# УДК 621.78.084:532.529

С. С. Макаров, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет С. Н. Храмов, доктор технических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОДО-ВОЗДУШНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЗАГОТОВОК В ПРОЦЕССЕ ТЕРМООБРАБОТКИ

Рассмотрена математическая модель процесса охлаждения двухфазной водо-воздушной средой металлических заготовок, нагретых под закалку. Приведены результаты, показывающие изменение интенсивности отвода тепла от металлических заготовок в зависимости от объемного содержания воздуха в охлаждающей среде и скорости ее подачи.

Ключевые слова: математическая модель, охлаждение, водо-воздушная среда.

ажной проблемой при термической обработке металлических заготовок является получение требуемых физико-механических свойств и структуры материала. Ответственным процессом термической обработки является процесс охлаждения (закалка, отпуск, нормализация), на разных стадиях которого в зависимости от материала заготовок, свойств охлаждающей среды и технологических условий требуется управление интенсивностью отвода тепла. Традиционно задача регулирования скорости охлаждения решается выбором наиболее эффективной охлаждающей среды, ориентируясь по ее теплофизическим свойствам, экспериментальным подбором технологических режимов подачи охлаждающей среды, или рассматриваются комплексные решения, позволяющие обеспечивать заданную интенсивность теплообмена. При этом наиболее подходящими часто оказываются не самые экологически безопасные среды.

Цель статьи – показать возможность замены химически агрессивных, пожароопасных, экологически вредных и экономически не целесообразных охлаждающих сред на водо-воздушную среду, позволяющую создавать требуемую интенсивность отвода тепла от металлических заготовок. Регулирование интенсивности отвода тепла можно осуществлять подбором соотношения воды и воздуха, а также выбором способа и режимов подачи, при которых в широком диапазоне значений изменяются скорости охлаждения, позволяющие обеспечить получение требуемой структуры и свойств материала металлических заготовок.

# Математическая модель

Основой математической модели является подход, изложенный в [1] и развитый в [2]. Используя его, расчетную область можно представить в виде гидродинамических и тепловых конечных элементов, а для твердого тела – в виде тепловых конечных элементов. Конечные элементы сплошной среды являются элементарной частью моделируемого объема сплошной среды и описываются аналогами физических уравнений сохранения энергии, количества движения, неразрывности течения и состояния среды.

На рис. 1 и 2 приведены схемы простейших конечных элементов.  $\begin{array}{c} L2(t) \\ G1 \\ P1 \\ R2(t) \end{array} \begin{array}{c} C2(t) \\ P2 \\ R2(t) \end{array} \begin{array}{c} G2 \\ G2 \\ F2 \\ F1 \\ R2(t) \end{array}$ 

Рис. 1. Конечный гидродинамический элемент



Рис. 2. Конечный тепловой элемент

Входными параметрами для гидродинамического элемента являются давление *P*1 и массовый расход *G*1, а выходными – давление *P*2 и массовый расход *G*2. Для теплового элемента входными параметрами являются температура *T*1 и тепловой поток *Q*1, а выходными – температура *T*2 и тепловой поток *Q*2.

Уравнение, отражающее закон сохранения количества движения, можно представить в традиционном виде:

$$\frac{dG2}{dt} = \frac{1}{L2(t)} \sum_{i} p_i, \qquad (1)$$

где L2(t) – гидравлическая индуктивность (характеризует инерционные свойства жидкости) в текущий момент времени t; для элемента L2(t) = l/f, где l, f – длина и площадь проходного сечения элемента;  $\sum_{i} p_{i}$  – сумма давлений на входе и выходе из элемен-

та с учетом потерь давления на преодоления трения.

Условие неразрывности течения описывается уравнением

$$\frac{dp2}{dt} = \frac{1}{C2(t)} \sum_{i} G_{i}.$$
(2)

Здесь  $\sum_{i} G_{i}$  – сумма массовых расходов и приходов жидкости в элементе; C2(t) – гидравлическая емкость (характеризует свойство сжимаемости жидкости) в текущий момент времени t. Для капельной жидкости (воды)  $C2(t) = V\rho/E_{j}$ , где V,  $\rho$ ,  $E_{j}$  – объем элемента, плотность, модуль упругости среды. Для сжимаемой жидкости (воздуха) C2(t) = V/(kRT), где k, R, T – коэффициент адиабаты, удельная газовая постоянная, абсолютная температура газа соответственно.

Уравнение, характеризующее потери давления на преодоления трения, имеет вид

$$p_{\rm TD} = R2(t)G2. \tag{3}$$

Здесь R2(t) – гидравлическое сопротивление (характеризует диссипативные потери энергии при движении жидкости). В рассматриваемом случае  $R2(t) = \mu \frac{1}{\rho F h j l}$ , где  $\mu$ , F – коэффициент динамической вязкости и площадь проходного сечения эле-

скои вязкости и площадь проходного сечения элемента соответственно.

Уравнение, отражающее закон сохранения тепловой энергии, получается из уравнения Фурье, записанного относительно коэффициента тепловой емкости среды *CT*.

Для конечного элемента уравнение примет вид

$$\frac{dT2}{dt} = \frac{1}{CT2(t)} \sum_{i} Q_i.$$
 (4)

Здесь  $\sum_{i} Q_{i}$  – сумма входящих и исходящих тепловых потоков из элемента. Для капельной жидкости (воды)  $CT2(t) = c_{p}V\rho$ , где  $c_{p}$  – удельная теплоем-

кость среды при постоянном давлении.

Для сжимаемой жидкости (воздуха)  $CT2(t) = c_v V \rho$ , где  $c_v$  – удельная теплоемкость среды при постоянном объеме. Для твердого тела (металла)  $CT2(t) = c_r V \rho$ , где  $c_r$  – удельная массовая теплоемкость среды.

### Расчетная схема

Рассмотрим особенности построения математической модели теплообмена охлаждающей среды и нагретой поверхности металла. Для этого из физической схемы спрейерного охлаждения (рис. 3) выделим расчетную область (рис. 4).

Предлагаемая расчетная схема двумерной области представлена на рис. 5. Считается, что течение жидкости происходит в одном направлении, а процесс передачи тепла происходит как по направлению течения, так и по высоте слоев металла и жидкости.



Рис. 3. Физическая схема процесса охлаждения при закалке заготовок из металла







Рис. 5. Расчетная схема области охлаждения

### Граничные условия

Важной составляющей при построении математической модели является корректное описание граничных условий. Расчетная схема состоит из простейших гидродинамических и тепловых элементов, из которых через массовые расходы G и тепловые потоки Q, входящие и исходящие из конечных элементов, формируется расчетное поле для определения давлений p и температур T. Простейший элемент расположен в ячейке размером  $hs1 \times L1$  для металла и размером  $hj1 \times L1$  для жидкости. На рис. 6 приведена схема граничного узла «металл – жидкость», а на рис. 7 – граничный узел «жидкость – воздух,

1

окружающий поток жидкости» в виде одного набора тепловых элементов в крайних точках по высоте слоя жидкости.



Рис. 6. Граничный узел «металл – жидкость» в 1-м элементе



Рис. 7. Граничный узел «жидкость - воздух, окружающий поток жидкости» в k-м элементе жидкости

Аналогичные граничные узлы будут и в элементах от [1, 1] до [*m*, 1] и в элементах от [1, *k*] до [*m*, *k*] по направлению движения жидкости.

Считается, что тепловые потоки между элементами металла и жидкости направлены по двум направлениям, следовательно,  $\sum Q_i$  – сумма входящих и исходящих тепловых потоков из граничного элемента, должна учитывать двумерность процесса передачи тепла.

Для граничного элемента [1,1] (металл) (см. рис. 6):

$$\sum_{i} Q_{i} = Q_{s1,1} + Q_{s,1} - Q_{sj} - Q_{s2,1} - Q_{\pi},$$

пде 
$$Q_{s_{1,1}} = \frac{\lambda s}{L1} \Delta T f_1;$$
  $Q_{s_{2,1}} = \frac{\lambda s}{L1} \Delta T f_1;$   $Q_{s_{,1}} = \frac{\lambda s}{hs_1} \Delta T f_2;$   
 $Q_{s_j} = \frac{\lambda s j}{0.5(hs_1 + hj_1)} \Delta T f_2;$   $f_1 = hs_1 \cdot 1;$   $f_2 = L1 \cdot 1;$   
 $Q_a = \sigma \varepsilon (T_{s_2}^{4} - T_{j_2}^{4});$ 

$$\lambda sj = \left(\frac{1}{\frac{1-f_h}{\lambda s} + \frac{f_h}{\lambda j}}\right)$$
 – приведенный средний гармони-

ческий коэффициент теплопроводности системы двух сред «металл – жидкость» [3];

$$f_h = \frac{hj1}{(hs1 + hj1)}$$
 – интерполяционный коэффициент;

 $\lambda s$ ,  $\lambda j$  – коэффициент теплопроводности металла и жидкости.

Для граничного элемента [1, 1] (жидкость) (см. рис. 6):

$$\sum_{i} Q_{i} = Q_{j1,1} + Q_{sj} + Q_{n} - Q_{j,1} - Q_{j2,1},$$

где  $Q_{j1,1} = G_1 I_1; \ Q_{j2,1} = G_2 I_2; \ Q_{j,1} = \frac{\lambda j}{hi!} \Delta T f_2; \ I = c_p T_j -$ 

энтальпия жидкости.

Для граничного элемента «жидкость – воздух» [1, k] (см. рис. 7):

$$\sum_{i} Q_{i} = Q_{j1,k} + Q_{j,k-1} - Q_{jv} - Q_{j2,k},$$

где 
$$Q_{j1,k} = G_1 I_1; \quad Q_{j2,k} = G_2 I_2; \quad Q_{j,k-1} = \frac{\lambda j}{h j 1} \Delta T f_2; \quad Q_{jv} = 0$$

 $= \alpha_i \Delta T_{i-\nu} f_2$  – тепловой поток, отводимый от жидкости в окружающую среду;  $\Delta T_{i-v} = Tjk - Tv$  – разность температур сред. Коэффициент теплоотдачи  $\alpha_i$ в общем случае можно рассчитать по формуле М. А. Михеева:  $Nu = 0,54Ra^{0,25}$  [4].

При достижении жидкостью (вода) в объеме элемента температуры насыщения при рабочем давлении происходит изменение агрегатного состояния, при этом коэффициент тепловой емкости среды записывается с учетом удельной теплоты парообразования, затрачиваемой на превращение воды в пар:  $CT2(t) = (c_p + rj)V\rho$ , где rj – удельная теплота парообразования. В дальнейшем считается, что образовавшийся в элементе пар экстрагируется, и замещается жидкостью с параметрами из предыдущего элемента.

Расчет промежуточных (внутренних) узлов производится аналогично с учетом их положения в расчетной схеме.

На рис. 8 представлен один из слоев жидкости высотой hjl в виде последовательно соединенных между собой гидродинамических элементов рассматриваемой расчетной схемы.

Для граничного элемента [1,1] (жидкость):  $\sum_{i} G_{i} = G1 - G2; \sum_{i} p_{i} = p1 - p2 - p_{\text{тр}};$  для капельной жидкости (воды)  $C2(t) = V_1 \rho_i / E_i$ ; для сжимаемой  $C2(t) = V_1 / (kRTj2),$ жидкости (воздуха) гле  $V_1 = hj1L1 \cdot 1 - объем единичного элемента. Получен-$  ная система уравнений и заданные граничные условия позволяют определить гидродинамические и тепловые параметры водо-воздушной среды и тепловые параметры металла, динамично изменяющиеся по времени в рассматриваемой расчетной области охлаждения.



Рис. 8. Композиция гидродинамических элементов

# Результаты

На основе приведенных зависимостей была разработана расчетная программа. Для сред (вода, воздух) выбраны начальные теплофизические параметры при температуре 20 °C [5, 6]. Металл (сталь 40X) охлаждается от начальной температуры 1000 °С; температура воды и воздуха 20 °С. Расчет дифференциальных уравнений производился методом Рунге -Кутта 4-го порядка с автоматическим выбором шага. Для оценки интенсивности отвода тепла от металлических заготовок в зависимости от объемного содержания воздуха в охлаждающей среде, выбрана  $\Delta h \times \Delta L = 2 \cdot 10^{-4} \times 1 \cdot 10^{-3}$  M;  $hs = 10^{-4}$  m; область  $h_i = 10^{-4}$  м; количество элементов по высоте ( $h_i$ ) жидкости k = 50, по длине ( $\Delta L$ ) участка m = 50, по высоте (hs) металла n = 30. Таким образом, расчетная ячейка и для металла, и для жидкости имеет размер порядка 10<sup>-6</sup> м. При скорости течения среды 10 м/с толщина теплового пограничного слоя составляет порядка размера высоты расчетной ячейки жидкости. На рис. 9 приведены значение среднего по длине нагретого участка металла коэффициента теплоотдачи:  $\overline{\alpha} = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i / m$  при значении объемного содержания воздуха в охлаждающей водо-воздушной среде  $\phi = 0$ ,  $\phi = 1$  и скорости течения среды 10 м/с.

На рис. 10 приведены значения среднего коэффициента теплоотдачи  $\overline{\alpha}$  при скорости потока жидкости при 0,1 и 10 м/с и объемном содержании  $\phi = 0,5$ воздуха.

# Выводы

Полученные результаты (рис. 6 и 7), показывают качественно и количественно согласование с результатами экспериментов, приведенных в литературе. За счет регулирования объемного содержания воздуха в водо-воздушной смеси при различных скоростях движения жидкости интенсивность отвода тепла изменяется. Как видно из рис. 10, со снижением скорости течения от 10 до 0,1 м/с повышается вероятность образования пара и срыва у охлаждаемой поверхности (область А). Процесс носит ступенчатый характер – интенсивность отдачи теплоты несколько падает, а затем снова возрастает. При скорости течения 10 м/с время пребывания среды относительно поверхности теплообмена мало́ и среда не успевает изменить свое агрегатное состояние (область Б).



*Рис. 9.* Интенсивность отдачи тепла в зависимости от объемного содержания воздуха:  $a - \varphi = 0$ ;  $\delta - \varphi = 1$ 





#### Список литературы

1. Шевяков А. А., Калинин В. М., Науменков Н. В. Теория автоматического управления ракетными двигателями / под ред. А. А. Шевякова. – М. : Машиностроение, 1978. – 288 с.

2. Макаров С. С. Математическое моделирование процесса возникновения естественной циркуляции в циркуляционном контуре : дис. ... канд. техн. наук. – Ижевск, 2004. – 118 с.

3. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.

4. *Михеев М. А., Михеева И. М.* Основы теплопередачи. – М. : Энергия, 1977. – 344 с.

5. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М. : Наука, 1972. – 720 с.

6. URL: www.http://s-metall.com.ua (дата обращения: 18.05.2010).

*S. S. Makarov*, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Izhevsk State Technical University *S. N. Khramov*, Doctor of Technical Sciences, Professor, Izhevsk State Technical University

### Mathematical Modeling of Air-Water Cooling of Metal Blanks During Heat Treatment

The paper presents a mathematical model of the two-phase air-water cooling process of metal blanks, heated for quenching. The results show changes in intensity of heat transfer from the blanks depending on the volume content of air in the cooling medium and speed of its feed.

Key words: mathematical model, cooling, air-water medium.

# УДК 531.7.08

Д. В. Соломахо, аспирант, Белорусский национальный технический университет, Минск

Б. В. Цитович, кандидат технических наук, Белорусский национальный технический университет, Минск

С. С. Соколовский, кандидат технических наук, Белорусский национальный технический университет, Минск

# НОРМИРОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ОПЕРАЦИОННОГО КОНТРОЛЯ

Рассматриваются вопросы нормирования точности измерений при операционном контроле. Анализ технической нормативноправовой базы показал, что в отношении операционного контроля качества имеет место определенный «нормативный вакуум». Использование методов нормирования точности измерений, характерных для приемочного контроля, не корректно для операционного, поскольку эти виды контроля имеют существенные различия. Приведены рекомендации по нормированию точности измерений для различных задач, решаемых в ходе операционного контроля.

Ключевые слова: операционный контроль, погрешность измерения, достоверность, точность.

О перационный контроль занимает наибольший удельный вес в техническом контроле на приборо- и машиностроительных предприятиях, поскольку данный вид контроля может рассматриваться как инструмент обеспечения качества продукции в течение всего производственного цикла. Вместе с тем в научно-технической литературе и нормативной документации данному виду контроля практически не уделено внимание. На сегодняшний день в производственной практике операционный контроль фактически отождествляется с приемочным. В связи с этим метрологические задачи, характерные для операционного контроля, ре-

шаются по аналогии с задачами приемочного контроля. Как показывает анализ, задачи операционного и приемочного контроля существенно различаются, поэтому их отождествление следует расценивать как некорректное. Рассмотрим подробнее аспекты нормирования точности измерений при приемочном и операционном контроле.

В соответствии с РМГ 29–99 измерение физической величины – это совокупность операций по применению технического средства, хранящего единицу физической величины, обеспечивающих нахождение соотношения измеряемой величины с ее единицей и получение значения этой величины.