УДК 004.023:519.834

□. K. RZjZ , аспирант
Ижевский государственный технический университет

ПРИМЕНЕНИЕ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ИГРОВЫХ ЗАДАЧ С КОАЛИЦИОННОЙ СТРУКТУРОЙ

JZkkfhlj□eZ hafhghklv ijbfggby ZjZZ whexpbhgguo \uqbkegbc d jrgbx aZ k dhZbpbhgghc kljmdlmjhc . Ijehgu ZhjblF jrgby lZbo aZ , Z laZ kihkh[gZh^ - gby «kijZbhlh » eZ kjb mqZlgbdh\ dhZbpbc , hkghZguc gZ jZijegbb \ubjurZ bjlh - dh\ ijhihjpbhgZvgh bo iheaghfm \dezZa \ hsbc \ubjur dhZbpbb . JZlZ ZhjblfZ ijhfhgkl - jbjhZ gZ ijbfj ihbkdZ hilbfZvghc kljmdlmju b jZijegby \ubjurZ fm bjhdZb .

Dexqu **keh□ :** коалиционные игры, генетический алгоритм, дележ, оптимальная структура

В настоящее время методы и алгоритмы теории игр находят все более широкое применение в моделировании, исследовании и решении задач экономики и управления в различных отраслях и социотехнических системах. Реальные объекты управления часто действуют не поодиночке, а группируясь друг с другом определенным образом с целью достижения общих интересов, поэтому становится актуальным и необходимым рассматривать их коалиционное взаимодействие. Такое взаимодействие можно описать с помощью теории коалиционных игр [1–3], а непосредственно для решения полученной задачи можно использовать генетические алгоритмы. Генетические алгоритмы позволяют естественным образом построить процесс образования и роста коалиционной структуры и в силу своей специфики сами хорошо отражают конкурентную борьбу коалиций, так как конкуренция и естественный отбор лежат в основе работы всех эволюционных методов.

Пусть есть конечное множество игроков $I = \{1, 2, \ldots, n\}$, и для каждого игрока в общем случае определено множество его стратегий S_i, которые он может использовать для достижения своих целей и максимизации возможного выигрыша. В коалиционных играх игрокам разрешено образовывать коалиции, т. е. коллективы, выделяемые из общего множества игроков либо едиными целями, либо возможностью совершать совместные действия, либо тем и другим. Коалицией называется любое подмножество множества игроков, $K \subseteq I$. Образовав коалицию, множество игроков K действует против остальных как один игрок, и выигрыш этой коалиции зависит от применяемых игроками стратегий. Для любой непустой коалиции K множество ее стратегий определяются прямым декартовым произведением стратегий входящих в нее игроков $S_K = \prod_{i \in K} S_i$. Функция V: $K \subseteq I \to R$, которая каждой коалиции $K \subseteq I$ ставит в соответствие ее выигрыш $V(K)$, называется характеристической (функцией выигрыша). Поскольку функция $V(K)$ описывает коалиционное взаимодействие игроков, то игра может быть задана в форме характеристической функции. Игра в характеристической форме задается множеством игроков I и характеристической функцией V на его подмножествах.

Решение игры с коалиционной структурой заключается в поиске дележа выигрыша $x = (x_1, x_2, > , x_n)$ и разбиения игроков на коалиции.

Одним из фундаментальных принципов теории коалиционных игр является принцип существенности игры, который отражает синергетический эффект от объ-

© Шаура А. С., 2011

единения ресурсов и стратегий игроков. Выполнение этого принципа означает, что выигрыш x_i, получаемый каждым игроком в коалиции, должен быть больше, чем выигрыш $V(i)$, который получил бы этот игрок, действуя самостоятельно (условие индивидуальной рациональности) [2]:

$$x_i > V(i), \quad i \in K. \tag{1}$$

Таким образом, необходимым условием образования коалиции является условие взаимной полезности для игроков.

Выполнение только необходимого условия образования коалиций недостаточно для обеспечения их устойчивости. В классической постановке коалиционных игр устойчивость коалиции обеспечивается индивидуально-рациональным распределением выигрыша коалиции – дележом. Эффективный дележ лишает игроков мотиваций перехода в другие коалиции или отказа от участия в игре, т. е. обеспечивает ее устойчивость.

В общем случае существует возможность взаимных пересечений коалиций, т. е. в одной и той же коалиции одни игроки могут принадлежать еще какой-то другой коалиции, а другие – нет. Однако дальше ограничимся рассмотрением случая, когда коалиции попарно не пересекаются.

В ходе решения помимо нахождения коалиций необходимо найти и некоторое распределение выигрыша. В бескоалиционных играх отнесение выигрышей к отдельным игрокам и предположение о независимости их действий, хотя и упрощают математическую сторону вопроса, но ограничивают возможности практических приложений. Учет коллективных выигрышей и совместных действий групп игроков приводит к необходимости построения иной теории распределения дележа между участниками коалиции.

Пусть множество игроков в ходе игры объединились в коалицию $K \subseteq I$. Тогда в результате совместных действий они получат некоторый дополнительный выигрыш (2) сверх того, что могли бы получить, действуя самостоятельно.

$$V(K) - \sum_{i \in K} V(i). \tag{2}$$

Разность (2) характеризует преимущество, получаемое игроками от вступления в коалицию K, т. е. синергетический эффект. При этом каждый игрок, вступивший в коалицию, не может получить долю выигрыша меньшую, чем (1), а в совокупности они не могут выиграть больше, чем (3) – условие коллективной рациональности [3]:

$$\sum_{i \in K} x_i = V(K). \tag{3}$$

Таким образом, между игроками $i \in K$ должен быть справедливо распределен весь выигрыш $V(K)$ коалиции K. В качестве «справедливого» дележа в отношении участников конкретной игры будем рассматривать такой дележ, когда выигрыш игрока $i \in I$ представляет собой сумму выигрыша $V(i)$, который получил бы игрок, действуя в одиночку, и некоторой части от разности $V(K) - \sum_{i \in K} V(i)$, пропорциональной полезному вкладу этого игрока в выигрыш коалиции $V(K)$.

Под полезным вкладом i игрока в выигрыш $V(K)$ коалиции K будем понимать разность (4):

$$V(K)-V(K\setminus i)-V(i), \tag{4}$$

где $V(K\setminus i)$ – выигрыш коалиции $K\setminus i$, т. е. без участия игрока i. Тогда если $i\in K$, то его полный выигрыш будет вычисляться как

$$x_i = V(i)+\alpha_i\left(V(K)-\sum_{i\in K}V(i)\right),\ i=1!\quad n. \tag{5}$$

Коэффициенты пропорциональности α_i, обуславливающие справедливость дележа $x=\left(x_1, x_2, >\ , x_n\right)$, рассчитываются по формуле:

$$\alpha_i = \frac{V(K)-V(K\setminus i)-V(i)}{\sum_{j\in K}\left(V(K)-V(K\setminus j)-V(j)\right)}. \tag{6}$$

Предлагаемый дележ, построенный в соответствии с (5) и (6), удовлетворяет требованиям индивидуальной (1) и коллективной (3) рациональностей. Действительно, если игрок не участвует ни в какой коалиции, то его выигрыш равен $x_i = V(i)$, иначе он определяется в соответствии с (5), и тогда $x_i > V(i)$. Просуммировав доли всех игроков некоторой коалиции K, получим:

$$\sum_{i\in K}x_i = \sum_{i\in K}\left[V(i)+\alpha_i\left(V(K)-\sum_{i\in K}V(i)\right)\right]=$$

$$=\sum_{i\in K}V(i)+\sum_{i\in K}\left[\frac{V(K)-V(K\setminus i)-V(i)}{\sum_{j\in K}\left(V(K)-V(K\setminus j)-V(j)\right)}\left(V(K)-\sum_{i\in K}V(i)\right)\right]=$$

$$=\sum_{i\in K}V(i)+1\left(V(K)-\sum_{i\in K}V(i)\right)=V(K),$$

т. е. участники коалиции в совокупности получат не больше и не меньше, чем выигрыш $V(K)$, как и требуется по условию (3).

Поиск оптимального дележа и коалиционной структуры проводился с помощью генетического алгоритма. Применение генетического алгоритма к решению коалиционных игр позволяет последовательно формировать коалиции на множестве игроков, оценивать их и распределять выигрыш, поэтапно отбирая наиболее эффективные решения. Таким образом, решается не только задача нахождения дележа, но и задача определения состава коалиций, в которых задействованы игроки.

Для задания в игре коалиционного разбиения хромосомы можно строить по принципу матрицы смежности (рис. 1): значение 1 на пересечении i строки и j столбца, если игроки i и j состоят в одной коалиции, и 0 – в противном случае.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \{1,2\},\{3,5\},\{4\}$$

Jhk. *1.* Пример кодирования коалиционной структуры

Хромосомы, построенные в соответствии с рис. 1, позволяют закодировать любое разбиение множества игроков *I* на взаимно непересекающиеся коалиции.

Учитывая специфику задания хромосом, необходимо определить операторы скрещивания и мутации. Используемый в работе оператор скрещивания берет от родительской пары хромосом общую часть, а остальное разыгрывается случайным образом, с соблюдением корректности описания коалиций. Пример такого скрещивания представлен на рис. 2.

jhbl_ev 1 jhbl_ev 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\{1,2\},\{3,5\},\{4\} \qquad \{1,2,3,4\},\{5\}$$

возможные потомки:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\{1,2\},\{3,4\},\{5\} \qquad \{1,2,3,5\},\{4\} \qquad \{1,2\},\{3,4,5\}$$

Jhk. *2.* Пример кодирования коалиционной структуры

Работа оператора мутации заключается в добавлении или удалении случайного игрока из некоторой коалиции.

Дополнительно увеличить разнообразие особей можно, вводя, например, время от времени в популяцию хромосому, описывающую бескоалиционную ситуацию.

Каждая хромосома представляет собой один из возможных раскладов в игре. Функция приспособленности особей складывается из выигрышей коалиций, которые, в свою очередь, зависят от действий входящих в них игроков.

Рассмотрим работу алгоритма на примере следующей задачи. Пусть группа работников *I* выполняет некоторую работу, причем каждый из работников *i* может

выполнить определенный объем работы и заработать сумму a_i. Кроме этого, некоторые из работников $i \in I$ могут изменить заработок другого работника *j* на сумму b_{ij} (как увеличить, так и уменьшить), если будут работать с ним в одном коллективе. Требуется найти ситуацию, когда группа работников *I* заработает наибольшую сумму, и определить соответствующее ей распределение заработка.

В соответствии с условием, заработок некоторой коалиции *K* составит:

$$V(K) = \sum_{i \in K} \left(a_i + \sum_{j \in K \setminus i} b_{ij} \right) = \sum_{i \in K} a_i + \sum_{\substack{i,\, j \in K \\ i \neq j}} b_{ij}.$$

Для наглядности рассмотрим очевидный пример, когда группа *I* состоит из пяти работников, а значения a_i и b_{ij} заданы в соответствии с (7) и (8):

$$\left(a_i\right) = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \tag{7}$$

$$\left(b_{ij}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{8}$$

В соответствии с кодированием, представленным на рис. 1, решение такой игры имеет вид:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \{1,3,4\}, \{2\}, \{5\},$$

$$V(I) = 15, \quad x = \left(5, 5, 2, 2, 5, 2, 3\right).$$

Таким образом, в игре имеет место коалиция $\{1, 3, 4\}$, а игроки 2 и 5 действуют самостоятельно, при этом суммарный выигрыш $V(I)$ составляет 15 единиц и распределяется между участниками как $x = \left(5, 5, 2, 2, 5, 2, 3\right)$. Игроки 2 и 5 получили лишь то, что смогли заработать сами, в то время как игроки 1, 3 и 4 увеличили свой выигрыш: $V(\{1,3,4\}) = 10$, хотя $V(\{1\}) + V(\{3\}) + V(\{4\}) = 5$. По формуле (4) получим, что вклады игроков 1, 3 и 4 в выигрыш коалиции $\{1,3,4\}$ равны 3, 5 и 2 соответственно, поэтому они делят разницу (2), равную

$$V(\{1,3,4\}) - \left(V(\{1\}) + V(\{3\}) + V(\{4\})\right) = 10 - 5 = 5$$

в пропорциях $\frac{3}{10}$, $\frac{5}{10}$ и $\frac{2}{10}$, и получают дополнительно по 1,5, 2,5 и 1 единице выигрыша. Окончательный вектор дележа получается сложением: $x=\left(4+1{,}5,\ 2,\ 0+2{,}5,\ 1+1,\ 3\right)$, т. е. $x=\left(5{,}5,\ 2,\ 2{,}5,\ 2,\ 3\right)$.

Рассмотрим еще один пример, который отличается от первого только значениями b_{ij}:

$$\left(b_{ij}\right)=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (9)$$

В этом случае решение не единственно: как видно из (9), игрок 3 может образовать коалицию либо с 1-м игроком, либо с 5-м, причем сумма выигрыша $V(I)$ в этих ситуациях будет одинаковой. Все три игрока (1, 3 и 5) войти в состав одной коалиции не могут, поскольку игроки 3 и 5, действуя вместе, уменьшают выигрыш друг друга, что и отражается в решениях:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \{1,3\},\{2,4\},\{5\},$$

$$V(I)=16,\ \ x=\left(5,\ 4,\ 1,\ 3,\ 3\right),$$

либо второй вариант:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \{1\},\{2,4\},\{3,5\},$$

$$V(I)=16,\ \ x=\left(4,\ 4,\ 1,\ 3,\ 4\right).$$

В этом примере действует уже не одна коалиция, а две, причем возможны варианты: $\{1,3\},\{2,4\},\{5\}$ или $\{1\},\{2,4\},\{3,5\}$ – в зависимости от того, какой из игроков (1 или 5) входит в коалицию с 3-м игроком, тот игрок и получает дополнительно 1 единицу выигрыша, в то время как доли остальных игроков и сумма $V(I)=16$ остаются постоянными.

Приведенные примеры показывают возможность применения изложенного подхода к решению задач с коалиционной структурой. Использование эволюцион-

ных методов позволяет сделать процесс поиска решения более естественным и может быть полезным в задачах моделирования образования и взаимодействия коалиций. Распределение выигрыша между игроками само по себе является сложной проблемой, и способ ее решения зависит от контекста конкретного примера, но тем не менее описанный подход может успешно применяться во многих практических задачах.

Kibkhd ebIJmju

1. Hmwg=. Теория игр / пер. с англ. И. Н. Врублевская и др. : под ред. А. А. Корбут ; вступ. ст. Н. Н. Воробьев. – М. : Мир, 1971. – 230 с. URL: http://depositfiles.com/ru/files/jz46vnha2 (дата обращения: 03.05.2011).

2. kjh[v\ G. G. Коалиционные игры // Теория вероятности и ее применение. – 1967. – Т. 12, вып. 2. – С. 289–306.

3. kjh[v\ G. G. Теория игр для экономистов-кибернетиков. – М. : Наука, 1985. – 272 с. URL: http://depositfiles.com/ ru/files/5468603 (дата обращения: 03.05.2011).

***

A. S. Shaura, Postgraduate Student, Izhevsk State Technical University

Use of Genetic Algorithms to Solve Game Problems with Coalition Structure

The possibility of using evolutionary computing to solve games theory problems with coalition structure is considered. The algorithm for solving such problems is proposed as well as a way to find a "fair" division among the members of the coalition, based on the distribution of the players reward in proportion to their useful deposition to the overall coalitions reward. The algorithm is demonstrated by the example of finding the optimal structure and the distribution of reward between players.

Keywords: alliance games, genetic algorithm, division, optimal structure

Получено: 25.04.11

УДК 004.891

J. *B. Yggbdh* , аспирант;
G. *K. JrlgbdhZ* , студентка
Ижевский государственный технический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЕКТОВ В РАМКАХ КИОТСКОГО ПРОТОКОЛА

JZkkfZljb\Z_lky kipbZbabjhgZ kbklfZ hpgdb wdhghfbqkdhc wnndlbghklb ijhdlh\ \ jZ\Z Dbhlkdhh ijhlhdheZ . Ijbju ihdZZeb hpgdb wdhghfbqkdhc wnndlbghklb . Bkke_-hgZ qmklblevghklv ihdZZec wnndlbghklb ijhdlh\ \ jZ\Z Dbhlkdhh ijhlhdheZ .

Dexqu keh* **:** Киотский протокол, проекты совместного осуществления, экономическая эффективность, показатели, погрешность, чувствительность

Общепризнано, что одной из важнейших причин изменения климата являются выбросы парниковых газов. Ученые пришли к выводу, что рост концентрации трех основных парниковых газов в индустриальную эпоху с очень высокой степенью вероятности (не менее 90 % по оценкам Межправительственной группы экспертов по изменению климата – МГЭИК) является результатом хозяйственной деятельно-

© Янников Р. И., Решетникова Н. С., 2011