

МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

УДК 533.6.071.4

М. М. Горохов, доктор физико-математических наук, профессор;
А. В. Корепанов, кандидат физико-математических наук, доцент;
В. А. Тененев, доктор физико-математических наук, профессор
Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ И ШЕРОХОВАТОСТИ ОБТЕКАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ПАРАМЕТРЫ И СТРУКТУРУ ТЕЧЕНИЯ

Представлено исследование влияния одиночной и распределенной по поверхности шероховатости на параметры течения; определена критическая величина шероховатости для сферы, приводящая к более раннему, по сравнению с гладкой поверхностью, переходу к турбулентному режиму течения; исследовано влияние геометрии поверхности обтекаемого тела на структуру течения.

Ключевые слова: шероховатость, турбулентность, численное моделирование

Исследование параметров и структуры течения производилось при помощи численного моделирования обтекания произвольной поверхности потоком несжимаемого турбулентного дозвукового течения. Результаты обтекания гладких поверхностей на основе решения уравнений гидродинамики совместно с уравнениями турбулентности представлены в [1].

Исследуемая поверхность с искусственно введенной шероховатостью (рис. 1) помещается внутрь области интегрирования Σ цилиндрической формы (рис. 2). Область разбивается плоскостями σ , ориентированными в направлении вектора скорости, и на каждой из плоскостей строится криволинейная конечно-разностная сетка в соответствии с методом [2]. Особенностью такой сетки является то, что на плоскости σ сетка ортогональна, а совокупность сеток в области интегрирования Σ (рис. 3) ортогональной не является, поэтому постановку задачи необходимо проводить в системе координат общего вида (ξ, η, ζ) [1].

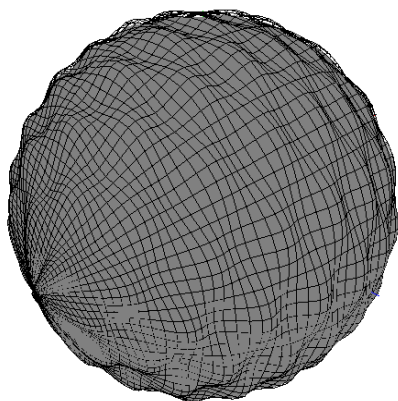


Рис. 1. Сфера с шероховатостью на поверхности

Система уравнений представлена в [1, 2]. Граничные условия (рис. 2): на входной (AB) и внешних (BC, AD) границах задают параметры невозмущенного потока; на твердой поверхности (FE) учитыва-

ют возможность вдува с поверхности; на выходной границе (CD) фиксируют значение давления [1]. Методом численного решения системы уравнений вязкого турбулентного течения является «SIMPLE» [3].

Сходимость метода численного решения была установлена путем измельчения разностной сетки и варьирования размерами области численного интегрирования [4]. Установление численного решения контролировалось на основании вычисления значения коэффициента полного сопротивления.

Для исследования влияния структуры поверхности на коэффициент сопротивления C_x были проведены расчеты сфер с шероховатостью на поверхности (рис. 1). Исследования показали, что шероховатость с относительной высотой k/R начинает оказывать влияние на сопротивление сферы, начиная с величины $k/R = 7 \cdot 10^{-3}$ для области ламинарного течения и $k/R = 5 \cdot 10^{-4}$ для области турбулентного течения (рис. 4, 5). Это указывает на то, что ламинарный пограничный слой по сравнению с турбулентным пограничным слоем допускает большее значение шероховатости, без увеличения сопротивления.

С увеличением относительной шероховатости сферы снижается значение критического числа Re . Это обусловлено тем, что шероховатость возмущает пограничный слой на сфере и переход ламинарной формы течения к турбулентной происходит при более низких, по сравнению с гладкой сферой, числах Re (рис. 5). На рис. 6 показаны максимальные значения турбулентной вязкости $\bar{\mu}_{t \max}$ около поверхности шероховатой сферы при различных числах Re . Из рисунка видно, что значения $\bar{\mu}_{t \max}$, соответствующие кризису сопротивления, достигаются на шероховатой сфере при более низких числах Re , чем на гладкой сфере. Однако величина сопротивления шероховатой сферы в областях, как до критических, так и сверхкритических чисел Re , превышает сопротив-

ление гладкой сферы (рис. 5). Были также вычислены значения составляющих полного сопротивления C_p и C_f во всем диапазоне чисел Re для сферы с величиной шероховатости $k/R = 4 \cdot 10^{-2}$ (рис. 7). Расчеты показали, что под влиянием шероховатости происходит увеличение составляющих C_x по сравнению с их значениями на гладкой сфере.

С появлением шероховатости структура течения около сферы качественно не изменяется. Течение в следе за телом остается осесимметричным. Сохраняются колебания точки отрыва пограничного слоя, а внутри отрывной зоны жидкость движется по спирали вокруг центральной оси (рис. 8). Однако претерпевают изменения количественные характеристики, такие как амплитуда $\Delta\theta_s$ и частота колебаний отрывной зоны Sh (рис. 9). Отметим, что колебания отрывной зоны, по сравнению с гладкой сферой, начинаются при более низких числах Re и имеют меньшие значения во всем диапазоне чисел Re (рис. 9).

Шероховатость не влияет на сопротивление цилиндров, ориентированных осью симметрии в направлении течения, поскольку здесь положение точки отрыва определено кромками поверхности (рис. 10).

Расчеты поверхностей с неравномерной геометрией (рис. 11, 12) показали, что в этом случае отсутствует осевая симметрия следа (рис. 13) и отрывной зоны (рис. 14). Неравномерность геометрии поверхности приводит к неравномерному распределению давления вдоль радиальной координаты ζ . Вследствие этого различно и положение точки отрыва пограничного слоя. Особенно это заметно при отрыве пограничного слоя с поверхности «арахиса» (рис. 13, *з*). Теперь потеря устойчивости циркуляционной зоны происходит при различных углах θ на каждой из плоскостей σ , что приводит к деформации вихревой зоны за телом (рис. 13, *в, з*, 14, *в, з*) и отсутствию осевой симметрии следа. Внутри циркуляционной зоны жидкость движется по спирали (рис. 13, 14). Здесь также наблюдаются осцилляции положения отрыва пограничного слоя, что выражается в изменении значения сопротивления с течением времени (рис. 15).

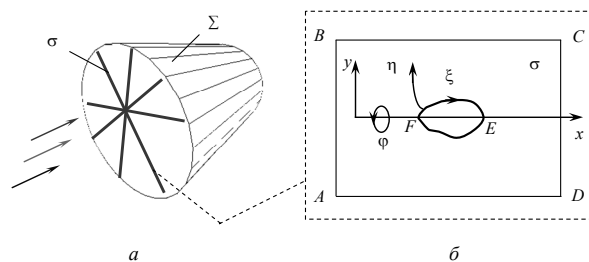


Рис. 2. Область численного интегрирования: *а* – дефрагментация области; *б* – ориентация координатных осей на секущих плоскостях

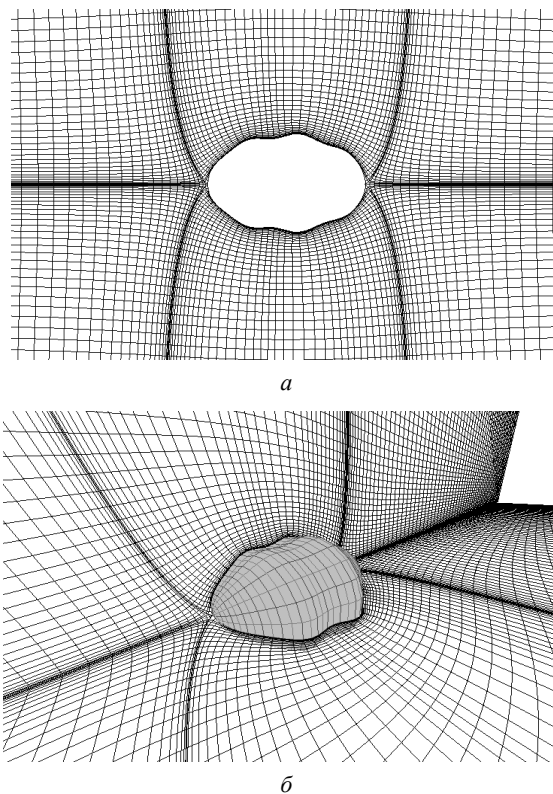


Рис. 3. Вид конечно-разностной сетки, предназначенной для расчета параметров течения около поверхности со сложной геометрией

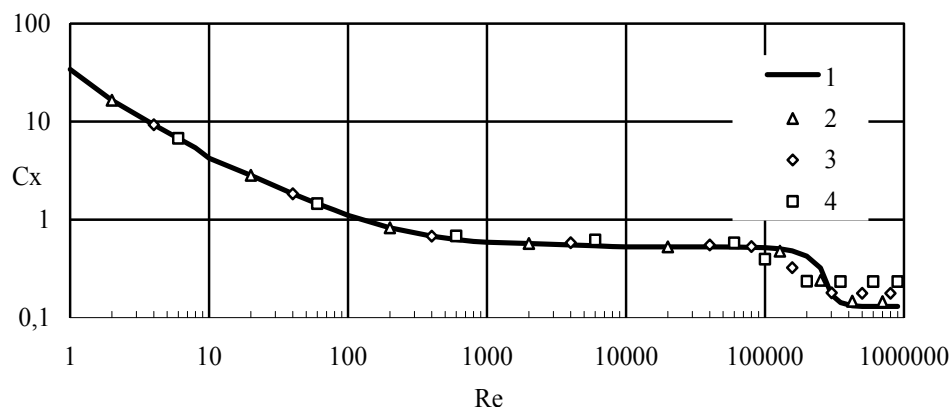


Рис. 4. Влияние шероховатости на сопротивление сферы:

1 – $k/R = 0$; 2 – $k/d = 5 \cdot 10^{-4}$; 3 – $k/d = 7 \cdot 10^{-3}$; 4 – $k/d = 2 \cdot 10^{-2}$

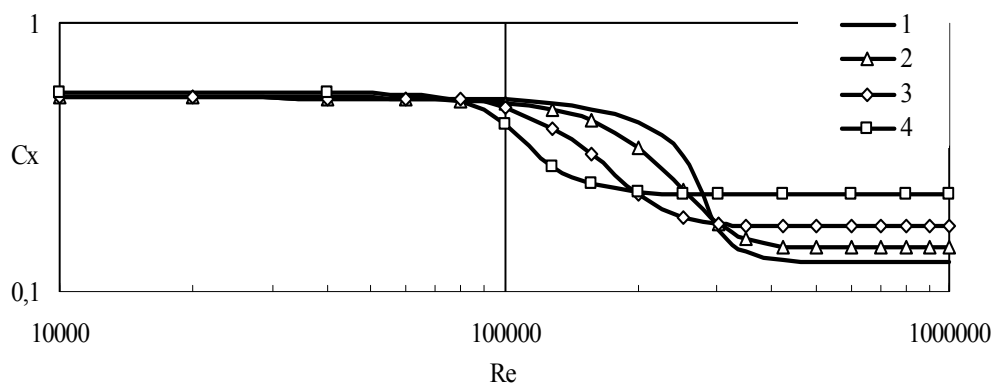


Рис. 5. Влияние шероховатости на сопротивление сферы при сверхкритических числах Re :

$$1 - k/d = 0; 2 - k/d = 5 \cdot 10^{-4}; 3 - k/d = 7 \cdot 10^{-3}; 4 - k/d = 2 \cdot 10^{-2}$$

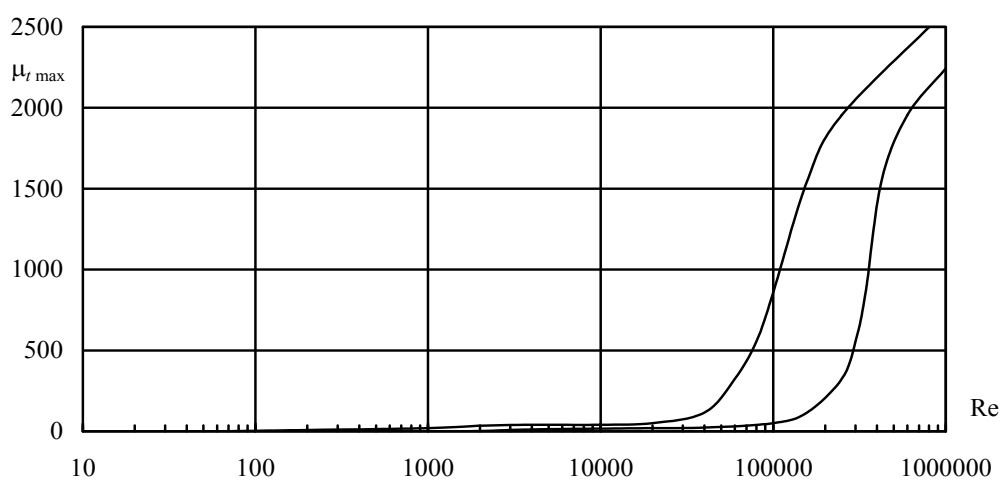


Рис. 6. Значения $\bar{\mu}_{t \max}$ для сфер с различной шероховатостью поверхности в зависимости от числа Re : $1 - k/d = 0$; $2 - k/d = 2 \cdot 10^{-2}$

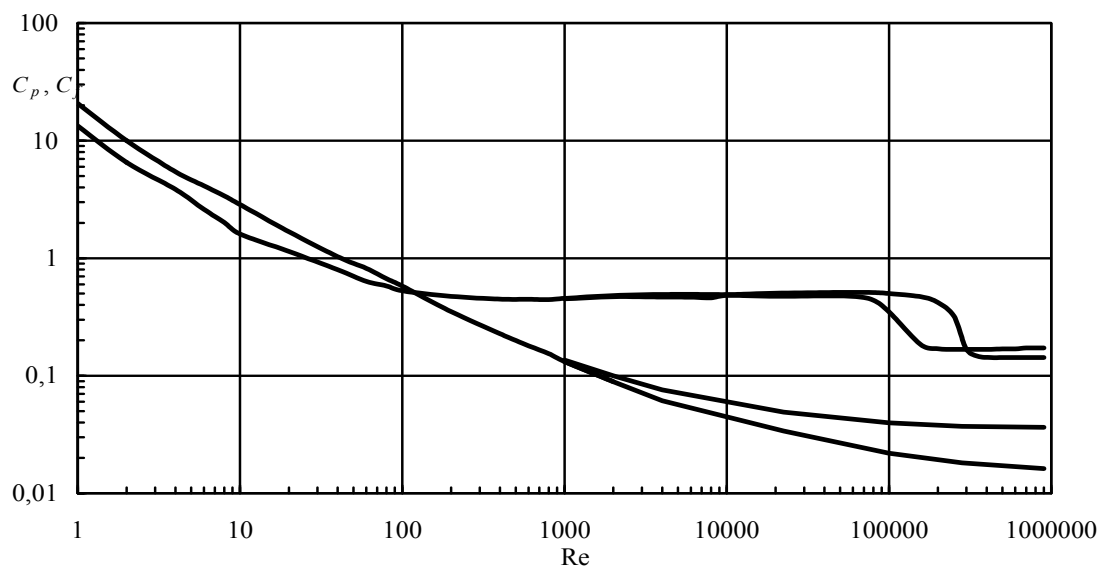


Рис. 7. Влияние шероховатости на составляющие C_x :

$$1, 2 - C_p, C_f \text{ при } k/d = 0; 3, 4 - C_p, C_f \text{ при } k/d = 2 \cdot 10^{-2}$$

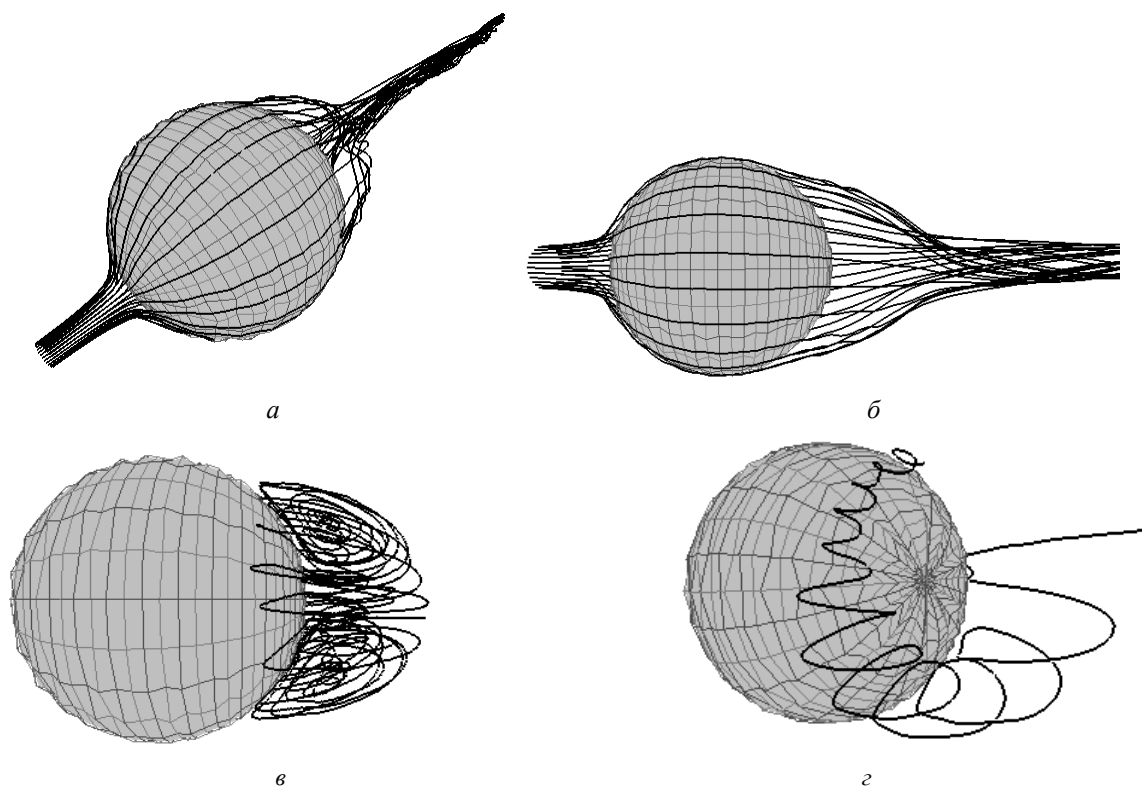


Рис. 8. Структура течения около сферы при наличии шероховатости на поверхности $k/d = 2 \cdot 10^{-2}$ для $Re = 4 \cdot 10^4$

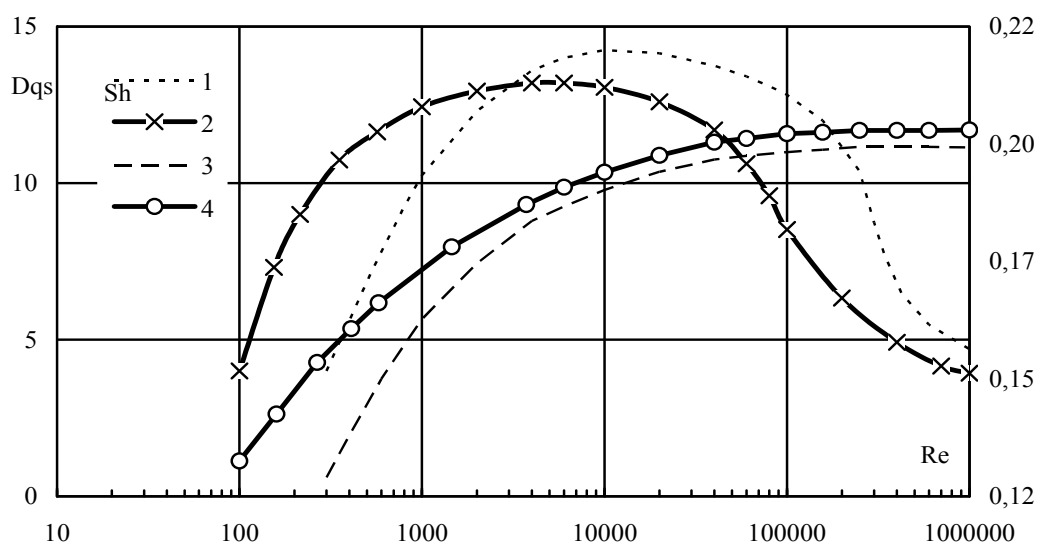


Рис. 9. Амплитуда колебаний точки отрыва пограничного слоя $\Delta\theta_s$ (1, 2) и числа Sh (3, 4) для сфер с различной шероховатостью в зависимости от числа Re : 1, 3 – $k/d = 0$; 2, 4 – $k/d = 2 \cdot 10^{-2}$

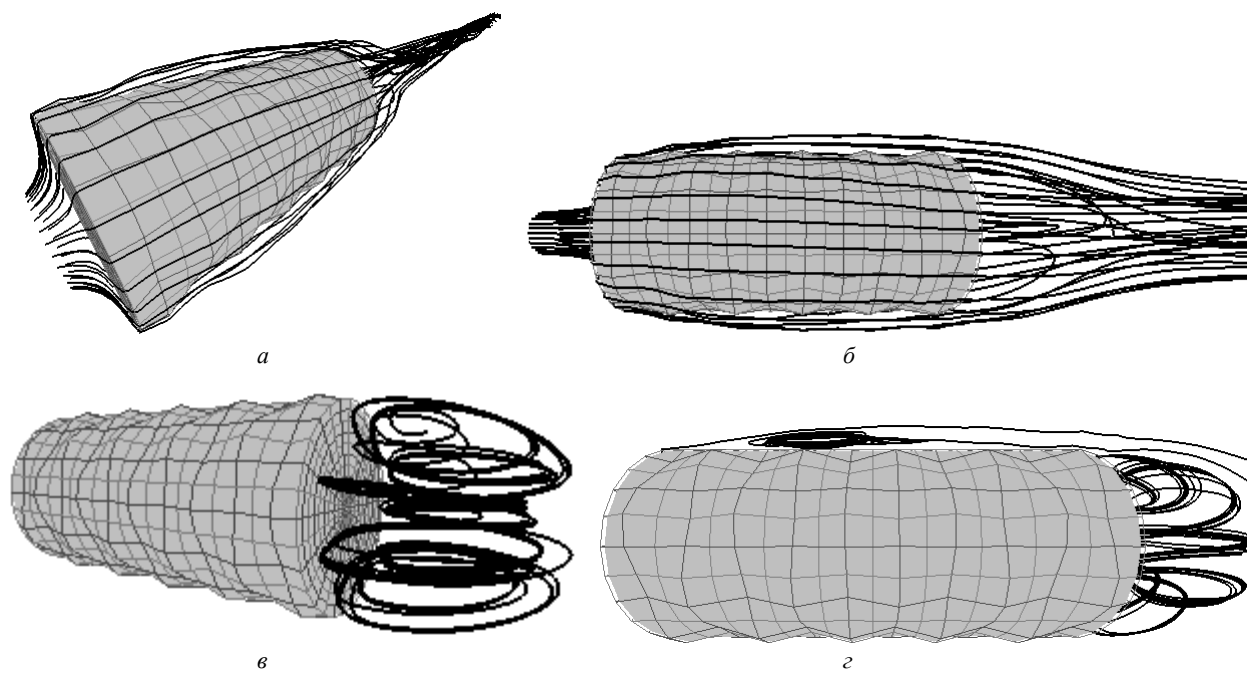


Рис. 10. Структура течения около цилиндра при наличии шероховатости на поверхности $k/d = 2 \cdot 10^{-2}$ для $Re = 4 \cdot 10^4$

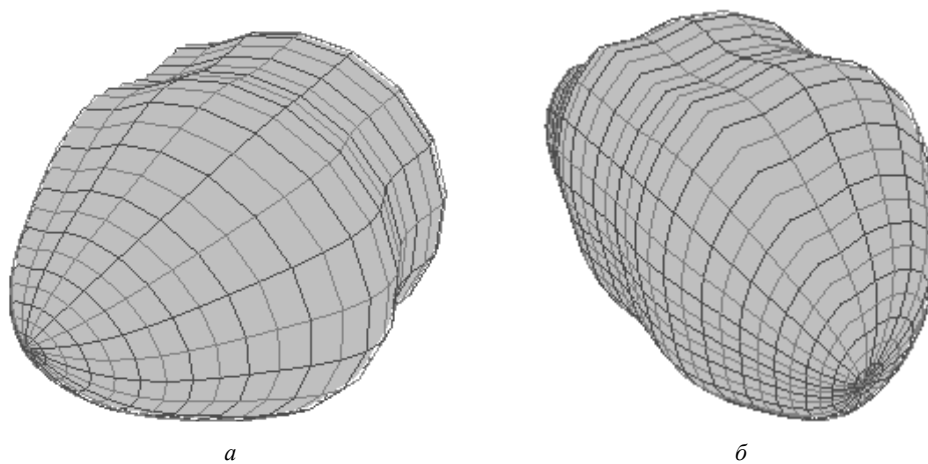


Рис. 11. Поверхность с неравномерной геометрией – «арахис»

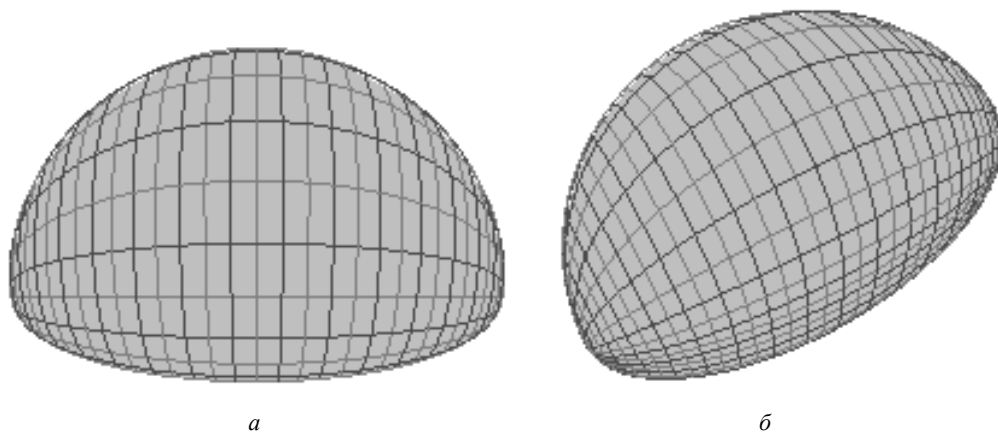


Рис. 12. Поверхность с неравномерной геометрией – неравномерно деформированный «овал»

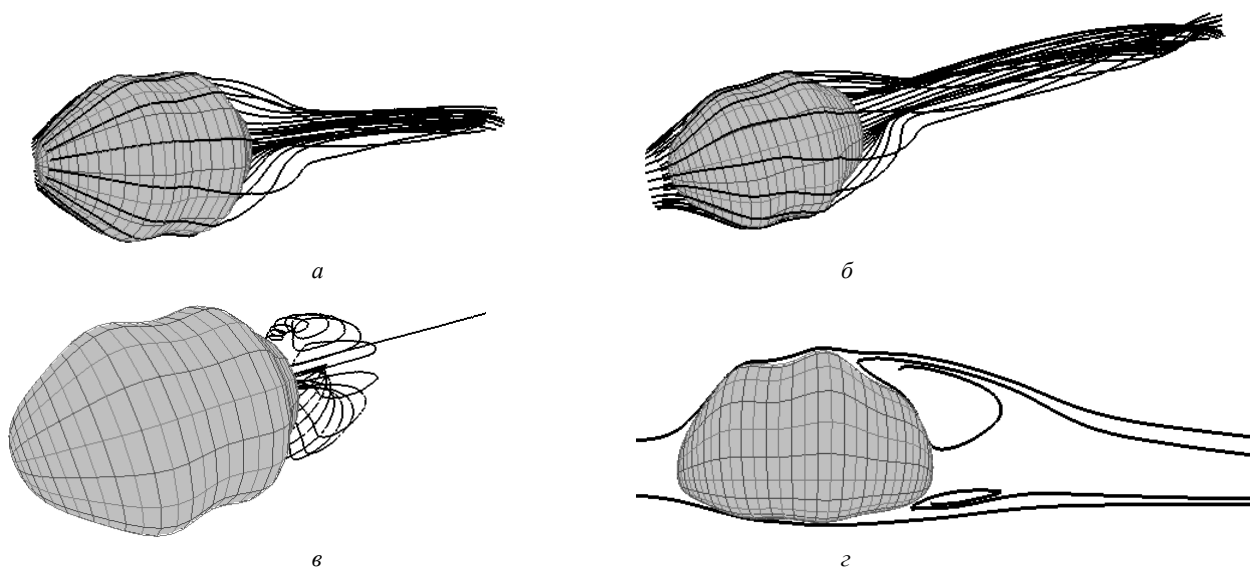


Рис. 13. Структура течения около «арахиса» замкнутой криволинейной поверхности при $Re = 4 \cdot 10^4$

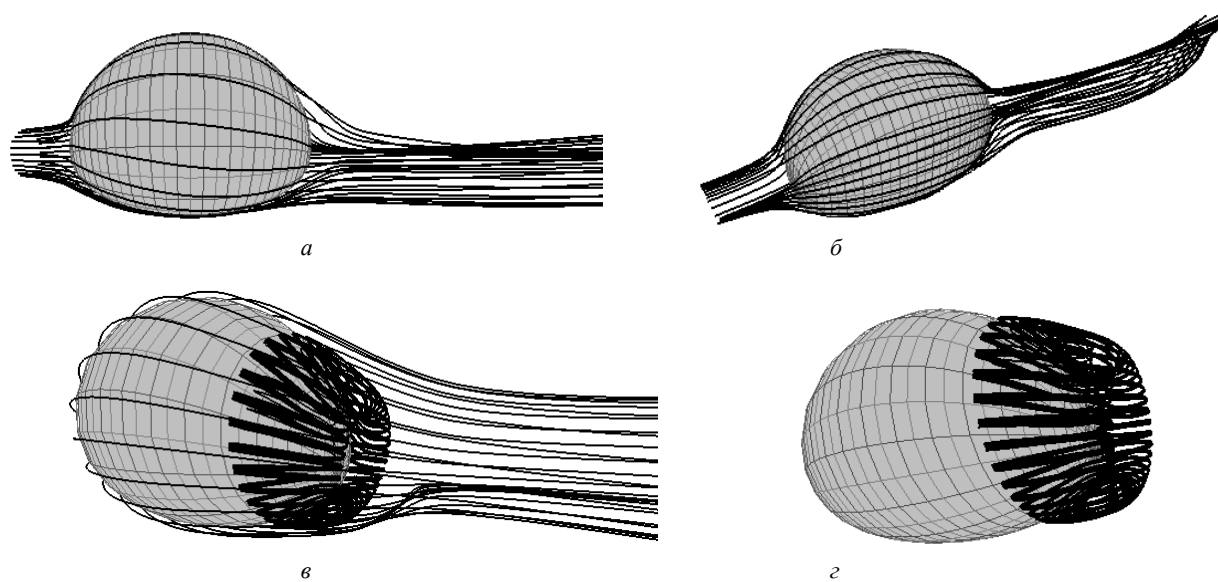


Рис. 14. Структура течения около неравномерно деформированного «овала» при $Re = 4 \cdot 10^4$

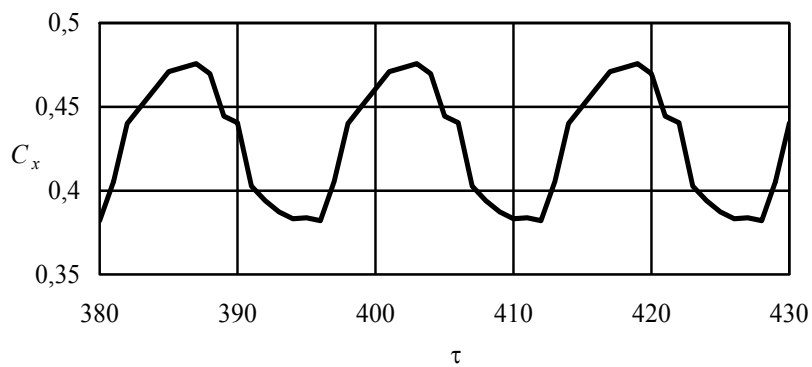


Рис. 15. Динамика установления C_x при расчете параметров течения около неравномерно деформированного «овала»

Библиографические ссылки

1. Горохов М. М., Корепанов А. В., Тенев В. А. Моделирование пространственных турбулентных течений около поверхностей со сложной геометрией // Вестн. Ижев. гос. техн. ун-та. – 2013. – № 3. – С. 155–160.

2. Горохов М. М. Математическое моделирование обтекания и горения гранул твердого топлива в турбулентных потоках : дис. ... д-ра физ.-мат. наук : 01.02.05. – М., 2005. – 258 с.

3. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости : пер. с англ. под ред. В. Д. Виленского. – М. : Энергоиздат, 1984. – 136 с.

4. Корепанов А. В. Численное моделирование горения твердого гранулированного топлива в турбулентном потоке : дис. ... канд. физ.-мат. наук : 05.13.18. – М., 2004. – 106 с.

* * *

М. М. Gorokhov, DSc (Physics and Mathematics), professor, department of Information systems, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
A. V. Korepanov, PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, department of Information systems, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

V. A. Tenenev, DSc (Physics and Mathematics), Professor, department of Mathematics, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Research of surface geometry and roughness influence on flow structure and parameters

The paper presents the research of roughness influence on flow parameters. The critical value of sphere roughness is determined, which leads to earlier transformation to the turbulent flow as compared to a smooth surface. The influence of the streamline surface geometry on the flow structure is investigated.

Keywords: roughness, turbulence, numerical modeling

Получено: 07.10.13

УДК 51-74+624.04+519.673

В. И. Данилов, заместитель главного инженера – начальник отдела качества;

ФГУП «ГУССТ № 8 при Спецстрое России»

В. Е. Лялин, доктор технических наук, профессор

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

ВЕРИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СООРУЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПРОВЕДЕНИЯ НАТУРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЙ СУЩЕСТВУЮЩЕГО СТРОЕНИЯ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ЛИТОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ГРУНТА

Рассмотрена процедура верификации математической модели сооружения на основе проведения натурного эксперимента деформации и разрушений существующего строения с учетом изменения литологического состояния грунта. Анализ результатов позволяет сделать вывод, что появление трещин на фасаде здания действительно было вызвано неравномерной осадкой фундамента, которая, в свою очередь, возникла в результате локального ухудшения свойств грунтового массива.

Ключевые слова: деформация и разрушение строения, моделирование, осадки фундамента

Математическое моделирование с применением численных методов и ЭВМ (численное моделирование) является одним из наиболее эффективных способов (а во многих ситуациях – единственно возможным) установить действительный характер работы конструкций, зданий и сооружений и позволяет путем относительно невысоких затрат детально исследовать работу самых сложных сооружений, находящихся в разнообразных условиях эксплуатации и внешних воздействий [1, 4, 7]. Необходим поиск решений практических задач, выполняемых при проектировании реальных сооружений, что позволит обеспечить безопасность сооружения окружающей застройки в ходе строительно-монтажных работ, существенно сократить материалоемкость и затраты на строительство.

Для обеспечения безаварийной эксплуатации уже существующих зданий и конструкций расчетная схема должна выбираться адекватной реальному

строению, а это возможно лишь при использовании достаточно точных и сложных расчетных моделей с учетом процессов их структурного разрушения и выявления резервов их несущей способности.

Постановка задачи

Жилое пятиэтажное кирпичное здание было построено в 1962 г. По результатам геологических изысканий на период строительства грунтовое основание являлось *однородным* до глубины 12 м. Известны физико-механические характеристики грунтов: удельный вес $\gamma = 18,1\text{--}18,3 \text{ КН/м}^3$; угол внутреннего трения $\varphi = 19\text{--}21^\circ$; удельное сцепление $c = 25\text{--}35 \text{ КПа}$; модуль деформации $E = 6\text{--}8 \text{ МПа}$.

Здание имеет 4 секции общей длиной 60 м, шириной 12 м, высотой 16 м с техническим подпольем (типовой проект серии 1-447С), с продольными несущими стенами. Толщина наружных стен 0,65 м, внутренних – 0,45 м. Материал наружных и внутренних стен – кирпич марки 100 и раствор марки 50.