## Wavelet-Analysis Application in Problems about Work of the Regulated Propulsion System

The paper considers the technique of energy and oscillation frequency analysis arising in a propulsion system combustion chamber. The technique is based on first solving the non-stationary thermal gas dynamic problem in the combustion chamber. The wavelet-analysis of calculations results is then carried out.

Keywords: propulsion system, intrachamber processes, oscillating gas dynamic magnitudes, Fourier-analysis, wavelet-analysis.

Получено 15.09.2014

УДК 004.942

**И. Г. Русяк**, доктор технических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

М. А. Ермолаев, аспирант, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

# АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ АРТИЛЛЕРИЙСКОГО ВЫСТРЕЛА\*

Объектом исследования является процесс артиллерийского выстрела. Приведена система уравнений, описывающих внутрибаллистический процесс выстрела. Проведен анализ влияния учета различных факторов на характеристики выстрела.

Ключевые слова: математическое моделирование, внутренняя баллистика, артиллерийский выстрел.

нутрибаллистический процесс артиллерийского выстрела является быстропротекающим процессом, поэтому регистрация основной массы его параметров является технической проблемой. В этой связи разработка детальной адекватной физико-математической модели процесса выстрела, учитывающей природу явлений, протекающих в стволе, и их функциональную зависимость, является актуальной научно-практической задачей. В процессе выстрела в заснарядном пространстве протекает сложный комплекс явлений, таких как движение газопороховой смеси, прогрев, воспламенение и неравномерное горение пороховых элементов заряда под влиянием обдува. Эти физические явления предполагается учесть, используя математическую модель внутрикамерных процессов, основанную на решении сопряженных газовой динамики, тепломассообмена, задач нестационарного и эрозионного горения заряда.

Внутрибаллистический процесс рассматривается с позиции механики гетерогенных реагирующих сред в рамках газодинамического подхода.

В общем случае полагаем, что имеется три навески воспламенителя: у дна канала  $(\omega_{\rm B1})$ , между полузарядами  $(\omega_{\rm B2})$  и у дна снаряда  $(\omega_{\rm B3})$ .

Соответствующая система одномерных нестационарных уравнений с учетом допущений, рассмотренных в [1], имеет вид:

$$\frac{\partial \rho_i mS}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i mSv}{\partial x} = SA_i, \quad i = \overline{1, 5};$$

$$\begin{split} \frac{\partial \rho m S v}{\partial t} + \frac{\partial \rho m S v^2}{\partial x} &= \\ = -m S \frac{\partial p}{\partial x} - S \left(\tau_{w1} + \tau_{w2}\right) + S \left(G_1 + G_2 + \sum_{j=1}^3 G_{Bj}\right) w - \\ -S \left(G_{51} + G_{52}\right) v - \Pi_c \tau_c; \end{split} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho m S \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho m S \varepsilon v}{\partial x} &= \\ = -p \frac{\partial \left[m S v + (1 - m) S w\right]}{\partial x} + S \left(\tau_{w1} + \tau_{w2}\right) (v - w) + \\ +S G_1 \left[Q_1 + \frac{(v - w)^2}{2}\right] + S G_2 \left[Q_2 + \frac{(v - w)^2}{2}\right] + \\ + \sum_{j=1}^3 S G_{Bj} \left[Q_{Bj} + \frac{(v - w)^2}{2}\right] - \\ -S \left(q_{T1} + q_{T2}\right) + \Pi_c \tau_c v - \Pi_c q_c; \\ p \left(1 - \alpha \rho_{\Gamma}\right) &= \theta \rho \varepsilon, \end{split}$$

где

$$A_{i} = \begin{cases} G_{1}, i = 1, \\ G_{2}, i = 2, \\ 0, i = 3, \\ \sum_{j=1}^{3} \xi_{0} G_{\mathbf{B}j}, i = 4, \\ \sum_{j=1}^{3} (1 - \xi_{0}) G_{\mathbf{B}j} - G_{51} - G_{52}, i = 5. \end{cases}$$

<sup>©</sup> Русяк И. Г., Ермолаев М. А., 2014

<sup>\*</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (госзадание № 1.1481.2014/К).

Математика 163

Уравнения движения и неразрывности твердой фазы для трубчатых и зерненых пороховых элементов записываются отдельно.

Для области течения, занятой зерненым порохом, необходимо записать:

$$\frac{\partial a_{j}S}{\partial t} + \frac{\partial a_{j}Sv}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial \delta_{j}(1-m)Sw}{\partial t} + \frac{\partial \delta_{j}(1-m)Sw^{2}}{\partial x} = (2)$$

$$= -(1-m)S\frac{\partial p}{\partial x} - SG_{j}w + S\tau_{w_{j}}.$$

Индекс j в уравнениях (2) сохранен с той целью, чтобы подчеркнуть, что они решаются отдельно для каждого полузаряда. Соответственно, для области, занятой трубчатым порохом, имеем:

 $n_i = \text{const};$ 

$$(1 - \overline{\psi}_{j}) \omega_{j} \frac{\partial w}{\partial t} = \left[ (1 - m) S \right]_{0} p_{0} -$$

$$- \left[ (1 - m) S \right]_{L} p_{L} + \int_{0}^{L_{0j}} \left[ p \frac{\partial (1 - m) S}{\partial x} + S \tau_{wj} \right] dx.$$

$$(3)$$

Уравнение горения пороховых элементов после воспламенения имеет вид

$$\frac{\partial \psi_{i}}{\partial t} + w_{i} \frac{\partial \psi_{i}}{\partial x} = \frac{S_{0i}}{\Lambda_{0i}} \sigma_{i} (\psi_{i}) u_{ki} = 
= \frac{\kappa_{pi}}{e_{v}} \sigma_{i} (\psi_{i}) u_{ki}, (i = \overline{1:N}).$$
(4)

Уравнение горения воспламенителей возьмем в форме

$$\frac{\partial \psi_{Bj}}{\partial t} + w \frac{\partial \psi_{Bj}}{\partial x} = \frac{d\psi_{Bj}}{dt} = A_{0j} f(\psi_{Bj}) p^{v_{0j}}, (j = \overline{1, M}), (5)$$

где  $\rho_j$  — плотности соответствующих компонентов смеси;  $\rho_\Gamma$  — суммарная плотность смеси;  $\rho_\Gamma$  — суммарная плотность газов;  $\varepsilon$  — внутренняя энергия единицы массы смеси;  $c_i$  — теплоемкости газообразных компонентов при постоянном объеме;  $R_i$  — удельные газовые постоянные компонентов смеси;  $\omega_{\rm Bj}$  — масса j-го воспламенителя;  $f(\psi_{\rm B})$  — функция Шарбонье для зерен воспламенителя;  $A_{0j}$ ,  $v_{0j}$  — константы закона скорости горения j-го воспламенителя;  $G_{\rm Bj}$  — приход продуктов горения с поверхности j-го воспламенителя;  $Q_{\rm Bj}$  — теплотворная способность j-го воспламенителя;  $G_{5i}$  — массовая скорость осаждения частиц на поверхность i-й фракции заряда;  $\mu$ ,  $\lambda$  — коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности смеси;  $\theta = k-1$ , где k — показатель адиаба-

ты смеси газов;  $\alpha$  – коволюм продуктов горения;  $G_i$  – газоприход с поверхности i-й фракции заряда в единице объема;  $\tau_{wi}$  – гидравлическое сопротивление.

Теплообмен и трение с каналом ствола определяется по приближенным зависимостям из соотношений:

$$q_{\rm c} = \text{Nu} \frac{\lambda}{d_{\rm ru}} (T - T_{\rm c}); \tag{6}$$

$$\tau_{\rm c} = \frac{\xi}{8} \rho \nu |\nu|,\tag{7}$$

где  $T_{\rm c}$  — температура поверхности канала ствола. Согласно [2] зависимость для числа Нуссельта примем

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$$

критерий Рейнольдса определяется по формуле

$$Re = \frac{\rho |v| d_{KH}}{\mu}.$$

Переменная температура поверхности канала ствола  $(T_c)$  определяется по известной приближенной методике Р. Е. Соркина [3]:

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{2Nu^2\lambda^2}{d_{KH}^2c_c\delta_c\lambda_c} \left(T - T_H - \sqrt{\eta}\right)^2, \quad \sqrt{\eta(t)} = T_C - T_H,$$

$$\eta(0) = 0,$$
(8)

где  $c_{\rm c}, \delta_{\rm c}, \lambda_{\rm c}$  — теплоемкость, плотность и теплопроводность материала канала ствола.

Начальные условия:

при t = 0,  $0 \le x \le L_{\text{км}}$ 

$$v = 0$$
,  $p = p_H$ ,  $T = T_H$ ,  $\rho_i = 0$ ,  $i \neq 3$ ,

$$\rho_3 = \frac{p_H}{R_2 T_{ei}}, \quad \psi_i = 0 \quad (i = 1, 2), \quad \psi_{Bj} = 0 \quad (j = \overline{1, 3}). \quad (9)$$

Граничные условия:

при x = 0,  $t \ge 0$ 

v = 0; в случае, если нижний заряд из зерненого пороха, w = 0.

при  $x = x_{\rm ch}$ ,  $t \ge 0$ 

$$v = v_{\rm cH}; \quad q \frac{dv_{\rm cH}}{dt} = S_{\rm cH} (p - p_{\rm np}).$$
 (10)

Противодавление  $p_{\rm пр}$  определяется из решения задачи о движении поршня в трубе с постоянной скоростью как давление за отошедшей ударной волной [4]:

$$p_{\text{np}} = p_{\text{H}} \left[ 1 + \frac{k(k+1)}{4} \frac{v_{\text{cH}}^2}{c_{\text{B}}^2} + \frac{k v_{\text{cH}}}{c_{\text{B}}} \sqrt{1 + \frac{(k+1)^2 v_{\text{cH}}^2}{16c_{\text{B}}^2}} \right], \quad (11)$$

где  $p_{_{
m H}}$  — начальное давление воздуха в стволе;  $c_{_{
m B}} = \sqrt{k_{_{
m B}}p_{_{
m H}}/\rho_{_{
m B}}}$  — скорость звука в воздухе;  $k_{_{
m B}}$ ,  $\rho_{_{
m B}}$  —

показатель адиабаты и плотность воздуха впереди ударной волны соответственно.

Алгоритм решения задачи основан на совместном эйлерово-лагранжевом методе [5]. Схема данного метода (рис. 1) относится к классу однородных консервативных схем, которые за счет введения псевдовязкости позволяют вести «сквозной» счет газодинамических параметров при наличии разрывов параметров. Благодаря сдвинутым сеткам (рис. 2), метод СЭЛ обладает вторым порядком точности относительно шага по координате.

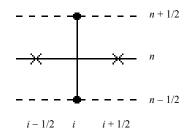


Рис. 1. Расчетная схема для метода СЭЛ

Расчетные формулы для внутренних точек, схема расчета параметров на границах объема и на границах твердой фазы, а также алгоритм численного решения системы уравнений (1)—(5) подробно рассмотрен в [6].

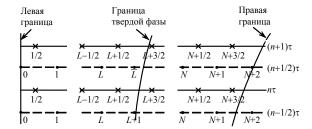


Рис. 2. Расчетная сетка для метода СЭЛ

С использованием математической модели (1)–(11) оценивалось влияние различных факторов, таких как противодавление, трение и теплообмен с каналом ствола, на основные характеристики выстрела.

Рассматривались артиллерийские системы калибром 30, 125 и 152 мм при указанном для каждой системы соотношении  $\omega/q$ . Результаты расчетов представлены в таблице.

Первоначально были проведены расчеты с учетом всех рассматриваемых факторов. Затем были проведены расчеты при исключении одного из факторов и рассчитаны отклонения значений основных характеристик выстрела от полученных ранее. В заключение были проведены расчеты без учета данных факторов и также были определены отклонения полученных значений от исходных.

#### Влияние различных факторов на основные характеристики выстрела

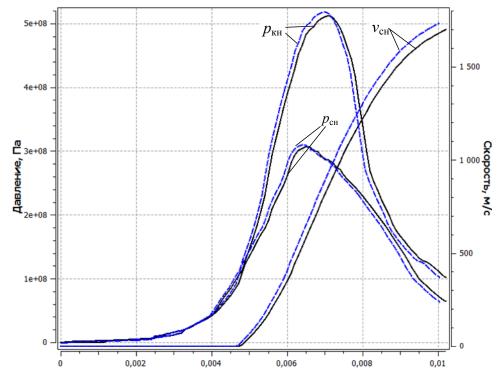
		Исключаемый фактор			
Параметр	Учет всех факторов	Противодавление	Трение	Теплообмен	Все факторы
1 1	1 1	$p_{\rm np} = 0, \%$	с каналом ствола $\tau_c = 0, \%$	с каналом ствола $q_c = 0, \%$	$p_{\rm np} = 0, \ \tau_{\rm c} = 0, \ q_{\rm c} = 0, \%$
Калибр 30 мм, $\omega/q=0,306$					
$(p_{\scriptscriptstyle \mathrm{KH}})_{\scriptscriptstyle \mathrm{max}}$ , %	385,35 МПа	-0,05	-0,01	0,89	0,79
$(p_{\rm ch})_{\rm max}$ ,%	345,55 МПа	-0,07	0,02	0,87	0,76
v <sub>д</sub> , %	889,15 м/с	0,25	0,30	1,47	1,88
Калибр 125 мм, $\omega/q = 0,261$					
$(p_{\text{KH}})_{\text{max}}$ , %, %	393,2 МПа	-0,05	-0,03	0,66	0,58
$(p_{\rm ch})_{ m max}$ , %	358,6 МПа	-0,06	0,00	0,63	0,53
ν <sub>д</sub> , %	869,23 м/с	0,24	0,27	0,89	1,23
Калибр 125 мм, $\omega/q = 1,311$					
$(p_{\text{\tiny KH}})_{\text{max}}$ , %	514,1 МПа	-0,09	-0,12	0,58	0,39
$(p_{\rm ch})_{ m max}$ , %	310,4 МПа	-0,10	0,07	0,55	0,38
ν <sub>д</sub> , %	1700,6 м/с	0,77	0,37	0,76	1,98
Калибр 152 мм, $\omega/q = 0,413$					
$(p_{\text{\tiny KH}})_{\text{max}}$ , %	434,5 МПа	-0,06	-0,04	0,61	0,41
$(p_{\rm ch})_{ m max}$ , %	359,8 МПа	-0,07	0,05	0,63	0,42
ν <sub>д</sub> , %	945,36 м/с	0,27	0,19	0,70	1,03

На рис. 3 представлены кривые давлений на дно канала и дно снаряда, а также кривая скорости снаряда для установки калибра 125 мм при  $\omega/q=1,31$  с учетом и без учета противодавления, трения и теплообмена. Результаты моделирования показывают заметное отличие как кривых давления на дно канала и дно сна-

ряда, так и кривой скорости снаряда рассматриваемых вариантов. При отсутствии учета диссипации энергии расчет показывает завышенные значения давления, вследствие чего метаемому телу сообщается избыточная энергия. Кроме того, при расчете без учета рассматриваемых факторов снаряд быстрее набирает ско-

рость в начальной фазе движения за счет более высоких давлений, а в конечной – отсутствия сопротивле-

ния внешней среды. Также расчет без учета факторов показывает занижение общего времени выстрела.



По результатам расчетов можно сделать следующие выводы.

- 1. Наиболее существенное влияние на основные характеристики выстрела оказывает теплообмен с каналом ствола. Его влияние снижается по мере увеличения калибра установки так отсутствие учета теплообмена с каналом ствола приводит к завышению расчетных значений максимальных давлений на дно канала и дно снаряда на 0,9 % и дульной скорости на 1,5 % для установки калибра 30 мм, в то время как для установки калибра 152 мм эти характеристики завышены на 0,6 и 0,7 % соответственно.
- 2. Противодавление и трение смеси с каналом ствола оказывают существенное влияние только на дульную скорость снаряда, и это влияние растет с увеличением скоростей движения снаряда в стволе.
- 3. Отсутствие учета в расчетах всех перечисленных факторов приводит к завышению расчетных значений дульной скорости на 1-2 %.

## Библиографические ссылки

- 1. Математическая модель газовой динамики, постепенного воспламенения, нестационарного и эрозионного горения порохов в артиллерийских системах: XXIII семинар по струйным, отрывным и нестационарным течениям (с международным участием): сб. докл. / И. Г. Русяк, А. Н. Ищенко [и др.]. Томск, 2012. С. 305–309.
- 2. *Гинзбург И. П.* Теория сопротивления и теплопередачи. Л. : Изд-во ЛГУ, 1970. 375 с.
- 3. *Соркин Р. Е.* Газотермодинамика ракетных двигателей на твердом топливе. М.: Наука, 1967. 368 с.
- 4. *Станюкович К. П.* Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971. 854 с.
- 5. *Нох В. Ф.* СЭЛ совместный эйлерово-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач // Вычислительные методы в гидродинамике. М. : Мир, 1967. С. 128–189.
- 6. *Русяк И. Г.*, *Ушаков В. М.* Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах. Екатеринбург : Изд-во УрО РАН, 2001 259 с.

I. G. Rusyak, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University M. A. Ermolaev, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

# Analysis of Influence of Various Factors on Characteristics of Artillery Shot

The object of research is the process of artillery shot. The system of equations describing the internal ballistics of a shot is presented. The analysis of the influence of various factors on the shot performance is carried out.

**Keywords:** mathematical modeling, internal ballistics, artillery shot.

Получено 26.09.2014