

Таким образом, для произвольной биграммной матрицы может быть построен автомат M' , имеющий биграммную матрицу, сколь угодно близкую к данной. При этом следует отметить, что теорема 6 дает конструктивный способ построения такого автомата.

Библиографические ссылки

1. Хомский Н. Синтаксические структуры // Новое в лингвистике / сост. В. А. Звегинцев. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – Вып. 2. – С. 412–527.
2. Кудрявцев В. Б., Алёшин С. В., Подколзин А. С. Введение в теорию автоматов. – М.: Наука, 1985. – 320 с.
3. Ахо А., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции: в 2 т. – М.: Мир, 1978.
4. Вудс В. А. Сетевые грамматики для анализа естественных языков // Кибернетический сборник. Новая серия. – М.: Мир, 1978. – Вып. 13. – С. 120–158.
5. Бухараев Р. Г. Основы теории вероятностных автоматов. – М.: Наука, 1985. – 288 с.
6. Sleator D., Temperley D. Parsing English with a Link Grammar. Carnegie Mellon University Computer Science technical report CMU-CS-91-196, Oct. 1991. – URL: <http://arxiv.org/pdf/cmp-lg/9508004.pdf> (дата обращения: 13.05.2013).
7. Мельчук И. А. Опыт теории лингвистических моделей. Смысл $\leftrightarrow$ Текст. – М.: Наука, 1974. – 314 с.
8. Handbook of Standards and Resources for Spoken Language Systems / ed. Dafydd Gibbon, Roger Moore, and Richard Winski. – Berlin: Mouton de Gruyter, 1997. – 886 p.
9. Холоденко А. Б. О языковых моделях для систем распознавания русской речи // Интеллектуал. системы в пр-ве. – 2003. – № 1. – С. 146–155.
10. Бабин Д. Н., Мазуренко И. Л., Холоденко А. Б. О перспективах создания системы автоматического распознавания слитной устной русской речи // Интеллектуал. системы. – 2004. – Т. 8. – Вып. 1–4. – С. 45–70. – URL: <http://intsys.msu.ru/magazine/archive/v8%281-4%29/babin-045-070.pdf> (дата обращения: 13.05.2013).
11. Perplexity - a Measure of Difficulty of Speech Recognition Tasks / L. R. Bahl, J. K. Baker, F. Jelinek, and R. L. Mercer // Journal of the Acoustical Society of America. – Nov. 1977. – Vol. 62, Iss. S1. – P. S63. – Suppl. 1.
12. Kanevsky D., Monkowsky M., Sedivy J. Large Vocabulary Speaker-Independent Continuous Speech Recognition in Russian Language. Proc. SPECOM'96, St.-Petersburg, Oct. 28–31, 1996. – Pp. 117–121.
13. Kholodenko A. To the creating of the language models for Russian // V International Congress on mathematical modeling, Sept. 30 – Oct. 6, 2002. Dubna, Moscow Region. Book of abstracts. – M.: Janus-K., 2002. – Vol. 2. – P. 97.
14. Холоденко А. Б. О построении статистических языковых моделей для систем распознавания русской речи // Интеллектуал. системы. – 2002. – Т. 6. – Вып. 1–4. – С. 381–394.
15. Холоденко А. Б. О марковских регулярных языках // Материалы IX Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения», посвященного 75-летию со дня рождения О. Б. Лупанова (Москва, МГУ, 18–23 июня 2007 г.) / под ред. О. М. Касим-Заде. – М.: Изд-во механико-мат. фак. МГУ, 2007. – С. 358–361.

D. N. Babin, DSc (Physics and Mathematics), Professor, Lomonosov Moscow State University
I. L. Mazurenko, PhD (Physics and Mathematics), Senior Researcher, Lomonosov Moscow State University
A. B. Kholodenko, PhD (Physics and Mathematics), Senior Researcher, Lomonosov Moscow State University

Automata languages with frequency properties of natural languages

The article gives a brief overview of mathematical models of natural languages. Automata languages with limiting frequency properties are defined and a number of theorems about them are formulated.

Keywords: finite automaton, formal language, natural language

Получено: 08.05.13

УДК 536.421.1

В. Н. Диденко, доктор технических наук, профессор;
Р. З. Касимов, старший преподаватель;
Д. Н. Попов, кандидат технических наук, доцент
Ижевский государственный технический университет
имени М. Т. Калашникова

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В КАПСУЛИРОВАННЫХ ТЕПЛОАККУМУЛИРУЮЩИХ МАТЕРИАЛАХ

Представлена методика расчета процессов изменения фазового состояния теплоаккумулирующих материалов (ТАМ) внутри капсул различных форм с твердой теплопроводной оболочкой. В основе методики лежит предложенная авторами форма уравнения теплопроводности для одномерного нестационарного температурного поля с внутренними источниками теплоты. В качестве ТАМ рассматривался парафин – н-октадекан. Приведены профили температур при плавлении капсулы сферической формы в различные моменты времени от начала нагрева, профили температур в течение времени плавления, профили движения фронта фазового перехода при различных значениях коэффициента теплоотдачи.

Ключевые слова: численное моделирование, фазовые переходы, теплоаккумулирующие материалы

Теплоаккумулирующие материалы (ТАМ) с фазовыми переходами «плавление – отвердевание» успешно используются в теплоэнергетике для тепло-сбора больших тепловых нагрузок котлов и промышленных печей, тепловой защиты поверхностей различных устройств, стабилизации температурного режима в помещениях [1]. Функционирование ряда современных теплообменников и теплоутилизаторов основано на данном принципе.

Для исключения растрескивания расплава ТАМ закладываются в упругие оболочки-капсулы, размеры которых не препятствуют их свободному движению по трактам теплоносителей вместе с жидкостью или газом. В строительстве капсулы малых размеров включаются в состав штукатурки, наносимой на ограждающие поверхности. Капсулы, как правило, имеют симметричную форму, обусловленную технологиями их изготовления и применения.

Капсулированные ТАМ характеризуются широким диапазоном значений воспринимаемых тепловых потоков, в том числе слабых и знакопеременных.

Моделирование фазовых переходов в ТАМ предполагает решение двухфазной задачи Стефана [2], заключающейся в решении двух уравнений теплопроводности:

$$c_1 \rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda_1 \operatorname{grad} T_1) + f_1, \quad (1)$$

$$c_2 \rho_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial \tau} + V \operatorname{grad} T_2 \right) = \operatorname{div}(\lambda_2 \operatorname{grad} T_2) + f_2, \quad (2)$$

при следующих условиях Стефана на границе фазового перехода S :

- температура непрерывна, т. е.

$$[T] = 0, (x, y, z) \in S, \quad (3)$$

- тепловой поток разрывен, т. е.

$$\left[\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right] = r_{\phi} \rho u_n, \quad (4)$$

где c – массовая теплоемкость, Дж/(кг·К); ρ – плотность, кг/м³; T – температура; τ – время, с; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); V – скорость конвективного движения жидкой фазы, м/с; f – мощность внутренних источников теплоты, Вт/(м³); r_{ϕ} – теплота фазового перехода, отрицательная при плавлении и положительная при отвердевании, Дж/кг; u_n – скорость движения фронта (граница фазового перехода), м/с; x, y, z – координаты пространства, м. Индексы «1» и «2» относятся соответственно к твердой и жидкой фазам.

Положение границы S определяется условием первого рода:

$$T(x, y, z, \tau) = T^*, (x, y, z) \in S. \quad (5)$$

Здесь T^* – температура фазового перехода – величина постоянная для данного вещества.

Кинетика фазового перехода не учитывается, предполагается мгновенное выделение теплоты на

фронте фазового перехода в подготовленном слое с температурой T^* по всей толщине Δn .

При численном моделировании теплопроводности с фазовыми переходами в капсулированных ТАМ предпочтительнее, как показали исследования авторов, является явная конечно-разностная схема на неподвижной сетке. Выбор явной схемы объясняется нелинейностью уравнения теплопроводности из-за наличия фазовых переходов и зависимости теплофизических характеристик обеих фаз от температуры. Выбор неподвижной сетки обусловлен алгоритмическими сложностями моделирования одновременного протекания в различных частях капсулы с ТАМ фазовых переходов противоположного направления. При использовании на неподвижной сетке условия Стефана (4) и фиксированном шаге по пространству обычно производится итерационный подбор шага по времени на фронте фазового перехода из условия

$$\Delta \tau = r_{\phi} \rho \Delta \xi / \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial \xi} \right], \quad (6)$$

где $\Delta \xi$ – шаг по пространству; $\Delta \tau$ – шаг по времени; ξ – координата, м.

Условие (6) также предполагает наличие перед фронтом фазового перехода подготовленного слоя с толщиной $\Delta \xi$ температурой T^* по всей его толщине. При этом теплота на подготовку всего слоя с конечной толщиной $\Delta \xi$ до температуры T^* явно не учитывается.

Из уравнения (6) следует, что при фиксированных разумных значениях $\Delta \xi$ на малых $[\lambda(\partial T/\partial \xi)]$ и больших r_{ϕ} , величина $\Delta \tau$ может оказаться настолько большой, что условие Куранта не будет выполняться и решение по явной конечно-разностной схеме становится неустойчивым [3]. В случае же применения неявной схемы возникают проблемы со сходимостью решения.

Такая ситуация, в частности, возникает при слабых тепловых потоках на поверхности капсулы, а также вблизи центра симметрии (шар), оси симметрии (неограниченный цилиндр) или плоскости симметрии (пластина при одинаковом двухстороннем теплообмене).

Для решения данной проблемы авторами предлагается методика, основанная на рассмотрении в слое конечной толщины $\Delta \xi$ не только фазового перехода, но и процессов теплопроводности.

Как показано в [2] для создания экономических вычислительных алгоритмов, уравнение теплопроводности (1)–(2) и условия Стефана (3)–(5) могут быть сведены в одно уравнение теплопроводности.

Задачей данного исследования являлось получение такого обобщенного уравнения, но с измененным условием (4) в части учета неизотермичности расчетного слоя конечной толщины $\Delta \xi$ с фазовым переходом.

В капсулированных ТАМ симметричной формы температурное поле является одномерным и нестационарным, т. е.

$$T = T(\xi, \tau).$$

Капсулы с ТАМ, как правило, имеют малые размеры, поэтому свободная конвекция жидкой фазы в них практически не развивается.

Основные допущения:

- кинетика фазового перехода не учитывается;
- скорость конвективного движения жидкой фазы равна нулю;

• изменение объема капсулы от протекания в ней фазового перехода пренебрежимо мало, поэтому сеточная область является стационарной.

В обобщенном уравнении фазовый переход можно рассматривать как локализованный внутренний источник теплоты.

Для одномерного нестационарного температурного поля с внутренними источниками (стоками) теплоты известно уравнение теплопроводности [2] вида

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi^k} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^k \lambda \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + q_v. \quad (7)$$

Здесь q_v – удельная мощность внутренних источников (стоков) теплоты, Вт/(м³)

при $k = 0$, $\xi = x$ (плоская стенка);

при $k = 1$, $\xi = r$ (неограниченный цилиндр);

при $k = 2$, $\xi = r$ (сфера).

Для случая локализованных (точечных) внутренних источников (стоков) теплоты уравнение (7) преобразуется в виду

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi^k} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^k \lambda \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + \delta q_v(\tau, \xi), \quad (8)$$

$$\text{где } \delta = \begin{cases} 1 & \text{при } T = T^* \\ 0 & \text{при } T \neq T^* \end{cases}. \quad (9)$$

Для определения q_v рассматривается элементарный объем dW_i , внутри которого одновременно протекает фазовый переход и изменяется температура на границе с исходной фазой.

Введем дополнительный параметр: η – степень фазового перехода, численно равная массовой доле новой фазы в рассматриваемом объеме.

За время $d\tau$ величина η в объеме dW_i изменится на $d\eta$, и соответствующее выделение или поглощение теплоты при фазовом переходе в этом объеме будет равно

$$\partial Q_\phi = r_\phi \rho_1 dW_i \partial \eta.$$

Мощность источника в объеме dW_i

$$Q_v = \frac{dQ_\phi}{d\tau} = r_\phi \rho_1 dW_i \frac{\partial \eta}{\partial \tau}$$

и удельная мощность

$$q_v = \frac{Q_v}{dW_i} = r_\phi \rho_1 \frac{\partial \eta}{\partial \tau}. \quad (10)$$

После подстановки (10) в (8) получаем

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi^k} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^k \lambda \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + \delta r_\phi \rho_1 \frac{\partial \eta}{\partial \tau} \quad (11)$$

или

$$\frac{\partial}{\partial \tau} [c\rho T - \delta r_\phi \rho_1 \eta] = \frac{1}{\xi^k} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^k \lambda \frac{\partial T}{\partial \xi} \right). \quad (11^*)$$

Для определения $(\partial \eta / \partial \tau)$ используем уравнение теплового баланса в расчетном неизотермическом слое ТАМ конечной толщины с фазовым переходом. Схема для составления этого уравнения представлена на рис. 1. Введем обозначение T_{it} – температуру на границе расчетного слоя с исходной фазой.

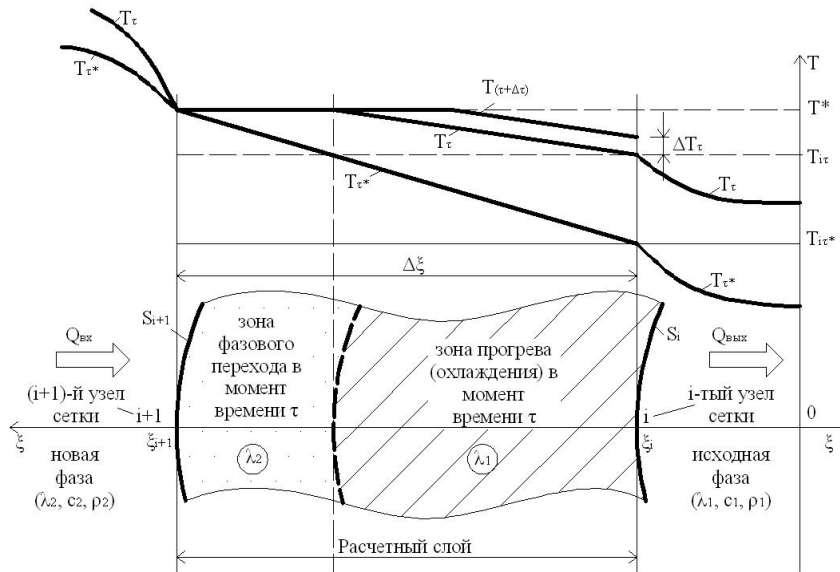


Рис. 1. Схема для уравнения теплового баланса в расчетном слое на примере плавления сферы ТАМ: τ^* – время достижения температуры фазового перехода T^* на границе расчетного слоя с новой фазой [точка $(I+1)$], s ; T_{it} – температура на границе расчетного слоя с исходной фазой в момент времени τ ; T_{it*} – значение температуры T_i в момент τ^* ; ΔT_τ – изменение температуры T_τ за время $\Delta\tau$; S_{i+1} и S_i – поверхности теплообмена расчетного слоя, проходящие через $(i+1)$ -й и i -й узлы сетки, м². Нумерация узлов сетки идет от начала координат в точке или на оси симметрии

Дополнительные допущения:

- температура на границе с новой фазой в течение всего фазового перехода не изменяется и равна T^* ;
- фазовый переход в расчетном слое толщиной $\Delta\xi$ считается полностью законченным при выполнении условия $\eta = 1$ и $T_{it} = T^*$;
- изменение температуры исходной фазы от T^* до T_{it} внутри расчетного слоя $\Delta\xi$ полагается линейным в силу малости его толщины.

Отличительной особенностью предлагаемой методики является то, что зона фазового перехода рассматривается как изменяющаяся по времени от $\eta = 0$ до $\eta = 1$ часть расчетного слоя конечной толщины $\Delta\xi$ между i -м и $(i+1)$ -м узлами сетки.

Для этого слоя уравнение теплового баланса в каждый момент времени должно учитывать как теплоту на изменение величины зоны фазового перехода с температурой T^* , так и теплоту на изменение температуры в зоне прогрева (охлаждения), где еще не начался фазовый переход.

В соответствие с принятой расчетной схемой уравнение баланса теплоты записывается в следующем виде:

$$\Delta\tau(Q_{\text{вх}} - Q_{\text{вых}}) = -r_{\phi} m_i \Delta\eta + q_{\lambda}, \quad (12)$$

где $\Delta\tau$ – шаг по времени; m_i – масса расчетного слоя, кг; $\Delta\eta$ – изменение массовой доли новой фазы в расчетном слое за время $\Delta\tau$; $Q_{\text{вх}}$ и $Q_{\text{вых}}$ – тепловые потоки на внешних границах расчетного слоя, Вт; q_{λ} – теплота, идущая на изменение температуры в зоне прогрева (охлаждения) расчетного слоя, Дж. Из рис. 1

$$q_{\lambda} = c_1 (1 - \eta) m_i \Delta T_{\text{cp}} = \frac{1}{2} c_1 (1 - \eta) m_i \Delta T_{it},$$

где ΔT_{cp} – приращение средней температуры в зоне прогрева (охлаждения) за время $\Delta\tau$.

$$Q_{\text{вх}} = -\lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_{i+1} S_{i+1}; \quad (13)$$

$$Q_{\text{вых}} = -\lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_i S_i. \quad (14)$$

Подстановка (13) и (14) в (12) дает приращение степени фазового перехода за время $\Delta\tau$:

$$\Delta\eta = \frac{\Delta\tau \left[\lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_{i+1} S_{i+1} - \lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_i S_i \right] - \frac{1}{2} c_1 (1 - \eta) m_i \Delta T_{it}}{r_{\phi} m_i}.$$

Откуда окончательно для подстановки в (11)

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \frac{\left[\lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_{i+1} S_{i+1} - \lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_i S_i \right] - \frac{1}{2} c_1 (1 - \eta) m_i \frac{\partial T_{it}}{\partial \tau}}{r_{\phi} m_i}. \quad (15)$$

Так как во время фазового перехода в расчетном слое изменяется только температура T_{it} на границе с

исходной фазой, то подстановка (15) в (11) окончательно дает следующую обобщенную форму расчетного уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} \left[c\rho + \frac{1}{2} \delta c_1 \rho (1 - \eta) \right] = \frac{1}{\xi^k} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^k \lambda \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + \delta \frac{k+1}{\xi_{i+1}^{k+1} - \xi_i^{k+1}} \left[\lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_{i+1} \xi^k - \lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_i \xi^k \right]. \quad (16)$$

При решении уравнения (16) значения теплофизических характеристик ТАМ в точках $I + 1/2$ расчетного слоя определяются по следующим усредненным зависимостям:

$$c = c_1 (1 - \eta) + c_2 \eta,$$

где c_1 и c_2 – массовые теплоемкости фаз, Дж/(кг·К);

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{1}{v_1 (1 - \eta) + v_2 \eta},$$

где v_1 и v_2 – удельные объемы фаз, (м³/кг).

$$\lambda = \frac{1}{\frac{\eta}{\lambda_2} + \frac{1 - \eta}{\lambda_1}}.$$

Принятый способ определения теплофизических характеристик позволяет «сгладить» их скачки на фронте фазового перехода.

Методика тестировалась по известному [4] аналитическому решению уравнения теплопроводности для однородной сферы при нестационарном режиме. Расхождение результатов численного и аналитического решения составило менее 1 %. Методика также тестировалась на классической однофазной задаче Стефана [2]. В этом случае максимальное расхождение полученных результатов составляло не более 3 %.

Численный расчет проводился по явной конечно-разностной схеме [3].

На рис. 2, 3 и 4 представлены результаты расчетов плавления капсулы сферической формы радиусом $r_c = 5$ мм при различных значениях коэффициента теплоотдачи. В качестве ТАМ рассматривался н-парафин C₁₈H₃₈ (н-октадекан) с температурой плавления $T^* = 301$ К и теплотой фазового перехода $r_{\phi} = 244\,000$ Дж/кг.

Начальные условия

$$T(r, \tau_0) = T_0.$$

Граничные условия

$$\alpha [T_{\text{окр}} - T(r_c, \tau)] = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_c},$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = 0.$$

Здесь T_0 – начальная температура сферы; $T_{\text{окр}}$ – температура окружающей среды. В расчетах принималось $T_0 = 263$ К, $T_{\text{окр}} = 331$ К.

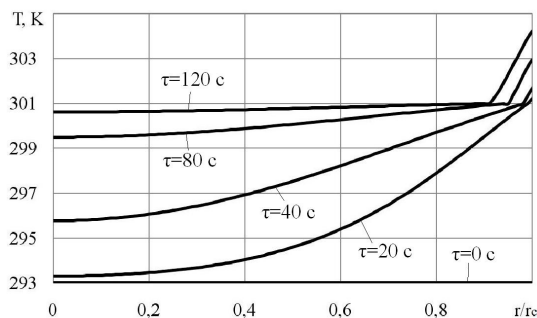


Рис. 2. Изменение температуры по радиусу сферы при плавлении в различные моменты времени при $\alpha = 23 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$

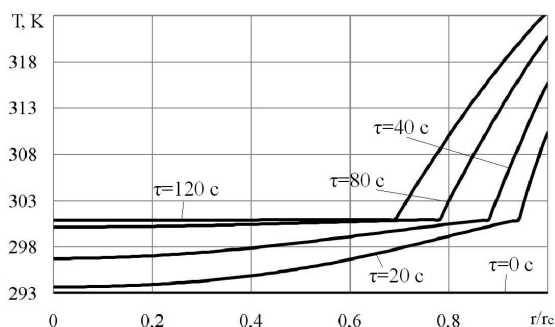


Рис. 3. Изменение температуры по радиусу сферы при плавлении в различные моменты времени при $\alpha = 120 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$

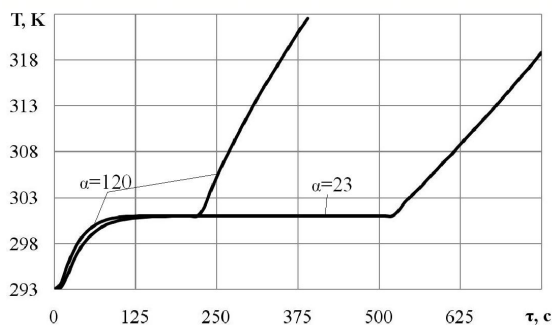


Рис. 4. Изменение температуры в точке $r/r_c = 0,5$ в течение времени плавления сферы при различных значениях коэффициента теплоотдачи

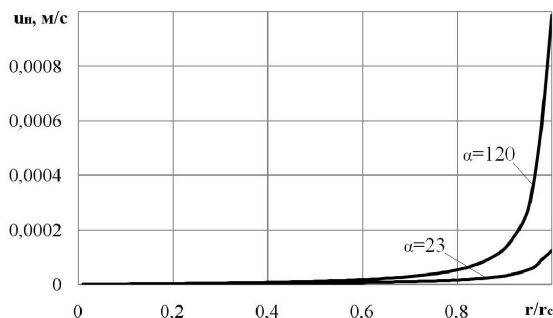


Рис. 5. Изменение скорости движения фронта фазового перехода u_n по радиусу сферы при различных значениях α

Представленные результаты численного моделирования фазовых переходов свидетельствуют об адекватности предложенной методики процессам, происходящим в капсулированных ТАМ. Методика позволяет использовать явную конечно-разностную схему на неподвижной сетке без ограничений шага по времени при фиксированном шаге по пространству.

Библиографические ссылки

1. Бекман Г., Гилли П. Тепловое аккумулирование энергии : пер. с англ. под ред. В. М. Бродянского. – М. : Мир, 1987. – 272 с.
2. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача. – М. : Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
3. Вержбицкий В. М. Основы численных методов : учеб. для вузов. – М. : Высш. шк., 2002. – 840 с.
4. Теория тепломассообмена : учеб. для энергомашинистов. специальностей вузов / под ред. А. И. Леонтьева ; С. И. Исаев, И. А. Кожин, В. И. Кофанов и др. – М. : Высш. шк., 1979. – 495 с.

V. N. Didenko, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

R. S. Kasimov, Senior Lecturer, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

D. N. Popov, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

The phase transitions modeling in encapsulated thermal storage materials

This article describes the method of designing the phase change processes of heat storage materials in capsules of different forms with a solid heat-conducting shell. The basis of the method is heat conductivity equation that is applied for one-dimensional nonstationary temperature area with internal heat sources. This equation is written for a fixed grid of the phase transition zones allocation and is proposed by the authors. Paraffin-octadecane was considered as heat storage material. The profiles of temperature during melting of a spherical capsule at different times, the profiles of the phase transition front at different values of heat transfer coefficient are shown.

Keywords: numerical modeling, phase transitions, thermal storage materials

Получено: 25.04.13