

УДК 621.1.016.4+697.978+662.925.6

А. Э. Пушкиров, доктор технических наук, профессор  
 И. А. Пушкиров, ассистент  
 ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РОТОРНОГО РЕГЕНЕРАТИВНОГО ТЕПЛООБМЕННИКА

*Рассматривается один из способов снижения потребления энергоресурсов путем утилизации тепла вытяжного воздуха с помощью роторного регенератора. При допущении бесконечно большой теплопроводности теплоносителей и вращающейся матрицы получены аналитические зависимости для их температур.*

**Ключевые слова:** альтернативные источники энергии; роторный регенеративный теплообменник.

Рациональное использование энергетических ресурсов – одна из наиболее важных задач для экономики Российской Федерации. В этом направлении перспективным является использование нетрадиционных и возобновляемых источников энергии. Особенности преобразования ветровой энергии в условиях малых скоростей ветра, характерных для большей части России, рассматривались в работах [1–6]; функции и структура теплоснабжения зданий с помощью тепловых насосов – в публикациях [7–9]; особенности совместного использования ветрогенератора и теплового насоса – в статье [10]; альтернативные системы отопления – в работах [11–13].

Эффективным способом снижения потребления энергоресурсов является утилизация тепла такого низкопотенциального источника энергии, как вытяжной воздух [14–16]. В последнее время для этих целей все чаще используются роторные регенераторы, обладающие высоким КПД.

Роторные теплообменники относятся к классу регенеративных теплообменников. При прохождении горячего теплоносителя стенки матрицы нагреваются, аккумулируя теплоту, затем передают ее проходящему холодному теплоносителю. В теплообменнике (рис. 1) вращающаяся матрица 1 размещена в корпусе 2, разделенном пластинами 4, образующими две секции для горячего и холодного теплоносителей.

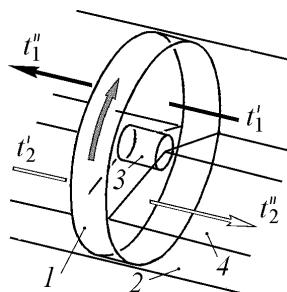


Рис. 1. Схема роторного регенеративного теплообменника: 1 – тепlopерающая матрица; 2 – корпус; 3 – вал; 4 – разделяльная пластина

В течение одного оборота (цикла) длительностью  $\tau_{\text{ц}}$  матрица за время  $\tau_r$  получает теплоту от горячего теплоносителя, а за время  $\tau_x$  отдает его холодному теплоносителю;  $\tau_{\text{ц}} = \tau_r + \tau_x$ . Температура горячего теплоносителя при  $\tau = 0$   $t_1 = t_1'$ , при  $\tau = \tau_r$   $t_1 = t_1''$ ;

холодного – при  $\tau = 0$   $t_2 = t_2'$ , при  $\tau = \tau_x$   $t_2 = t_2''$ . При этом температура матрицы в начале периода ее нагрева  $t_{w1} = t_w'$ , в конце периода нагрева при  $\tau = \tau_r$   $t_{w1} = t_w''$ ; в начале периода охлаждения  $t_{w2} = t_w''$ , в конце периода охлаждения при  $\tau = \tau_x$  снова  $t_{w2} = t_w'$ .

Процесс передачи теплоты описывается дифференциальным уравнением нестационарной теплопроводности  $a\nabla^2 t + \frac{Q_V}{c\rho} = \frac{dt}{d\tau}$ , где  $a$  – коэффициент температуропроводности;  $Q_V$  – тепловой поток единицы объема;  $c$  – удельная теплоемкость;  $\rho$  – плотность;  $t$  – температура;  $\tau$  – время [17].

В приближенном расчете вращающегося регенератора в качестве основного допущения принято, что матрица и теплоносители обладают бесконечно большой теплопроводностью [18]. Тогда температуры матрицы и теплоносителей по всему объему в каждый момент времени будут практически одинаковы  $\nabla^2 t = 0$  и  $\frac{dt}{d\tau} = \frac{Q_V}{c\rho}$ .  $Q_V$  рассматривается как фиктивный источник, обусловленный конвективным теплообменом на границах тела:  $Q_V = \frac{\alpha F(t - t_w)}{V}$ ,

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи;  $F$  – поверхность теплообмена (поверхность матрицы);  $V$  – объем матрицы;  $t$  – температура теплоносителя;  $t_w$  – температура матрицы. Таким образом, для нагрева

$$(t_1 - t_{w1})d\tau = \frac{c_w M_w}{\alpha_r F_r} dt_{w1}, \quad (1)$$

для охлаждения

$$(t_{w2} - t_2)d\tau = -\frac{c_w M_w}{\alpha_x F_x} dt_{w2}. \quad (2)$$

Здесь  $M_w = \rho V$  – масса матрицы.

Считается также, что за период  $\tau_r$  в регенераторе находится масса горячего теплоносителя  $M_r = G_r \tau_r$ , а за период  $\tau_x$  – масса холодного теплоносителя  $M_x = G_x \tau_x$ . Тогда охлаждение горячего теплоносителя описывается уравнением:

$$(t_1 - t_{w1})d\tau = -\frac{c_{pr}M_r}{\alpha_r F_r} dt_1; \quad (3)$$

нагрев холодного теплоносителя:

$$(t_{w2} - t_2)d\tau = \frac{c_{px}M_x}{\alpha_x F_x} dt_2. \quad (4)$$

При получении зависимостей для температур в работе [19] принятые дополнительные допущения, что температуры теплоносителей и матрицы постоянны в периоды  $\tau_r$  и  $\tau_x$ . При этом расчет регенератора проводится в два этапа: 1) определение температур матрицы; 2) определение температур теплоносителей. Интегрирование на первом этапе ведется

при осредненных за периоды  $\tau_r$  и  $\tau_x$  значениях температур теплоносителей  $t_{1cp}$  и  $t_{2cp}$ : при охлаждении горячего теплоносителя  $\alpha_r F_r(t_{1cp} - t_{w1})d\tau = c_w M_w dt_{w1}$ ; при нагреве холодного теплоносителя  $\alpha_x F_x(t_{w2} - t_{2cp})d\tau = -c_w M_w dt_{w2}$  (рис. 2, а). Интегрирование на втором этапе проводится в предположении, что температура матрицы постоянна и равна  $t_{w1cp}$  при охлаждении теплоносителя:  $\alpha_r F_r(t_1 - t_{w1cp})d\tau = -c_{pr} G_r \tau_r dt_1$  и  $t_{w2cp}$  при его нагреве:  $\alpha_x F_x(t_{w2cp} - t_2)d\tau = c_{px} G_x \tau_x dt_2$  (рис. 2, б).

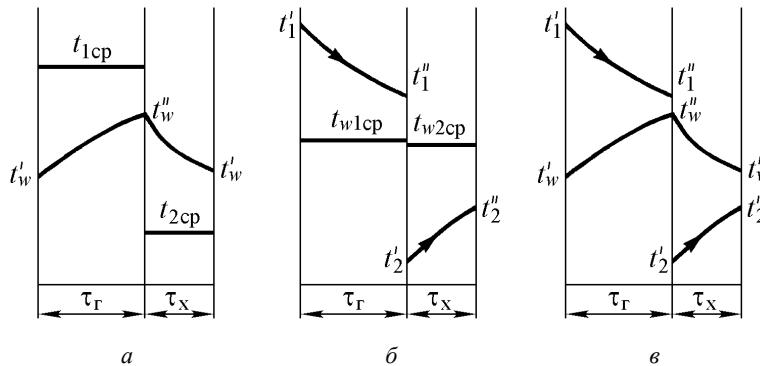


Рис. 2. Расчет температур: а – матрицы при постоянных температурах теплоносителей; б – теплоносителей при постоянной температуре матрицы; в – при переменных температурах теплоносителей и матрицы

Несмотря на дополнительные допущения, формулы для расчета конечных температур горячего и холодного теплоносителей  $t'_1$  и  $t'_2$  и температуры в начале и конце периодов для матрицы  $t'_w$  и  $t''_w$  получаются достаточно громоздкими [20, 21].

Между тем при одном только допущении бесконечно больших теплопроводностей матрицы и теплоносителя можно получить точное аналитическое решение для температур теплоносителей и матрицы, не прибегая к средним значениям температур (рис. 2, в).

Для этого обратимся к формулам (1), (3) и (2), (4): левые их части одинаковы. Приравнивая правые части, получаем:  $K_1 dt_{w1} = -K_3 dt_1$ ;  $-K_2 dt_{w2} = K_4 dt_2$ , где  $K_1 = \frac{c_w M_w}{\alpha_r F_r}$ ;  $K_2 = \frac{c_w M_w}{\alpha_x F_x}$ ;  $K_3 = \frac{c_{pr} M_r}{\alpha_r F_r}$ ;  $K_4 = \frac{c_{px} M_x}{\alpha_x F_x}$ .

После интегрирования, с учетом начальных условий,  $K_1(t_{w1} - t'_w) = -K_3(t_1 - t'_1)$ ;  $-K_2(t_{w2} - t''_w) = K_4(t_2 - t'_2)$ . Подставляя текущие значения температуры матрицы в период ее нагрева  $t_{w1} = -(K_3/K_1)(t_1 - t'_1) + t'_w$  в уравнение (3) и в период ее охлаждения  $t_{w2} = -(K_4/K_2)(t_2 - t'_2) + t''_w$  в уравнение (4), получаем:

$$t''_w = \frac{\frac{K_3}{K_1 + K_3}(1 - e^{-\beta_r \tau_r})t'_1 + \frac{K_4}{K_2 + K_4} \frac{K_3}{K_1 + K_3} \left( e^{-\beta_r \tau_r} + \frac{K_1}{K_3} \right) (1 - e^{-\beta_x \tau_x})t'_2}{1 - \frac{K_4}{K_2 + K_4} \frac{K_3}{K_1 + K_3} \left( e^{-\beta_r \tau_r} + \frac{K_1}{K_3} \right) \left( e^{-\beta_x \tau_x} + \frac{K_2}{K_4} \right)}; \quad (9)$$

$$[t_1 + (K_3/K_1)(t_1 - t'_1) - t'_w]d\tau = -K_3 dt_1;$$

$$[-(K_4/K_2)(t_2 - t'_2) + t''_w - t_2]d\tau = K_4 dt_2.$$

После разделения переменных и интегрирования:

$$t_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_3} \left[ (t'_1 - t'_w) e^{-\beta_r \tau_r} + \frac{K_3}{K_1} t'_1 + t'_w \right]; \quad (5)$$

$$t_{w1} = -\frac{K_3}{K_1 + K_3} \left[ (t'_1 - t'_w) e^{-\beta_r \tau_r} - t'_1 - \frac{K_1}{K_3} t'_w \right]; \quad (6)$$

$$t_2 = \frac{K_2}{K_2 + K_4} \left[ (t'_2 - t''_w) e^{-\beta_x \tau_x} + \frac{K_4}{K_2} t'_2 + t''_w \right]; \quad (7)$$

$$t_{w2} = -\frac{K_4}{K_2 + K_4} \left[ (t'_2 - t''_w) e^{-\beta_x \tau_x} - t'_2 - \frac{K_2}{K_4} t''_w \right], \quad (8)$$

где  $\beta_r = (K_1 + K_3)/(K_1 K_3)$ ;  $\beta_x = (K_2 + K_4)/(K_2 K_4)$ .

Из системы уравнений (5)–(8) окончательно получаем формулы для температур:

$$t'_w = \frac{\frac{K_4}{K_2+K_4}(1-e^{-\beta_x \tau_x})t'_2 + \frac{K_3}{K_1+K_3} \frac{K_4}{K_2+K_4} \left( e^{-\beta_x \tau_x} + \frac{K_2}{K_4} \right) (1-e^{-\beta_r \tau_r}) t'_1}{1 - \frac{K_3}{K_1+K_3} \frac{K_4}{K_2+K_4} \left( e^{-\beta_x \tau_x} + \frac{K_2}{K_4} \right) \left( e^{-\beta_r \tau_r} + \frac{K_1}{K_3} \right)}; \quad (10)$$

$$t''_1 = \frac{K_1}{K_1+K_3} \left( e^{-\beta_r \tau_r} + \frac{K_3}{K_1} \right) t'_1 + \frac{K_1}{K_1+K_3} (1-e^{-\beta_r \tau_r}) t'_w; \quad (11)$$

$$t''_2 = \frac{K_2}{K_2+K_4} \left( e^{-\beta_x \tau_x} + \frac{K_4}{K_2} \right) t'_2 + \frac{K_2}{K_2+K_4} (1-e^{-\beta_x \tau_x}) t''_w. \quad (12)$$

Сравним значения температур, рассчитанных по [22] и формулам (9)–(12). Расчет произведем для данных, приведенных в [23]. Вращающийся регенератор имеет частоту вращения  $n = 20$  об/мин. Матрица, изготовленная из проволочной набивки, имеет массу  $M_w = 6,45$  кг и удельную теплоемкость  $c_w = 0,6$  кДж/(кг·К). Массовый расход горячего (воздух) и холодного (воздух) теплоносителей  $G_r = G_x = 1$  кг/с, удельная теплоемкость  $c_{pr} = 1,05$  кДж/(кг·К) и  $c_{px} = 1,0$  кДж/(кг·К). Общая поверхность теплообмена  $F = 15$  м<sup>2</sup>, поверхность, омываемая горячим теплоносителем,  $F_r = 10$  м<sup>2</sup> ( $F_x = 5$  м<sup>2</sup>). Начальная температура горячего теплоносителя  $t'_1 = 180^\circ\text{C}$ , холодного  $t'_2 = 20^\circ\text{C}$ . Коэффициент теплоотдачи со стороны горячего теплоносителя  $\alpha_r = 130$  Вт/(м<sup>2</sup>·К), холодного –  $\alpha_x = 100$  Вт/(м<sup>2</sup>·К).

Найдем время цикла  $\tau_u = 60/n = 3$  с и длительности периодов нагрева матрицы (охлаждения горячего теплоносителя)  $\tau_r = \tau_u F_r / F = 2$  с, охлаждения матрицы (нагрева холодного теплоносителя)  $\tau_x = \tau_u F_x / F = 1$  с.

Результаты расчетов сведены в таблице.

#### Расчет температур матрицы и теплоносителей

Параметр	$t'_w$ , °C	$t''_w$ , °C	$t'_1$ , °C	$t''_2$ , °C
Расчет по [24]	140	153	157	70
Расчет по формулам (9)–(12)	138	151	157	69

Таким образом, расчет по аналитическим формулам (9)–(12) практически не отличается от расчета, приведенного в [25]. При этом аналитические формулы получены при минимуме допущений и являются более компактными. Используя их, можно получить значения температур матрицы и теплоносителей в начале и конце периодов нагрева и охлаждения, а также в любой момент цикла. Аналитические зависимости позволяют анализировать влияние различных факторов на параметры теплоносителей и матрицы, предоставляя, таким образом, инструмент для проектирования роторных регенеративных теплообменников.

#### Библиографические ссылки

1. Морозов Д. А., Пушкирев А. Э. Функционально-структурная модель ветроэнергетических установок // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. – 2008. – № 1. – С. 34–38.
2. Морозов Д. А., Пушкирев А. Э. Динамика малогабаритной ветроэнергетической установки с дополнительными поворотными элементами // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. – 2009. – № 2. – С. 17–20.
3. Пушкирев А. Э., Морозов Д. А., Пушкирева Л. А. Синтез структурной схемы и параметров ветроустановки малой мощности // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. – 2010. – № 4. – С. 25–29.
4. Пушкирев А. Э., Пушкирева Л. А. Основные и дополнительные условия синтеза ветроэнергетической машины // Проблемы исследования и проектирования машин : сб. статей VI междунар. науч.-техн. конф. – Пенза : Приволжский Дом знаний, 2010. – С. 27–29.
5. Пушкирев А. Э., Пушкирева Л. А. Динамический синтез ветроустановки, работающей в области малых скоростных потоков // Современное машиностроение. Наука и образование. – 2011. – № 1. – С. 343–347.
6. Морозов Д. А., Пушкирев А. Э. Ротор ветродвигателя : патент на полезную модель 90850 РФ № 2009128668/22. – Опубл. 20.01.2010. – Бюл. № 2.
7. Пушкирев И. А. Структурная и функциональная модели теплового насоса // Фундаментальные и прикладные исследования: проблемы и результаты. – 2013. – № 4. – С. 186–191.
8. Pushkarev I. A. Functional and structural model of a heat supply of buildings with use of nonconventional power sources // Forth Forum of Young Researches. In the framework of International Forum “Education Quality – 2014” : Proceeding (April 21–23, 2014, Izhevsk, Russia). – Izhevsk : Publishing House of Kalashnikov ISTU, 2014. – Pp. 225–227.
9. Пушкирев И. А. Функционально-структурная модель теплоснабжения зданий при использовании теплового насоса // Наука. Технологии. Инновации : матер. VIII всеросс. науч. конф. молодых ученых. – Новосибирск : НГТУ, 2014. – Ч. 5. – С. 45–47.
10. Пушкирев И. А., Пушкирев А. Э. Комплексное использование ветрогенератора и теплового насоса в системе теплоснабжения зданий // Составляющие научно-технического прогресса. – 2013. – № 4. – С. 46–48.
11. Пушкирева Л. А., Морозов Д. А., Пушкирева Т. А. Альтернативные системы отопления с использованием энергии ветра // Вестник КИГИТ. – 2013. – № 3 (33). – С. 48–52.
12. Pushkareva T. A. Matrix of ways of a heat supply of a house // Forth Forum of Young Researches. In the framework of International Forum “Education Quality – 2014” : Conference Proceedings. Editorial board : Boris Yakimovich; Yury

- Turygin. – Izhevsk : Publishing House of Kalashnikov ISTU, 2014. – pp. 228–230.
13. Пушкирева Т. А. Морфологический анализ способов теплоснабжения жилого дома // Наука. Технологии. Инновации : матер. VIII всеросс. науч. конф. молодых ученых. – Новосибирск : НГТУ, 2014. – Ч. 5. – С. 42–44.
14. Пушкирева Л. А., Морозов Д. А., Пушкирева Т. А. Альтернативные системы отопления с использованием энергии ветра // Вестник КИГИТ. – 2013. – № 3 (33). – С. 48–52.
15. Pushkareva T. A. Matrix of ways of a heat supply of a house // Forth Forum of Young Researchers. In the framework of International Forum “Education Quality – 2014” : Conference Proceedings. Editorial board : Boris Yakimovich; Yury Turygin. – Izhevsk : Publishing House of Kalashnikov ISTU, 2014. – pp. 228–230.
16. Пушкирева Т. А. Морфологический анализ способов теплоснабжения жилого дома // Наука. Технологии. Инновации : матер. VIII всеросс. науч. конф. молодых ученых. – Новосибирск : НГТУ, 2014. – Ч. 5. – С. 42–44.
17. Теплотехника / В. Н. Луканин, М. Г. Шатров, Г. М. Камфер и др. ; под ред. В. Н. Луканина. – М. : Высш. шк., 2006. – 671 с.
18. Там же.
19. Там же.
20. Там же.
21. Тепломассообменное оборудование. Лабораторный практикум. – Ч. 2. Регенеративные и смесительные теплообменники инженерных систем зданий / сост.: А. Э. Пушкирев, И. А. Пушкирев. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2016. – 28 с.
22. Теплотехника / В. Н. Луканин, М. Г. Шатров, Г. М. Камфер и др. ; под ред. В. Н. Луканина. – М. : Высш. шк., 2006. – 671 с.
23. Там же.
24. Там же.
25. Там же.

\* \* \*

Pushkarev A. E., DSc in Engineering, Kalashnikov ISTU  
Pushkarev I. A., Assistant, Kalashnikov ISTU

#### **Analytical calculation of the rotor regenerative heat exchanger**

*One of the ways to decrease the consumption of energy resources by utilization of the exhaust air heat by means of a rotor regenerator is considered. At an assumption of infinitely big heat conductivity of heat carriers and the rotating matrix the analytical dependences for their temperatures are received.*

**Keywords:** alternative energy sources; rotor regenerative heat exchanger.

Получено: 09.03.16