m*-й продольной линии зуба. Каждая из перечисленных выше моделируемых ошибок может быть задана как изменение  $\Delta \Theta_2$  координаты  $\Theta_{2km}$  каждого из узлов сетки (рис. 3,  $\delta$ ). Погрешности шага  $\Delta \Theta_{2p}$  и толщины зуба  $\Delta \Theta_{2s}$  как бы смещают вокруг оси колеса всю боковую поверхность зуба целиком:  $\Delta \Theta_{2pkm} =$  const (для каждого отдельно взятого зуба) и  $\Delta \Theta_{2Skm} =$  const. Ошибки профиля  $\Delta \Theta_{2f2}$  и продольной линии зуба  $\Delta \Theta_{w2}$  могут быть заданы в зависимости от координат  $r_2$ , или  $z_2$ :  $\Delta \Theta_{2wm} = \Delta \Theta_{2w}(r_{2m})$  и  $\Delta \Theta_{2fk} = \Delta \Theta_{2f}(z_{2k})$  (последняя погрешность действует только для отдельного зуба).

В соответствии с намеченной последовательностью действий были произведены измерения перечисленных выше типовых ошибок рабочих поверхностей для серий спироидных червяков и колес. Некоторые результаты этих измерений представлены на рис. 2. Анализ этих результатов, а также анализ погрешностей монтажа колес и червяков в передаче позволили сделать следующие выводы.

1. Для задания ошибки профиля зубьев и витков вполне достаточно использовать линейную (далее для переменных, соответствующих этой составляющей, присвоен нижний индекс *lin*) и квадратичную, учитывающую выпуклость или вогнутость профиля (нижний индекс *curv*), зависимость этой погрешности от положения точки по высоте зуба или витка (рис. 3.II, б и *a*):

$$\Delta z_{f1}(r) = \tilde{\Delta}_{f1_{lin}} e_{f1_{lin}}(r) + \tilde{\Delta}_{f1_{curv}} e_{f1_{curv}}(r) = \tilde{\Delta}_{f1_{curv}} \frac{r - r_{\text{дел}}}{0,5h} + \tilde{\Delta}_{f1_{curv}} \left(\frac{r - r_{\text{дел}}}{0,5h}\right)^2,$$
  
$$\Delta \Theta_{2f2}(z_2) = \tilde{\Delta}_{f2_{lin}} e_{f2_{lin}}(z_2) + \tilde{\Delta}_{f2_{curv}} e_{f2_{curv}}(z_2) = \tilde{\Delta}_{f2_{lin}} \frac{z_2 - z_{2\text{дел}}}{0,5h} + \tilde{\Delta}_{f2_{curv}} \left(\frac{z_2 - z_{2\text{дел}}}{0,5h}\right)^2,$$

где h – рабочая высота зуба (и витка);  $r_{\text{дел}}$  и  $z_{2\text{дел}}$  – делительный радиус червяка и координата делительной плоскости колеса соответственно.





II. Погрешности профиля f



III. Погрешности шага (деления)



*Рис. 3.* Моделирование ошибок зубьев: *а* – ошибки спироидного червяка; *б* – ошибки спироидного колеса; сплошные (——) и штриховые (– – –) линии применены для зубьев с номинальной геометрией, пунктирные (· · · · ) линии – для зубьев с учетом погрешностей

2. Отклонение продольной линии зуба колеса (рис. 3.І, б) можно разделить на две составляющие: линейно изменяющуюся вдоль зуба и местную, циклическую составляющую (нижний индекс *cycl*). Главными причинами появления линейной составляющей обычно являются ошибки геометрии и установки инструмента при

зубообработке колеса. При этом вид местной составляющей повторяется через число зубьев колеса, равное числу заходов фрезы для всех колес, нарезанных конкретным инструментом при его конкретной заточке, и может изменяться в зависимости от биения каждой из реек инструмента. Таким образом, функции ошибки продольной линии зуба колеса можно придать следующий вид:

$$\Delta \Theta_{2w_2}(z_2) = \tilde{\Delta}_{w_{2_{lin}}} e_{w_{2_{lin}}}(z_2) + \tilde{\Delta}_{w_{2_{cycl}}} e_{w_{2_{cycl}}}(z_2) =$$

$$= \tilde{\Delta}_{w_{2_{lin}}} \frac{r_2 - r_{2_{cp}}}{0,5b_2} + 0.5\tilde{\Delta}_{w_{2_{cycl}}} \sin\left(\frac{\sqrt{r_2^2 - a_w^2} - \sqrt{r_{2_{cp}}^2 - a_w^2} + (z_{2_{cp}} - z_2)tg\alpha_x}{p_\gamma} + \frac{2\pi}{z_{(1)}} \operatorname{mod}\left(\frac{n_2}{z_{(1)}}\right)\right),$$

где  $a_w$  – межосевое расстояние;  $p\gamma$ ,  $\alpha_x$  и  $z_{(1)}$  – винтовой параметр, осевой угол профиля и число заходов червяка соответственно;  $b_2$ ,  $r_{2cp}$  и  $n_2$  – ширина венца, внутренний радиус и номер текущего зуба колеса соответственно.

3. Ошибка винтовой линии червяка (рис. 3.1, *a*) также имеет две составляющие. Одна из них – линейная: влечет за собой появление накопленной погрешности хода витка; вторая – циклическая: изменяется в зависимости от параметра  $\Theta$  по синусоидальному закону с периодом  $2\pi$  и, как правило, в большей мере обусловлена несовпадением оси винтовой поверхности червяка и рабочей оси червяка. Таким образом, функция  $\Delta z_w(\Theta)$  может быть представлена в виде

$$\Delta z_{w1}(\vartheta) = \tilde{\Delta}_{w1_{lin}} e_{w1_{lin}}(\vartheta) + \tilde{\Delta}_{w1_{cycl}} e_{w1_{cycl}}(\vartheta) = \tilde{\Delta}_{w1_{lin}} \frac{\vartheta - \vartheta_{cp}}{\vartheta_{B1} - \vartheta_{b1}} + 0.5\tilde{\Delta}_{w1_{cycl}} \sin\left(\vartheta + \frac{2\pi}{z_{(1)}}n_{1}\right),$$

где  $\Theta_{B1} = B_1/p_{\gamma}$ ,  $\Theta_{b1} = b_1/p_{\gamma}$  и  $\Theta_{cp} = 0,5(\Theta_{B1} + \Theta_{b1})$  – значения параметра  $\Theta$  для ближнего к межосевой линии, дальнего от нее и среднего торцовых сечений червяка;  $n_1$  – номер захода червяка.

4. Ошибка шага колеса может иметь также две составляющие. Одна из них (нижний индекс sin) главным образом обусловлена погрешностями установки колеса при нарезании и монтаже на рабочую ось, а также погрешностью обката зуборезного станка. Эта составляющая синусоидально меняется в зависимости от положения  $n_2$ -го зуба на венце колеса (рис. 3.III,  $\delta$ ). Вторая составляющая ошибки шага проявляется при применении инструмента с числом заходов  $n \neq 1$ , очевидно обусловлена погрешностью деления на заходы инструмента и циклически повторяется через число зубьев, равное числу заходов инструмента. Таким образом, ошибку шага колеса можно представить в виде

$$\Delta\Theta_{2p2}(n_2) = \tilde{\Delta}_{p2_{\rm sin}} e_{p2_{\rm sin}}(z_2) + \tilde{\Delta}_{p2_{\rm cycl}} e_{p2_{\rm cycl}}(z_2) = 0, \\ 5\tilde{\Delta}_{p2_{\rm sin}} \sin\left(\frac{2\pi n_2}{z_{(2)}}\right) + \tilde{\Delta}_{p2_{\rm cycl}} \frac{\mathrm{mod}(n_2/z_{(1)})}{z_{(1)}}.$$

## Стохастическая модель ошибок

При моделировании зацепления реальной зубчатой передачи с целью построения норм точности рационально учитывать случайный характер погрешностей [7, 8]. В противном случае, применяя, например, метод «максимум-минимум», полученные допустимые интервалы геометрических показателей точности окажутся слишком жесткими и трудно выполнимыми, а появление самых неблагоприятных сочетаний ошибок при этом становится практически невероятным событием. Задача поиска функции плотности вероятности p(z) по эмпирическим данным *z* трактуется как задача решения интегрального уравнения Фредгольма I-го рода [9]:

$$F(z) = \int \theta(z - x) p(x) dx, \quad \theta(z) = \begin{cases} 0 \text{ при } z < 0, \\ 1 \text{ при } z \ge 0, \end{cases}$$

которая при конечном объеме выборки имеет приближенную левую часть F(z) и, как известно, относится к классу некорректно поставленных задач.

Предполагаемым законом распределения часто задаются с точностью до количества неизвестных параметров (например, параметрами часто применяющегося закона Гаусса являются математическое ожидание и дисперсия), после вычисления которых подвергается проверке корректность гипотезы о применимости закона. Такой подход принято называть параметрическим, для его применения необходимо выполнить ряд условий, которые для выборок, полученных в оговоренных условиях мелкосерийного производства, как правило, оказываются нарушенными, а именно:

 объемы выборки невелики, поскольку невелики объемы серий измеряемых колес и червяков (в наших условиях – в пределах 10...50 шт.);

 среди технологических факторов, определяющих рассеяние действительных погрешностей, необходимо выделить ошибки наладки оборудования, которые могут группировать указанное рассеяние вокруг определенных значений средней погрешности для каждой конкретной наладки;

• соотношение влияний доминирующих ошибок, а также случайных и систематических ошибок, образующих рассеяние вокруг центров группирования, может весьма различаться для разных измеряемых партий и погрешностей.

В сложившихся обстоятельствах наиболее рациональным решением было воспользоваться методами непараметрической статистики [10, 11]. При этом сведения об искомом теоретическом распределении носят более общий характер, неизвестными считаются не только параметры функции плотности вероятности случайной величины, но и количество этих параметров, а также сам класс функций для описания плотности эмпирического распределения. Решение задачи восстановления функции плотности вероятности  $p(\tilde{\Delta}, )$  погрешностей червяков и колес будет иметь вид

$$p_N(\tilde{\Delta}_i) = \sum_{n=1}^N k_n \varphi_n(\tilde{\Delta}_i),$$

где  $k_n$  – коэффициенты, а  $\phi_n(\tilde{\Delta}_i)$ :

 $\phi_n(\tilde{\Delta}_i) = \tilde{\Delta}_i^n -$ класс полиномиальных функций;

 $\varphi_n(\tilde{\Delta}_i) = \cos[0,5(2n-1)\tilde{\Delta}_i\pi] -$ класс тригонометрических функций;

 $\phi_n(\tilde{\Delta}_i) = e^{-(2\tilde{\Delta}_i/n)} - \kappa$ ласс экспоненциальных функций;

 $\varphi_n(\tilde{\Delta}_i) = [1 + (n + \tilde{\Delta}_i)2]^{-1} -$ класс гиперболических функций.

Оценка параметров  $k_n$  (для последующей проверки гипотезы о приемлемости функции  $p_N$ ) может проводиться методами наибольшего правдоподобия (например, методом наименьших квадратов). Однако при этом необходимо соблюсти компромисс между объемом выборки и сложностью аппроксимирующей функции. Этому требованию отвечает метод восстановления функции плотности вероятности, разработанный В. Н. Вапником [12] и получивший название «структурной минимизации эмпирического риска». Алгоритм, реализующий этот метод, позволяет с заданной наперед вероятностью минимизировать эмпирический риск при аппроксимации плотности вероятности функцией произвольного вида.

Следует отметить, что порядок значений величин  $\varepsilon$ , составляющих  $\Delta(1)$ , существенно меньше, чем порядок составляющих  $\Delta_i$  (см. рис. 2), поэтому на первом этапе исследования функциональных показателей точности зацепления спироидных передач влиянием этой составляющей можно пренебречь. Вопрос восстановления соответствующих количественных зависимостей для составляющей  $\varepsilon$  требует дополнительного рассмотрения.

## Примеры численного моделирования функциональных показателей спироидных передач, содержащих погрешности изготовления и монтажа

Модель погрешностей звеньев спироидных передач была реализована в программах «SPDIAL+» [13] и «SMIT». Возможность применения разработанной модели была опробована на примере исследования точности передач серийно выпускаемых редукторов с межосевыми расстояниями  $a_w = 25...77$  мм. При этом финишной обработкой поверхностей витков червяков было шлифование на червячношлифовальном полуавтомате мод. 5886В, а зубья спироидных колес формировались зубофрезерованием на универсальных станках моделей 5КЗ2 и Modul ZFWZ 250×2,5. Погрешности спироидных фрез, используемых при зубонарезании, соответствовали классу точности В по ГОСТ 9324–80. Измерения погрешностей спироидных червяков и колес производились на следующем оборудовании (погрешности измерений составляли 0,001...0,010 мм):

• модифицированная универсальная зубоизмерительная установкае БВ-584М (окружной шаг, торцевое биение, профиль, продольная линия зубьев колес);

• координатно-измерительная машина «PRISMO» с щуповой головкой VAST® фирмы «CARL ZEISS» (шаг, торцевое биение, профиль, продольная линия, толщина зубьев колес);

• мобильная координатно-измерительная машина «CIM CORE ARM WIN RDS»;

• установка для контроля винтовой линии червяков и фрез фирмы «CARL ZEISS» (отклонения винтовой линии витков червяка);

• прибор для контроля червячных фрез и червяков (осевой профиль червяка);

• микроскоп УИМ-21 (шаг, угол профиля и биение витков червяка);

установка БВ-5117 для измерения осевых шагов червяков и фрез.

Примеры восстановления функций плотности вероятности для некоторых геометрических погрешностей спироидных червяков и колес, а также генерирования погрешностей по восстановленным функциям показаны на рис. 4. При этом объем выборок составлял 20...35 шт., а объем набора генерированных ошибок – 100 шт. Рис. 5 демонстрирует пример восстановления функций плотности вероятности и распределения вероятности для функциональных показателей точности спироидной передачи с межосевым расстоянием 25 мм и передаточным числом 20. Значения функциональных показателей вычислялись для 100 наборов геометрических отклонений звеньев, сгенерированных случайным образом по восстановленным функциям распределения вероятности.



*Рис. 4.* Примеры восстановления функций плотности  $p(\tilde{\Delta}_i)$  и распределения вероятности  $F(\tilde{\Delta}_i)$ : a – ошибка деления на заходы червяка ( $\tilde{\Delta}_i$ ) – класс полиномов;  $\overline{o}$  – ошибка шага колеса ( $\tilde{\Delta}_i$ ) – класс гиперболических функций





 $F(\tilde{\Delta}_{i})$  для функциональных показателей точности спироидных передач: *a* – кинематическая погрешность; *б* – циклическая погрешность; *в* – пятно контакта

На основе сказанного следует заключить, что, используя изложенную в настоящей работе методику, можно успешно проводить исследования точности и приступить к построению норм точности спироидных передач.

## Библиографические ссылки

1. Goldfarb V. I., Trubachov E. S. Model of spiroid gearing under the action of errors // Proceedings on the International Conference on Gears, Munich, Germany, 2002, pp. 197-209.

2. Трубачев Е. С. Основы анализа и синтеза зацепления реальных спироидных передач : дис. ... д-ра техн. наук. – Ижевск, 2004. – 347 с.

3. Трубачев Е. С. Математическое и программное обеспечение оценки качества контакта в реальной спироидной передаче // Информационная математика. – № 1 (3). – М. : Изд-во физ.-мат. лит., 2003 г. – С. 144–154.

4. Ионенко И. Д., Ратманов Э. В., Сызранцев В. Н. Расчет погрешностей профиля зубчатого колеса, обработанного спирально-дисковой фрезой // Автоматизированное проектирование механических передач : тезисы докл. науч.-техн. конф. – Ижевск, 1982. – С. 41-42.

5. Гудков П. А., Михалев А. М., Хрипунов С. В. Моделирование технологических погрешностей зубообработки // Пространство зацеплений. – Ижевск, 2001. – С. 170–174.

6. Тайц Б. А. Точность и контроль зубчатых колес. – М.: Машиностроение, 1972. – 367 с.

7. Сызранцев В. Н. Синтез зацеплений цилиндрических передач с локализованным контактом : дис. ... д-ра техн. наук. – Курган, 1989. – 429 с.

8. Тимофеев Б. П., Шалобаев Е. В. Совершенствование стандартов для обеспечения САПР кинематических цепей, содержащих зубчатые передачи // Разработка и внедрение САПР и АСТПП в машиностроении : тез. докл. науч.-техн. конф. – Ижевск, 1990. – C. 120-121.

9. Вапник В. Н. Алгоритмы и программы восстановления зависимостей / под ред. В. Н. Вапника. – М. : Наука, 1984. – 816 с.

10. Там же.

11. Тюрин Ю. Н. Непараметрические методы статистики. – М. : Знание, 1978. – 64 с.

12. Вапник В. Н. Алгоритмы и программы восстановления зависимостей.

13. Трубачев Е. С., Орешин А. В. САПР спироидных передач // Информационная математика. – № 1 (3). – М. : Изд-во физ.-мат. лит., 2003. – С. 159–165.

A. V. Beresneva, Izhevsk State Technical University

#### **Approaches to Accuracy Standardization of Spiroid Gears**

The paper considers the approaches to modeling of errors of spiroid gear elements. The technique is proposed to introduce the deviations into the worm and gearwheel geometry, and on its basis the investigation and standardization of the spiroid gear accuracy is possible by means of a program system "SPDIAL".

Keywords: spiroid gear, gear accuracy standards, modeling of geometrical and functional gear errors.

Получено: 02.11.11