

УДК 621.001.2

О. В. Малина, доктор технических наук, профессор;

О. Ф. Валеев, кандидат технических наук, инженер

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА КОНСТРУИРОВАНИЯ В САПР

Описано математическое обеспечение процесса структурного синтеза, позволяющее выполнять синтез структуры редукторов согласно заданным критериям.

Ключевые слова: САПР, конструирование, структурный синтез, математическая модель

Синтез конструкции редуктора может быть выполнен путем комбинаторного перебора на множестве модулей редуктора. Однако выполнение на ЭВМ структурного синтеза путем прямого комбинаторного перебора, как правило, невозможно для объектов средней и высокой степени сложности в силу эффекта комбинаторного взрыва. Таким образом, есть необходимость в разработке оригинальной модели и методов оптимизации процесса структурного синтеза, применение которых снизит вычислительную сложность процесса синтеза и объем памяти, необходимый для его выполнения.

Модель класса объектов «Редуктор» может быть представлена [1]:

$$F_{\text{рв}} = M_{\text{ом}} \prod_{i=1}^N (p_i) \setminus F_z,$$

где $M_{\text{ом}}$ – множество обязательных модулей объекта; N – мощность множества признаков; p_i – i -й признак; F_z – множество нереализуемых (запрещенных) вариантов объекта.

Процесс построения модели класса объектов включает в себя этапы построения и расширения классификатора, позволяющего синтезировать все варианты объекта, и формирования множества запрещенных фигур (ЗФ) для отсева нереализуемых вариантов, которые подробно описаны в работах [2, 3].

Модель класса объектов отражает основные этапы процесса получения всех реализуемых вариантов структуры – синтез всех возможных вариантов, а затем их анализ для отсева нереализуемых. Однако не представляется возможной ее прямая реализация в качестве модели процесса синтеза по причине частого достижения предельных значений вычислительного процесса в ходе синтеза, а именно объема памяти, необходимой для хранения вариантов объекта на этапе синтеза, и времени выполнения этапа анализа. Таким образом, цель оптимизации процесса синтеза – минимизация вычислительной сложности процесса синтеза и необходимого в ходе его выполнения объема памяти. Достижению этой цели способствует решение следующих задач: минимизация приращения числа промежуточных вариантов в ходе синтеза (при очередном перемножении на признак) и сокращение вычислительной нагрузки при выполнении анализа на ЗФ. Для решения задач оптимизации це-

лесообразно применить следующие методы: чередование синтеза и анализа, упорядочение признаков для перемножения при синтезе, в том числе с целью приближения к началу синтеза проверки на большее число ЗФ, анализ расчетных зависимостей для снижения вычислительной сложности анализа промежуточных вариантов на функциональные ЗФ (ФЗФ), предотвращение генерации запрещенных вариантов вместо анализа множества вариантов на ЗФ.

Чередование синтеза и анализа может быть реализовано путем разбиения процесса синтеза на чередующиеся этапы наращивания промежуточных вариантов объекта путем домножения на очередной признак и этапы анализа множества промежуточных вариантов на ЗФ. Для оптимизации процесса синтеза имеет существенное значение тот факт, что анализ на ФЗФ не всегда обязателен: в том случае, если признак-результат функциональной зависимости определен техническим заданием, этап проверки неизбежен и состоит в том, чтобы для указанных в вариантах значений признаков-аргументов выполнить расчет и сравнить полученное значение с заданным значением признака-результата. Однако в случае, если признак-результат не определен, его значение может быть получено прямым синтезом путем расчета, что позволяет исключить этап анализа, а значит, оптимизировать процесс синтеза в целом. В связи с этим для решения задачи минимизации вычислительной сложности процесса синтеза целесообразно для каждой известной расчетной зависимости $p_n = f_1(p_1, p_2, \dots, p_{n-1})$ построить семейство функций $F = \{p_n = f_1(p_1, p_2, \dots, p_{n-1}), p_1 = f_2(p_2, \dots, p_n), p_2 = f_3(p_1, p_3, \dots, p_n), p_{n-1} = f_n(p_1, p_2, \dots, p_{n-2}, p_n)\}$, то есть найти функции, обратные к известной, чтобы для любого подмножества мощностью $n-1$ множества признаков P (где $P = \{p_i\}, i = 1..n$, n – мощность множества признаков, участвующих в функциональной зависимости) существовала прямая функциональная зависимость, позволяющая вычислить значение недостающего признака p_j , где j изменяется от 1 до n .

В ходе решения задачи поиска обратных функций для автоматизации получения обратной функции относительно аргумента x_i разработан метод тождественных преобразований, суть которого состоит

в том, чтобы в результате последовательных тождественных преобразований исходного уравнения $y = f(x_1, \dots, x_n)$ получить в одной из его частей x_i , тогда в другой части окажется искомая обратная функция $h(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$. Такое преобразование достигается выполнением последовательности действий:

1. Преобразовать функцию к виду $f(x_1, x_2, \dots, x_n, y) = 0$ в префиксной нотации, после чего начать преобразование левой части.

2. Выбрать для анализа первую операцию и ее аргументы.

3. Выбрать аргумент, не содержащий x_i и «перенести» его в другую часть тождества, изменив операцию на обратную. Если удалось, то перейти к п. 6.

4. Если все аргументы рассматриваемой операции содержат x_i , то попытаться применить какое-либо известное правило, позволяющее получить такое тождественное данному выражение, чтобы один из его аргументов не содержал x_i . Если удалось, то перейти к п. 2.

5. Преобразование не удалось.

6. Если выражение более не содержит операций, то искомый результат достигнут, так как получена обратная функция: $x_i = h(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$. Иначе к п. 2.

Решению задач оптимизации – минимизации мощности множества промежуточных вариантов на каждом этапе синтеза и минимизации вычислительной сложности этапов анализа на 3Ф – способствуют следующие подходы:

1. «Синтез без анализа». Подразумевает прямой синтез разрешенных сочетаний по функциональным зависимостям. Как показано ранее, исключение этапа анализа на Ф3Ф значительно снижает вычислительную сложность процесса синтеза. Также в случае прямого синтеза генерируется гораздо меньше промежуточных вариантов.

2. «Ранний анализ» – приближение анализа на каждую 3Ф к началу синтеза. Согласно этому подходу, при прочих равных условиях следует произвести перемножение множества промежуточных вариантов на такой признак, чтобы по результатам перемножения имело смысл выполнить анализ на возможно большее число 3Ф.

3. «Узконаправленный анализ». Предполагает сужение множества проверяемых 3Ф. Данный подход предполагает проверку на этапе анализа только на те 3Ф, для которых верно: $(z_i \subset M, M = \bigcup v_j)$, где M – множество исходов, описывающее текущие промежуточные варианты; v_j – i -й промежуточный вариант). В конечном счете каждая 3Ф должна участвовать только в одном этапе анализа.

Таким образом, целесообразно представить процесс синтеза как выполнение следующих шагов:

1. Перемножение признаков каждого из семейств функций с получением множеств промежуточных вариантов.

2. Перемножение множеств промежуточных вариантов друг на друга до получения одного множества промежуточных вариантов.

3. Домножение множества промежуточных вариантов на признаки, участвующие исключительно в ЭЗФ.

Семейства функций взаимосвязаны в силу наличия признаков, участвующих одновременно в двух и более семействах функций: исходы признаков, запрещенные по результатам перемножения признаков одного семейства функций, очевидно, должны быть исключены из процесса перемножения признаков другого семейства функций. Это обстоятельство позволяет предположить, что добиться минимизации суммарной мощности множеств вариантов в процессе перемножения признаков семейств функций возможно, начав синтез множеств промежуточных вариантов с семейства функций S с наибольшим коэффициентом сокращения множеств возможных исходов его признаков R_S :

$$R_S = \prod_{i=1}^N \frac{|M_{p_i}|}{|M'_{p_i}|},$$

где N – число признаков семейства функций S ; M_{p_i} – множество всех исходов признака p_i , M'_{p_i} – множество возможных исходов признака p_i ; $p_i \in \Omega$, где Ω – множество признаков, на которых определено семейство функций.

Критерием выбора функции семейства, применяемой для генерации разрешенных вариантов, является комплексная оценка вычислительной сложности (КОВС), равная произведению вычислительной сложности функции и мощности набора аргументов, на которых будет применена данная функция. Вычислительная сложность функции может быть определена количеством составляющих ее операций, а мощность множества аргументов может

быть вычислена следующим образом: $\prod_i |p_i| - |V_z|$,

где p_i – i -й признак-аргумент данной функции; V_z – множество запрещенных вариантов, сформированных на множестве признаков-аргументов P . Множество запрещенных вариантов V_z может быть оценено еще до начала синтеза путем анализа множества ЭЗФ, состоящих из исходов признаков семейства функций.

Порядок перемножения признаков конкретного семейства функций определяется в первую очередь функцией, выбранной для синтеза разрешенных вариантов: признак-результат выбранной функции участвует в перемножении после признаков-аргументов. Порядок перемножения признаков-аргументов следует определить согласно подходу «Ранний анализ», то есть по наибольшей мощности множества ЭЗФ, проверяемых при перемножении на очередной признак. Тогда первой парой перемножаемых признаков

(p_a, p_b) выбираются такие признаки, что $|Z_{ab}| = \max(|Z_{ij}|)$, где Z_{ij} – множество ЗФ, проверяемых при перемножении пары признаков (p_i, p_j) . Следующим домножается признак, для которого верно: $|Z_i| = \max(|Z_j|)$, где Z_i – множество ЗФ, проверяемых при домножении на признак p_i .

Порядок перемножения множеств промежуточных вариантов связан с реализацией подхода «Ранний анализ» и заключается в выборе для следующего перемножения такой пары множеств промежуточных вариантов, чтобы по его итогам проверить наибольшее число ЗФ, множество которых может быть определено следующим образом:

$Z_{ij} = (\Psi_i \cap \Psi_j) \setminus Y_{ij}$, где Z_{ij} – множество запрещенных фигур, анализ на которые возможен при перемножении множеств промежуточных вариантов Π_i и Π_j , Ψ_i и Ψ_j – множества ЗФ, соотнесенные соответственно с множествами промежуточных вариантов Π_i и Π_j ; $Y_{ij} = \{v_{ij}\}$, где при $v_{ij} = \{a_k\}$ $\exists a_k : a_k \notin (V_i \cup V_j)$, где a_k – k -й исход ЗФ v_{ij} , V_i, V_j – множества исходов, характеризующие множества промежуточных вариантов Π_i и Π_j соответственно. Множество Ψ_i состоит из ЗФ, которые содержат хотя бы один исход a_k такой, что a_k – исход признака A и $A \in \Omega_i$, где Ω_i – множество признаков, из исходов которых состоят варианты множества Π_i , и хотя бы один исход b_{mi} такой, что b_{mi} – исход признака B и $B \in \Omega_h, h \neq i$.

Порядок домножения множества промежуточных вариантов на признаки, участвующие исключительно в ЭЗФ, определяется подходом «Ранний анализ» и заключается в выборе для следующего перемножения того признака, по результатам перемножения на который возможно проверить наибольшее число ЭЗФ.

Применение предложенного математического обеспечения существенно снижает вычислительную сложность процесса синтеза и сокращает объем памяти, необходимой для его выполнения, что в конечном счете позволяет успешно автоматизировать структурный синтез комплектующих редукторных систем, а в перспективе и более сложных объектов – таких, как редукторные системы в целом.

Библиографические ссылки

1. Малина О. В. Концепция структурного синтеза объектов и процессов на основе характеризационного анализа // Вестн. Ижев. гос. техн. ун-та. – 2001. – № 2. – С. 10–15.
2. Подходы к организации экспертного опроса подсистемы формирования классификатора системы структурного синтеза конечных объектов, построенных на дискретных структурах / О. В. Малина, О. Ф. Валеев, С. А. Морозов и др. // Вестн. Ижев. гос. техн. ун-та. – 2012. – № 1. – С. 126–129.
3. Малина О. В., Морозов С. А. Анализ множества разрешенных фигур и их место в модели структурного синтеза сложных объектов // Информационная математика. – 2007. – № 1. – С. 174–183.

O. V. Malina, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

O. F. Valeyev, PhD in Engineering, Engineer of Design and Technological Background of Engineering Production Department, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Mathematical model of the design process in CAD systems

The paper describes the mathematical support of the structural synthesis process, allowing to synthesize the gearbox structure according to the assigned criteria.

Keywords: CAD system, engineering, structural synthesis, mathematical model

Получено: 05.05.14