
G. S. Alenchenkov, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
A. E. Pushkarev, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Structural synthesis of starting device mechanisms for low-weight pilotless aircrafts

Modern designs of starting devices of low-weight pilotless aircrafts are analyzed. By means of functional-structural analysis methods new structural schemes of mechanisms of starting devices are found, their comparison is carried out.

Keywords: structural synthesis of mechanisms, starting device, pilotless aircraft

Получено: 22.01.12

УДК 532.3, 519.635.8

Е. В. Ветчанин, младший научный сотрудник;
Удмуртский государственный университет
В. А. Тененёв, доктор физико-математических наук, профессор
Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

ДВИЖЕНИЕ КАПЛЕОБРАЗНОГО И СФЕРИЧЕСКОГО ТЕЛ С ПЕРЕМЕННОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ МАСС В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ *

Проведено численное моделирование движения тел каплеобразной и сферической форм с переменной геометрией масс на основе совместного решения трехмерных уравнений Навье – Стокса и уравнений Кирхгофа. Получено, что в вязкой жидкости перемещение каплеобразного тела больше, чем у сферического.

Ключевые слова: мобильные роботы, численные методы гидродинамики, нестационарные движения, переменная геометрия масс

Введение

Рассмотрим класс роботов, предназначенных для движения в водной среде. При этом перемещение робота должно осуществляться без применения внешних движущихся конструктивных элементов и без изменения геометрии внешнего корпуса. Перемещение тела в жидкости происходит за счет движения внутренних элементов. Характеристики движения внутренних масс необходимо подобрать таким образом, чтобы перемещение робота происходило в заданном направлении.

В работе [1] изучалось движение тела с переменной геометрией масс. Было показано, что в случае несимметричных присоединенных масс при перемещении внутренних материальных точек может быть создана тяговая сила в случае идеальной безграничной жидкости. Вязкие свойства жидкости приводят к дополнительной силе, действующей на движущееся тело. Исследование движения тела с внут-

© Ветчанин Е. В., Тененёв В. А., 2012

* Работа выполнена в рамках гранта Правительства РФ для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях ВПО (дог. № 11.G34.31.0039).

ренной перемещаемой массой и изменяемой внешней формой в вязкой жидкости в плоской постановке проведено в работе [2]. Указывается важность вязкого трения для перемещения тела и показана возможность продвижения за счет изменения формы тела и движения внутренней массы. В [3] дана постановка задачи о движении тела в вязкой жидкости, вызванного перемещением внутренней материальной точки. Проведено численное моделирование движения кругового и эллиптического цилиндров с внутренними массами в вязкой жидкости.

Возможно применение нескольких подходов для численного решения задачи движения тела в жидкости. Первый, использующий подвижную систему координат, связанную с движущимся телом, не требует перестроения расчетной сетки вокруг движущегося тела в каждый момент времени, если тело не меняет свою форму. Подвижная система координат, связанная с телом, успешно применялась в работах [3, 4]. Уравнения движения записывались относительно проекций абсолютной скорости жидкости на подвижную систему координат. Для расчета движения нескольких тел такой подход не применим.

Другой подход связан с перестроением сетки в каждый момент времени. На практике используются неструктурированные сетки [5, 6], пересекающиеся структурированные криволинейные [7], декартовы [8, 9], декартовы адаптивные [10].

В данной работе изучается движение роботов каплеобразной и сферической форм с переменной геометрией масс в безграничной вязкой жидкости. Все расчеты проведены в подвижной системе координат, связанной с движущимся телом.

Несмотря на осесимметричную геометрию тел, необходимо рассматривать трехмерную постановку задачи. Это связано, во-первых, с тем, что направление движения тел может не совпадать с осью симметрии (каплеобразное тело). Во-вторых, при движении в вязкой жидкости может формироваться несимметричное течение, связанное с отрывом вихрей.

Уравнения движения

Рассмотрим пространственное движение тела с изменяемой геометрией масс. Тело имеет материальную оболочку неизменной формы и массу M . Внутри оболочки по заданным законам движения $\rho_k(t), \dot{\rho}_k(t)$ перемещаются материальные точки с массами $m_k, k = \overline{1, N}$. Движение тела и системы материальных точек относится к двум декартовым системам координат: неподвижной $Oxyz$ и подвижной $O_1\xi\eta\zeta$ (рис. 1). Точка O_1 не обязательно является центром масс оболочки – тела.

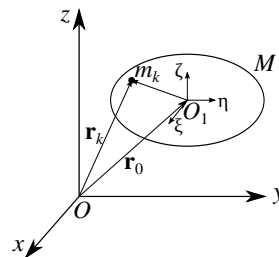


Рис. 1. Система координат

Уравнения движения, описывающие движение системы материальных точек, приведены в работе [1].

Введем обозначения: $\mathbf{U} = \frac{d\mathbf{r}_0}{dt} = \left(\frac{dv_1}{dt}, \frac{dv_2}{dt}, \frac{dv_3}{dt} \right)^T$ – вектор скорости точки O_1 ;

$\boldsymbol{\Omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ – вектор угловой скорости вращения тела; $\dot{\rho}_k = \left(\frac{d\xi_k}{dt}, \frac{d\eta_k}{dt}, \frac{d\zeta_k}{dt} \right)^T$ –

векторы движения материальных точек. Векторное уравнение для импульса тела \mathbf{P} тела, движущегося в вязкой среде [4], следующее:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{P}_1 = \mathbf{F}_R(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{F}_R(t)$ – вектор силы, действующей на жесткую оболочку.

Для кинетического момента тела \mathbf{K} имеем уравнение

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{K}_1 + \mathbf{U} \times \mathbf{P}_1 = \mathbf{G}_R(t), \quad (2)$$

где $\mathbf{G}_R(t)$ – момент сил, действующих на жесткую оболочку.

Выражения для импульса системы тел \mathbf{P}_1 и кинетического момента \mathbf{K}_1 имеют вид

$$\mathbf{P}_1 = \left(M + \sum_{k=1}^N m_k \right) \mathbf{U} + \sum_{k=1}^N m_k \dot{\rho}_k + \sum_{k=1}^N m_k \boldsymbol{\Omega} \times \rho_k, \quad (3)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + \Lambda_1 \mathbf{U}, \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{D} \boldsymbol{\Omega} + \sum_{k=1}^N m_k \rho_k \times (\boldsymbol{\Omega} \times \rho_k) + \sum_{k=1}^N m_k \rho_k \times \dot{\rho}_k + \sum_{k=1}^N m_k \rho_k \times \mathbf{U}, \quad (5)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 + \Lambda_2 \boldsymbol{\Omega}, \quad (6)$$

где \mathbf{D} – тензор моментов инерции жесткого тела; Λ_1 – тензор присоединенных масс; Λ_2 – тензор присоединенных моментов инерции.

Движение тела предполагается из состояния покоя, т. е. $\mathbf{P}(0) = 0$, $\mathbf{K}(0) = 0$.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (3), (4) и алгебраических уравнений (5), (6) решается численно. Для определения координат положения центра масс в неподвижной системе координат дополнительно решается система уравнений вида

$$\frac{dx_c}{dt} = \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\alpha}, \quad \frac{d\boldsymbol{\alpha}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\alpha} = 0,$$

$$\frac{dy_c}{dt} = \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\beta}, \quad \frac{d\boldsymbol{\beta}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\beta} = 0,$$

$$\frac{dz_c}{dt} = \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\gamma}, \quad \frac{d\boldsymbol{\gamma}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\gamma} = 0$$

с начальными условиями $\boldsymbol{\alpha}(0) = (1, 0, 0)^T$, $\boldsymbol{\beta}(0) = (0, 1, 0)^T$, $\boldsymbol{\gamma}(0) = (0, 0, 1)^T$, $x_c(0) = x_{c0}$, $y_c(0) = y_{c0}$, $z_c(0) = z_{c0}$, где $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\gamma}$ – единичные векторы, направленные вдоль осей x , y , z .

Правые части уравнений (1), (2) содержат силу, с которой жидкость действует на жесткую оболочку и ее момент, для определения которых необходимо решение полной системы уравнений Навье – Стокса. В подвижной системе координат, связанной с телом, уравнения гидродинамики имеют вид [4]

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla (\mathbf{V} - \mathbf{W}) \mathbf{V} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{V} - \mathbf{\Omega} \times \mathbf{V}, \quad (8)$$

где $\mathbf{V} = (u, v, w)^T$ – вектор абсолютной скорости жидкости; p , ρ , ν – давление, плотность и кинематический коэффициент вязкости.

В уравнениях (7), (8) все векторы \mathbf{V} , \mathbf{W} , $\mathbf{\Omega}$ записаны в проекциях на подвижную систему координат.

Для системы уравнений (7), (8) на поверхности тела задавались граничные условия

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = (\mathbf{U} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}_s) \mathbf{n}, \quad \mathbf{n} \times \mathbf{V} = \mathbf{n} \times (\mathbf{U} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}_s),$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0,$$

на внешней границе области $p = 0$, $\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial n} = 0$.

Здесь $\mathbf{W} = \mathbf{U} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}_1$ – вектор переносной скорости частицы жидкости в точке \mathbf{r}_1 . Силы реакции жидкости на тело и момент сил определяются интегралами по поверхности [4]

$$\mathbf{F}_R(t) = \int_S (-p\mathbf{I} + \rho\nu(\nabla\mathbf{V} + \nabla\mathbf{V}^T)) \mathbf{n} ds,$$

$$\mathbf{G}_R(t) = \int_S \mathbf{r}_s \times (-p\mathbf{I} + \rho\nu(\nabla\mathbf{V} + \nabla\mathbf{V}^T)) \mathbf{n} ds.$$

Численный метод

Для численного решения уравнений (7), (8) использовался метод PISO [11], который относится к классу проекционных методов и является развитием алгоритма SIMPLE [12]. В отличие от SIMPLE, метод PISO безытерационный.

На первом этапе проводится решение уравнений импульса (8), причем каждая компонента скорости находится независимо от других, для i -й компоненты скорости u_i^* решается следующее уравнение для каждого конечного объема:

$$\left(\frac{1}{\delta t} - A_0 \right) u_i^* = H(u_i^*) - \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + S_i + \frac{1}{\delta t} u_i^n, \quad (9)$$

где δt – шаг по времени; A_0 – центральный коэффициент линеаризации; $H(u_i^*)$ – линейный оператор, содержащий только недиагональные элементы; S_i – источник член.

Коэффициенты оператора $H(u_i^*)$ зависят от параметров сетки и значений скоростей на n -м временном слое. Уравнение (9), в общем случае для неструктурированной сетки, решается методом неполного LU разложения.

Предсказанное поле скорости не удовлетворяет уравнению неразрывности (7), поэтому необходимо провести его коррекцию. Метод PISO требует проведения двух коррекций.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\frac{1}{\delta t} - A_0 \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial x_i} (p^* - p^n) \right) = \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i}, \quad (10)$$

$$\left(\frac{1}{\delta t} - A_0 \right) (u_i^{**} - u_i^*) = - \frac{\partial}{\partial x_i} (p^* - p^n), \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\frac{1}{\delta t} - A_0 \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial x_i} (p^{**} - p^*) \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\frac{1}{\delta t} - A_0 \right)^{-1} H(u_i^{**} - u_i^*) \right), \quad (12)$$

$$\left(\frac{1}{\delta t} - A_0 \right) (u_i^{n+1} - u_i^{**}) = H(u_i^{**} - u_i^*) - \frac{\partial}{\partial x_i} (p^{**} - p^*). \quad (13)$$

Для предотвращения нефизических осцилляций используется процедура интерполяции с градиентом давления [8]. Скорости на гранях конечных объемов обозначим $\mathbf{U}_f = (U_x, U_y, U_z)^T$. Для вычисления этих величин используется следующая процедура:

$$\tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{V} + \delta t \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right)_{cc}, \quad (14)$$

$$\tilde{\mathbf{U}}_f = I(\tilde{\mathbf{V}}_i, \tilde{\mathbf{V}}_j), \quad (15)$$

$$\mathbf{U}_f = \tilde{\mathbf{U}}_f - \delta t \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right)_{fc}, \quad (16)$$

где I – оператор интерполяции из соседних ячеек на общую грань; cc – значение параметра в центре ячейки; fc – значение параметра на грани ячейки.

Введение дополнительного массива скоростей на гранях позволяет симитировать разнесенную сетку, а основные гидромеханические параметры определять в ячейках сетки без разнесения.

Для вычисления градиента некоторой скалярной, векторной или тензорной функции ϕ в конечных объемах может быть использована либо формула Гаусса [13]

$$\nabla \phi_i = \frac{1}{V_i} \sum_j \mathbf{n}_{ij} s_{ij} \phi_{ij}, \quad (17)$$

где V_i – величина i -й ячейки; s_{ij} – площадь грани между i -й и j -й ячейками; \mathbf{n}_{ij} – орт внешней нормали к грани ij ; ϕ_{ij} – значение функции ϕ грани ij .

Для равномерной декартовой сетки формула (17) приводит к центральным разностям. Для неравномерных сеток с сильно вытянутыми ячейками она может давать неверные значения градиентов. Для устранения этих проблем можно использовать метод наименьших квадратов [14].

Сначала необходимо для каждой ячейки рассчитать вспомогательный тензор

$$\mathbf{G}_i = \sum_j w_{ij}^2 \mathbf{d}_{ij} \mathbf{d}_{ij}, \quad (18)$$

где \mathbf{d}_{ij} – вектор, направленный из i -й ячейки в j -ю; w_{ij} – весовой коэффициент, равный $1/|\mathbf{d}_{ij}|$.

Градиент рассчитывается как

$$\nabla\phi_i = \frac{1}{V_i} \sum_j s_{ij} w_{ij} \mathbf{G}_i^{-1} \cdot \mathbf{d}_{ij} (\phi_j - \phi_i). \quad (19)$$

Коэффициенты сопротивления капли

На рис. 2 приведено тело в форме капли: малый радиус (острие) равен 0,01 м, большой радиус (основание) – 0,0457 м, длина – 0,2 м, коническая образующая направлена к оси симметрии под углом 0,25.



Рис. 2. Геометрия тела

В табл. 1 приведены коэффициенты сопротивления капли C_d^f – при движении острием вперед, C_d^b – при движении основанием вперед, и коэффициенты сопротивления сферы [15], в зависимости от числа Рейнольдса. Число Re определялось по диаметру основания.

Таблица 1. Коэффициенты сопротивления

Re	C_d^f	C_d^b	Сфера
0,9	43,13	43,13	30
9	5,58	5,64	5
90	1,402	1,421	1,2
900	0,635	0,599	0,5
9000	0,476	0,367	0,4
90000	0,425	0,305	0,42

При малых числах Re коэффициент сопротивления не зависит от направления движения, однако при $Re \sim 900$ C_d начинает зависеть от направления. При малых Re капля испытывает большее сопротивление, чем сфера. Это связано с вытянутой формой и большим вязким трением. При высоких Re капля, движущаяся основанием вперед, испытывает меньшее сопротивление, чем сфера.

Расчет присоединенных масс

Уравнения (4) и (6) содержат тензоры присоединенных масс и моментов инерции. Для некоторых стандартных тел, таких как сфера и эллипсоиды, они известны. Для тела, показанного на рис. 2, присоединенные массы были определены расчетным путем на основе известных соотношений [16].

Необходимо определить шесть потенциалов скорости с помощью решения уравнения Лапласа $\Delta\phi_i = 0$. Если $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ – нормаль к поверхности тела, то для функций ϕ_i на границе тела будут задаваться следующие условия:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = n_x, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial n} = n_y, \quad \frac{\partial \phi_3}{\partial n} = n_z, \quad (20)$$

$$\frac{\partial \phi_4}{\partial n} = yn_z - zn_y, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial n} = zn_x - xn_z, \quad \frac{\partial \phi_3}{\partial n} = xn_y - yn_x. \quad (21)$$

На бесконечности задаются условия

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial x} = \frac{\partial \phi_i}{\partial y} = \frac{\partial \phi_i}{\partial z} = 0, \quad \text{при } r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty. \quad (22)$$

Условие (22) значит, что на бесконечности скорость движения жидкости равна нулю. Коэффициенты присоединенных масс вычисляются как интеграл по поверхности движущегося тела

$$\lambda_{ik} = -\rho \iint_S \frac{\partial \phi_i}{\partial n} \phi_k dS. \quad (23)$$

Коэффициенты λ_{ik} обладают свойством симметрии $\lambda_{ik} = -\lambda_{ik}$. λ_{ik} ($i, k = 1, 2, 3$) имеют размерность массы. λ_{ik} ($i = 1, 2, 3; k = 4, 5, 6$) имеют размерность статического момента. λ_{ik} ($i, k = 4, 5, 6$) имеют размерность момента инерции.

Для расчета присоединенных масс с помощью Open Source пакета OpenFOAM 2.1.0 был создан код. Для проверки адекватности получаемых результатов были проведены расчеты λ_{ik} для сферы радиусом 0,1 и эллипсоида вращения с полуосями $a = 0,5$ и $b = 0,1$, движущихся в воде. Результаты расчетов и аналитические значения приведены в табл. 2.

Таблица 2. Присоединенные массы

	Аналитические значения	Расчетные значения
Сфера	$\lambda_{11} = \lambda_{22} = \lambda_{33} = 2,094,$ $\lambda_{44} = \lambda_{55} = \lambda_{66} = 0$	$\lambda_{11} = 2,083,$ $\lambda_{22} = \lambda_{33} = 2,089$ $\lambda_{44} = \lambda_{55} = \lambda_{66} = 0$
Эллипсоид	$\lambda_{11} = \lambda_{22} = 18,729,$ $\lambda_{33} = 1,238,$ $\lambda_{44} = \lambda_{55} = 0,762, \lambda_{66} = 0$	$\lambda_{11} = \lambda_{22} = 18,744,$ $\lambda_{33} = 1,242,$ $\lambda_{44} = \lambda_{55} = 0,763, \lambda_{66} = 0$

Для капли, приведенной на рис. 2, присоединенные массы воды и моменты инерции следующие:

$$\lambda_{11} = \lambda_{22} = 0,446, \quad \lambda_{33} = 0,153, \quad \lambda_{44} = \lambda_{55} = 9,529 \cdot 10^{-4}, \quad \lambda_{66} = 0.$$

Ось вращения совпадает с осью Oz , начало координат находится в центре большого скругления.

Перемещение тела под действием возвратно-поступательного движения внутренних масс

Выберем следующую схему движения внутренних масс, предназначенную для перемещения тела в жидкости. Внутренняя точка массой m_1 движется возвратно-поступательно по закону $\rho_1(t) = (\xi_1(t) - \xi_0, 0, 0)^T$, где

$$\xi_1(t) = \begin{cases} A_1 \sin^2(\omega_1 \tau / k), & \tau < \frac{\pi}{2\omega_1} \\ A_1 \cos^2\left(\frac{\tau}{k} - \frac{\pi}{2\omega_1}\right), & \tau \geq \frac{\pi}{2\omega_1} \end{cases}, \quad (24)$$

$$\tau = t - \left[\left[\frac{t}{T_0} \right] \right], T_0 = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{1}{\omega_1} \right), \quad (25)$$

где k – регулирует частоту колебаний; ω_1 – коэффициент асимметрии колебаний; ξ_0 – смещение; A_1 – амплитуда.

Внутренняя материальная точка предназначена для организации движения тела. В идеальной жидкости тело будет совершать колебательное движение с постоянной амплитудой при любых значениях ω_1 . При движении тела с переменной скоростью в вязкой жидкости сила сопротивления зависит от скорости нелинейно. В результате при $\omega_1 > 1$ колебания тела будут несимметричными и за один период времени T_0 произойдет смещение тела на некоторую величину. Условие $\tau < \frac{\pi}{2\omega_1}$ соответствует движению внутренней массы в положительном направлении, а тела – в отрицательном. Условие $\tau \geq \frac{\pi}{2\omega_1}$ соответствует медленному движению внутренней массы в отрицательном направлении, а тела в положительном.

На рис. 3 приводятся кривые смещения капли и шара радиусом 0,0457 м относительно начального положения. Масса тел была задана равной 0,626 кг, масса внутренней материальной точки – 0,3 кг при $\omega_1 = 4$ и $k = 0,2$. Кривая 1 соответствует движению капли острием вперед, кривая 2 соответствует движению капли основанием вперед, кривая 3 соответствует движению сферы.

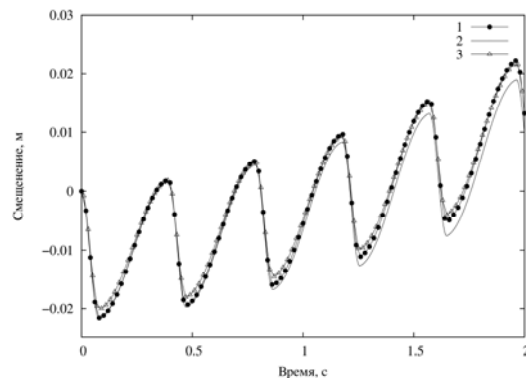


Рис. 3. Смещение тел

На начальном этапе кривые 1 и 2 совпадают, но по мере развития движения тела и жидкости оказывается, что продвижение капли острием вперед более эффективно, чем продвижение основанием.

На рис. 4 приведены увеличенные фрагменты кривых смещения.

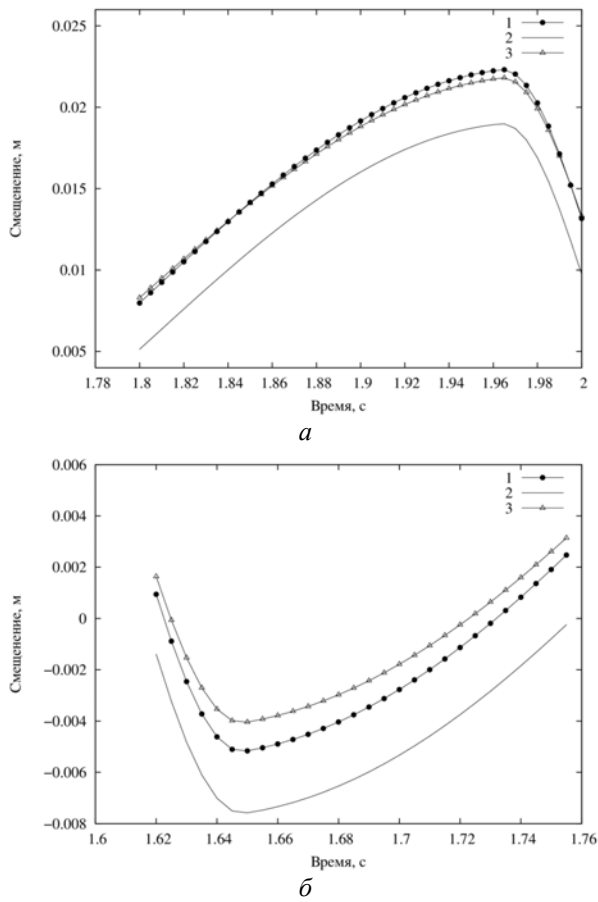
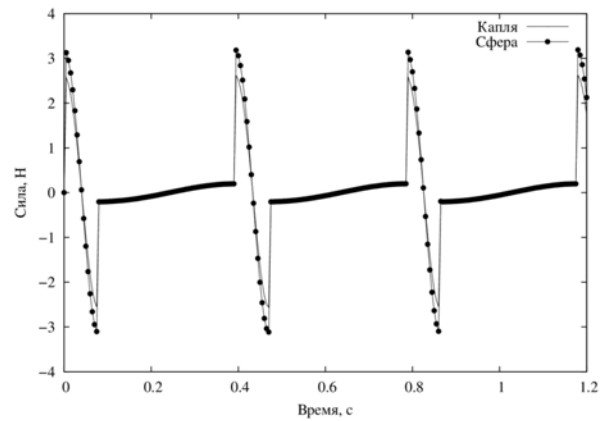


Рис. 4. Продвижение тел вперед (а), откат тел назад (б)

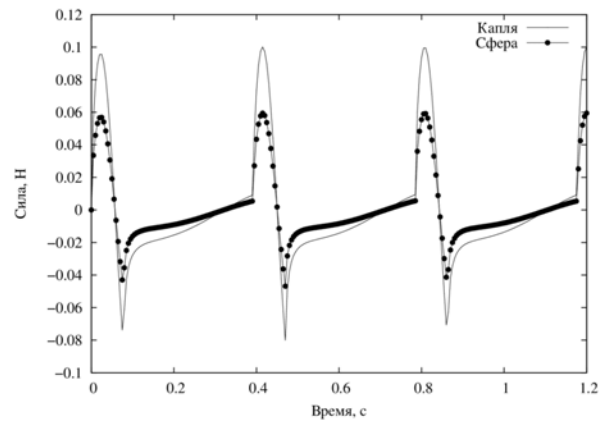
Как видно из рис. 4, шар совершает меньший откат назад и продвигается немного медленнее капли, движущейся острием вперед. Капля,двигающаяся по направлению тупого конца, продвигается медленнее, чем в случае острого конца. Большой откат капли назад по сравнению с продвижением вперед объясняется разницей в коэффициентах сопротивления, величины которых приведены в табл. 1.

Силы давления и вязкие силы приведены на рис. 5.

На шар давление оказывает большее влияние, чем на каплю. Вязкие силы сильнее действуют на каплю. Суммарная сила сопротивления больше в случае сферы. Этим объясняется и большее продвижение капли и ее больший откат назад.



а



б

Рис. 5. Силы давления (а), вязкие силы (б)

В проведенных расчетах определялся параметр [17]

$$y^+ = \frac{y}{\nu} \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (26)$$

где y – расстояние от центра пристеночной ячейки до стенки; τ_w – напряжение трения на стенке.

y^+ не превосходил 0,12, что свидетельствует об адекватном разрешении пограничного слоя.

Движение тел с вращением

Для организации пространственного перемещения необходимо осуществлять повороты тела. Поворот шара и капли будем осуществлять с помощью внутренней массы, движущейся по закону

$$\rho_1 = (0; 0,04 \sin(0,25\pi t); 0,04 \cos(0,25\pi t)), \quad (27)$$

Вращение осуществляется вокруг оси, проходящей через центр сферы и через центр основания капли.

Зависимость угла поворота от времени показана на рис. 6.

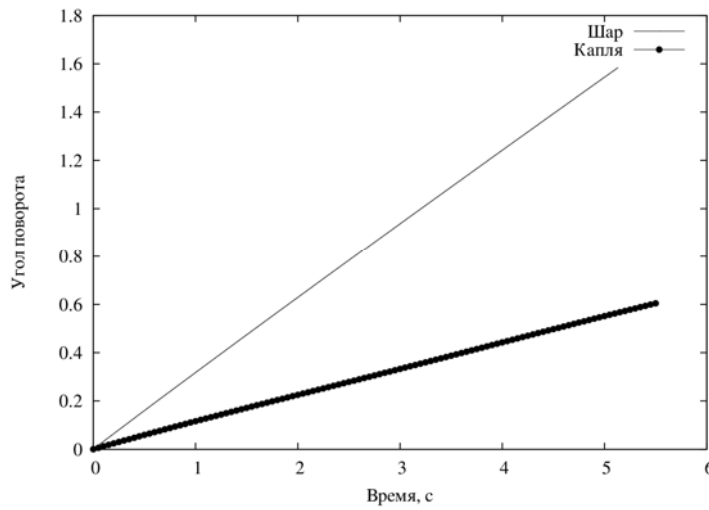


Рис. 6. Зависимость угла поворота

Как видно из графика (рис. 6), поворот шара осуществляется быстрее, чем поворот капли. Это связано с большим сопротивлением капли из-за вытянутой формы и наличием присоединенного момента инерции.

Траектории, описываемые каплей и шаром за 5 сек, показаны на рис. 7.

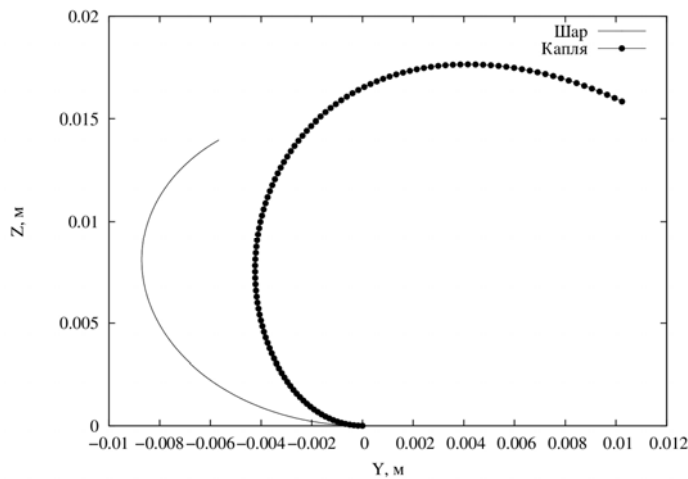


Рис. 7. Траектории, описываемые при повороте

Как видно из рис. 7, капля сдвигается за одинаковый промежуток времени на большее расстояние, чем шар. При повороте кривизна траектории тела каплеобразной формы меньше, чем у сферы.

Заключение

Результаты численного моделирования показали, что в вязкой жидкости происходит перемещение тела за один цикл возвратно-поступательного движения внутренней массы. Перемещение каплеобразного тела больше, чем сферического. Траектория движения капли имеет меньшую кривизну.

Библиографические ссылки

1. Козлов В. В., Рамоданов С. М. О движении изменяемого тела в идеальной жидкости // Изв. РАН. ПИММ. – 2001. – Т. 65, № 4. – С. 592–601.
2. Childress, S.; Spagnolie, S. E.; Tokieda, T. A bug on a raft: recoil locomotion in a viscous fluid // J. of Fluid Mechanics. – 2011. – Vol. 669. – Pp. 527-556.
3. Рамоданов С. М., Тенев В. А. Движение тела с переменной геометрией масс в безграничной вязкой жидкости // Нелинейн. динамика. – 2011. – Т. 7, № 3. – С. 635–647.
4. Mougin, G.; Magnaudet, J. The generalized Kirchhoff equations and their application to the interaction between a rigid body and an arbitrary time-dependent viscous flow // Intern. J. of Multiphase Flow. – 2002. – Vol. 28. – Pp. 1837-1851.
5. Lohner, R.; Baum, J. D. Three-Dimensional Store Separation Using a Finite Element Solver and Adaptive Remeshing // AIAA Paper 91-0602, Jan. 1991.
6. Ekedahl, E. 6-DOF VOF-solver without Damping in OpenFOAM, Febr. 15, 2009. – URL: http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS_CFD_2008/ErikEkedahl/reportErikEkedahl.pdf (дата обращения: 12.05.2012).
7. Henshaw, W. D.; Schwendeman, D. W. Moving overlapping grids with adaptive mesh refinement for high-speed reactive and nonreactive flow // J. Comput. Physics, 216 (2006), pp. 744-779. – URL: <http://eaton.math.rpi.edu/Faculty/Swendeman/Research/mog.pdf> (дата обращения: 12.05.2012).
8. A versatile sharp interface immersed boundary method for incompressible flows with complex boundaries / R. Mittal, H. Dong, M. Bozkurtas et al. // J. of Computational Physics. – 2008. – Vol. 227, Iss. 10. – Pp. 4825-4852.
9. An immersed boundary method for complex incompressible flows / Jung-II Choi, R. C. Oberoi, J. R. Edwards et al. // J. of Computational Physics. – 2007. – Vol. 224, Iss. 2. – Pp. 757-784.
10. Murman, S. M.; Aftosmis, M. J.; Berger, M. J. Simulations of 6-DOF Motion with a Cartesian Method, AIAA Paper 2003-1246, Jan. 2003. – URL: <http://people.nas.nasa.gov/~aftosmis/publications/AIAA2003-1246.pdf> (дата обращения: 12.05.2012)
11. Issa, R. I. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting // J. of Computational Physics. – Jan. 1986. – Vol. 62, Iss. 1. – Pp. 40-65.
12. Patankar, S. V. Numerical heat transfer and fluid flow Patankar S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. – Washington, DC : Hemisphere Publishing Corp., 1980. – 214 p. – (Hemisphere Series on Computational Methods in Mechanics and Thermal Science).
13. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа : учеб. для вузов. – 7-е изд., испр. – М. : Дрофа, 2003. – 840 с. – (Классики отечеств. науки).
14. OpenFOAM. The Open Source CFD Toolbox. Programmer's Guide. Version 2.1.0 15th Dec. 2011. – URL: <http://foam.sourceforge.net/docs/Guides-a4/ProgrammersGuide.pdf> (дата обращения: 12.05.2012).
15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М. : Наука, 1974. – 712 с. – URL: <http://depositfiles.com/files/5944218> (дата обращения: 12.05.2012).
16. Короткин А. И. Присоединенные массы судостроительных конструкций : справ. – СПб. : Мор Вест, 2007. – 448 с.
17. Волков К. Н., Емельянов В. Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. – М. : Физматлит, 2008. – 370 с. – URL: <http://depositfiles.com/files/d8c3grl8r> (дата обращения: 12.05.2012).

E. V. Vetchanin, Junior Researcher, Udmurt State University

V. A. Tenenev, DSc (Physics and Mathematics), Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Motion of drop-shaped and spherical bodies with variable mass geometry in viscous fluid

Numerical simulation is carried out for motion of drop-shaped and spherical bodies with variable geometry of masses on the basis of the joint solution of three-dimensional Navier-Stokes equations and Kirchhoff equations. It was found that the displacement of a drop-shaped body in a viscous liquid is greater than of a spherical one.

Keywords: mobile robots, numerical methods for fluid dynamics, unsteady motions, variable geometry of masses

Получено: 12.05.12

УДК 519.876.5

О. Т. Зубарева, аспирант;

Д. В. Груздев, ведущий программист;

И. В. Журбин, доктор исторических наук, кандидат технических наук,
старший научный сотрудник, заведующий лабораторией
Физико-технический институт УрО РАН

КОМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ ГРАНИЦ И СТРУКТУРЫ АРХЕОЛОГИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ *

Разработан метод моделирования ареала археологической культуры на основе оптимизации по комплексному критерию, который учитывает исторические и физико-географические факторы: типология древних поселений, их ранжирование, реконструкция системы хозяйства, особенности рельефа и конфигурация гидросети. Апробация проведена на примере Ченецкой археологической культуры (IX–XIII вв.).

Ключевые слова: моделирование, метод оптимизации, археологическая культура, рельеф, конфигурация гидросети

Введение

Археологическая культура является одним из фундаментальных понятий в археологии. Этот уровень обобщения предполагает объединение в одну систему всех археологических памятников, существовавших в определенный промежуток времени на определенной территории. Учитывая, что для изучения «дописьменных» культур существует лишь ограниченный набор источников (данные раскопок), при реконструкции ранних периодов истории актуально использование математического моделирования исторических процессов.

© Зубарева О. Т., Груздев Д. В., Журбин И. В., 2012

* Исследования выполняются в рамках Программы фундаментальных исследований Уральского отделения РАН, грант 12-М-26-2005.