

$$p_i = z_{bi} / z_{ai}$$

Передаточное отношение планетарного редуктора, схема которого приведена на рис. 3, вычислено в соответствии с общим правилом перемещения индексов, приведенном в справочной литературе:

$$i_{\gamma\delta} = i_{a3}^{h1(b1,b2,h3)} = 1 - i_{a3h1}^{(b1,b2,h3)} = 1 + p_3(p_2 + 1)(p_1 + 1),$$

где $i_{a3h1}^{(b1,b2,h3)} = -p_3(p_2 + 1)(p_1 + 1)$ – передаточное отношение планетарной передачи с последовательным соединением ступеней при невращающихся центральных колесах b_1 , b_2 и невращающемся водиле h_3 .

Передаточное число дифференциально замкнутой передачи является числом положительным, и поэтому направление вращения вала γ совпадает с направлением вращения выходного вала δ , который связан с барабаном.

Общее передаточное отношение представляет собой произведение передаточного отношения быстроходной цилиндрической передачи и дифференциально замкнутой передачи:

$$i = i_4 i_{\gamma\delta} = (-z_2 / z_1) [1 + p_3(p_2 + 1)(p_1 + 1)].$$

Передаточное число цилиндрической быстроходной ступени является отрицательным, и поэтому общее передаточное отношение редуктора является отрицательным. Из этого следует, что направление вращения входного вала, связанного с гидромотором, противоположно направлению вращения барабана.

По техническому заданию было ограничение по максимальному диаметру тихоходной ступени, поэтому было принято решение перейти на $n_w = 4$.

По рекомендациям работы [6] отказались от применения сферических подшипников во избежание

Получено 25.04.2017

образования концентрации нагрузки у какого-либо из торцов зацеплений $a-g$.

Из рис. 1, 2 и 3 видно, что на каждом редукторе на водиле тихоходной ступени установлен радиальный шариковый подшипник. В этом месте желательное применение подшипников средней серии и выше. Такая опора воспринимает радиальную нагрузку от сил натяжения троса барабана, поэтому ее можно считать второй опорой барабана. Использование этих подшипников в качестве второй опоры барабана усложняет их расчетную схему, но способствует существенному снижению габаритного размера редуктора в осевом направлении.

В условиях экономии места на палубе судна снижение габаритных размеров может иметь ключевую роль при проектировании. Очевидно, что с уменьшением габаритов редуктора снижается и его масса, что тоже имеет очень важную роль в судостроении.

Все спроектированные редукторы изготовлены на ОАО «ЗАРЕМ» и успешно прошли приемно-сдаточные испытания.

Библиографические ссылки

1. Кудрявцев В. Н. Планетарные передачи. – М. : Машиностроение, 1966.
2. Планетарные передачи : справочник / В. Н. Кудрявцев, Ю. Н. Кирдяшев, Е. Г. Гинсбург, Ю. А. Державец, А. Н. Иванов, Е. С. Кисточкин, И. С. Кузьмин, А. Л. Филиппенков ; под ред. В. Н. Кудрявцева и Ю. Н. Кирдяшева. – Ленинград : Машиностроение, 1977.
3. Кудрявцев В. Н. Указ. соч.
4. Курсовое проектирование деталей машин / под редакцией В. Н. Кудрявцева. – Л. : Машиностроение, Ленинградское отделение, 1983 г.
5. Там же.
6. Филиппенков А. Л., Пишизов А. К. Влияние трения в сферическом подшипнике сателлита на распределение нагрузки по ширине зубчатых венцов планетарных передач // Трение и смазка в машинах и механизмах. – 2015. – № 12. – С. 10–21.

УДК 621.822

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-93-97

Ф. Г. Нахатакян, доктор технических наук, Институт машиноведения имени А. А. Благонравова РАН, Москва

ЖЕСТКОСТЬ РОЛИКОВЫХ ПОДШИПНИКОВ С УЧЕТОМ РАДИАЛЬНОГО ЗАЗОРА*

При расчете нагруженности и прочности опор качения необходимы сведения максимальной нагрузки на одном из ее элементов и жесткость подшипника, а также распределение нагрузки по телам качения [1, 2]. В соответствии с существующими рекомендациями [3] в роликовом подшипнике, работающем под радиальной нагрузкой, максимальная сила определяется как $P_0 = kF_r/Z$,

где k – коэффициент; F_r – радиальная сила в подшипнике; Z – количество роликов в нем. При $Z = 10 \dots 20$, коэффициент $k = 4,0$, если зазор равен нулю, и $k = 4,6$ при зазоре больше нуля [4]. Очевидно, что чем больше зазор, тем больше неравномерность распределения нагрузки между телами качения.

Точное решение задачи сводится к решению системы двух уравнений:

– совместности деформаций, зазоров и перемещений

$$W_i = \alpha_i - S_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где W_i, α_i, S_i – соответственно, упругая деформация, перемещение и зазор на i -м элементе; N – количество воспринимающих нагрузку тел качения;

– уравнения равновесия

$$P_0 + 2 \sum_{i=0}^N P_i = F_r, \quad (2)$$

где P_i, F_r – нагрузка на i -м элементе и внешняя сила на подшипник соответственно.

При отсутствии зазоров, $S_i = 0$, формула (1) упрощается:

$$W_i = \alpha_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

здесь $\alpha_i = \alpha_0$.

Формулу (2) можно переписать (рис. 1, а) как

$$P_0 + 2P_1 \cos \gamma_1 + 2P_2 \cos \gamma_2 + \dots + 2P_N \cos \gamma_N = F_r. \quad (4)$$

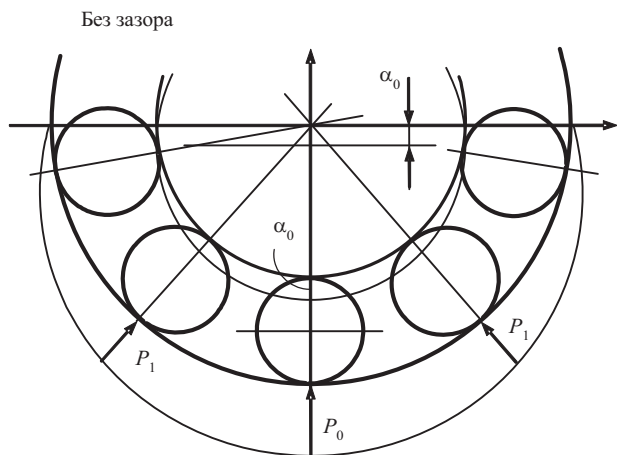


Рис. 1, а. Схема нагружения роликового подшипника при отсутствии зазора

Уравнение упругой деформации i -го элемента в роликовом подшипнике в (1) имеет вид

$$W_i = \delta P_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

где δ – податливость элемента с одним роликом, для определения которой в работе [5] получена формула

$$\delta = \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E} \ln \frac{3,393 E c_n}{q}, \quad (6)$$

здесь E, ν – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала соответственно; q – погонная нагрузка; c_n – приведенная толщина колец подшипника (контактное взаимодействие упругих тел конечных размеров на линейном контакте и цилиндров подробно рассмотрены в работах [6, 7]).

Из геометрических соотношений для α_i в (3) можно записать

$$\alpha_i = \alpha_0 \cos \gamma_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (7)$$

тогда с учетом (5) из (3) получим

$$\delta P_i = \alpha_0 \cos \gamma_i = \delta P_0 \cos \gamma_i, \quad (8)$$

то есть

$$P_i = P_0 \cos \gamma_i, \quad (9)$$

а из (4) следует, что

$$P_0 + 2P_0 \cos^2 \gamma + 2P_0 \cos^2 2\gamma + \dots = F_r,$$

отсюда имеем

$$P_0 = \frac{F_r}{1 + 2 \sum_{i=1}^N \cos^2 i\gamma} = \frac{F_r}{\bar{k}}, \quad (10)$$

где $\bar{k} = 1 + 2 \sum_{i=1}^N \cos^2 i\gamma$.

Следует отметить, что конечная сумма в формуле (10) существует. Так как $\gamma = \frac{2\pi}{Z}$, где Z – количество роликов в подшипнике, то

$$\begin{aligned} \bar{k} &= 1 + 2 \times \left(\frac{N}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sin(2\pi N/Z)}{\sin(2\pi/Z)} \cos(2\pi(N+1)/Z) \right) = \\ &= 1 + N + \bar{N}_1, \end{aligned}$$

здесь $\bar{N}_1 = \frac{\sin(2\pi N/Z)}{\sin(2\pi/Z)} \cos(2\pi(N+1)/Z)$. Легко показать, что при отсутствии зазора в подшипнике $\bar{k} \approx \frac{Z}{4}$. Следовательно, максимальная нагрузка в этом случае

$$P_0 = \frac{F_r}{1 + N + \bar{N}_1} \approx 4 \frac{F_r}{Z},$$

а максимальное смещение

$$\alpha_0 = P_0 \delta = \frac{F_r}{1 + N + \bar{N}_1} \delta \approx 4\delta \frac{F_r}{Z}. \quad (11)$$

Распределение нагрузки по телам качения можно определить с помощью формулы (9):

$$P_i = 4 \frac{F_r}{Z} \cos \left(i \frac{2\pi}{Z} \right),$$

а жесткость всего подшипника определяется из соотношения

$$F_r = C \alpha_0,$$

т. е. $C = \frac{F_r}{\alpha_0}$, или, с учетом (11), получим

$$C = \frac{1 + N + \bar{N}_1}{\delta} = \frac{Z}{4\delta},$$

где податливость δ при контакте колец подшипника с одним роликом определяется выражением (6).

Далее рассмотрим задачу при наличии радиального зазора $2e$ (рис. 1, б) в подшипнике.

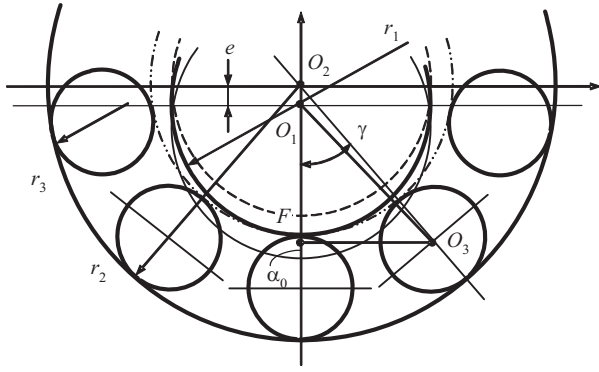


Рис. 1, б. Схема нагружения роликового подшипника при наличии радиального зазора

Сначала установим связь между e и S_i в (1). В работе [8] из геометрических соотношений для величины зазора S_i между роликом и кольцом получена зависимость

$$S = \left(\left((r_2 - r_3) \cos \gamma - e \right)^2 + \left((r_2 - r_3) \sin \gamma \right)^2 \right)^{1/2} - (r_1 - e) - r_3, \quad (12)$$

где r_1, r_2, r_3 – радиусы внутреннего и наружного колец и роликов подшипника. Однако несложно показать, что при условии $e^2/r_2^2 \ll 1$ и $er_3/r_2^2 \ll 1$ соотношение (12) существенно упрощается. Действительно, при этих условиях из (12) получим

$$S = r_2 \left(1 - 2 \frac{r_3}{r_2} - 2 \frac{e}{r_2} \cos \gamma \right)^{1/2} - r_1 + e - r_3,$$

или

$$S = r_2 \left(1 - \frac{r_3}{r_2} - \frac{e}{r_2} \cos \gamma - \frac{r_1}{r_2} - \frac{r_3}{r_2} + \frac{e}{r_2} \right),$$

отсюда получим связь между радиальным зазором e в подшипнике и зазором S_i в его i -м элементе в виде

$$S_i = e(1 - \cos \gamma_i). \quad (13)$$

Таким образом, при наличии зазора в подшипнике задача сводится к решению системы уравнений (1), (2), (5) и (13). Из формулы (1) с учетом (7) и (13) имеем

$$W_i = \alpha_0 \cos \gamma_i - e(1 - \cos \gamma_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, N,$$

а из условия $W_N = 0$, (когда N -й элемент только вошел в контакт, но еще нагрузку не воспринимает),

получаем $e = \frac{\alpha_0 \cos \gamma_N}{1 - \cos \gamma_N}$, или

$$e = \alpha_0 \bar{N}_3, \quad (14)$$

где $\bar{N}_3 = \frac{\cos(2\pi N/Z)}{1 - \cos(2\pi N/Z)}$.

Для установления связи $e - N$ в аналитическом виде поступим следующим образом. Перепишем систему уравнений упругой деформации (5) в виде

$$\begin{cases} P_0 = \frac{1}{\delta} W_0, \\ 2 \cos \gamma_1 P_1 = 2 \frac{1}{\delta} \cos \gamma_1 W_1, \\ 2 \cos \gamma_2 P_2 = 2 \frac{1}{\delta} \cos \gamma_2 W_2, \\ \dots \\ 2 \cos \gamma_N P_N = \frac{2}{\delta} \cos \gamma_N W_N, \end{cases} \quad (15)$$

а систему уравнений совместности (1) – в виде

$$W_i = \alpha_0 \cos \gamma_i - S_i. \quad (16)$$

Тогда, подставляя (16) в (15) и суммируя полученную систему, имеем

$$F_r \delta = \alpha_0 + 2\alpha_0 \cos^2 \gamma_1 - 2 \cos \gamma_1 S_1 + 2\alpha_0 \cos^2 \gamma_2 - 2 \cos \gamma_2 S_2 + \dots + 2\alpha_0 \cos^2 \gamma_N - 2S_N \cos \gamma_N,$$

или

$$F_r \delta = \alpha_0 + 2\alpha_0 \sum_{i=1}^N \cos^2 \gamma_i - 2 \sum_{i=1}^N S_i \cos \gamma_i. \quad (17)$$

Подставляя в (17) значения зазоров S_i из (13), получим

$$F_r \delta = \alpha_0 + 2\alpha_0 \sum_{i=1}^N \cos^2 \gamma_i - 2 \sum_{i=1}^N (e - e \cos \gamma_i) \cos \gamma_i,$$

или

$$\frac{F_r \delta}{\alpha_0} = 1 + 2 \frac{e}{\alpha_0} \left(\sum_{i=1}^N \cos^2 \gamma_i - \sum_{i=1}^N \cos \gamma_i \right) + 2 \sum_{i=1}^N \cos^2 \gamma_i. \quad (18)$$

Определяем значение конечных сумм в (18):

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \cos^2 \gamma_i &= \sum_{i=1}^N \cos^2 i \frac{2\pi}{Z} = \\ &= \frac{N}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sin(2\pi N/Z)}{\sin(2\pi/Z)} \cos(2\pi(N+1)/Z) = \\ &= \frac{N}{2} + \frac{1}{2} \bar{N}_1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \cos \gamma_i &= \cos 0 + \cos \gamma_1 + \cos \gamma_2 + \dots + \cos \gamma_N - 1 = \\ &= \sum_{i=0}^N \cos \gamma_i - 1 = \frac{\sin(2\pi(N+1)/2Z)}{\sin(2\pi/2Z)} \cos(2\pi N/2Z) - 1 = \\ &= \frac{1}{2} \bar{N}_2 - 1, \end{aligned}$$

где $\bar{N}_2 = 2 \frac{\sin(\pi(N+1)/Z)}{\sin(\pi/Z)} \cos(\pi N/Z)$.

С учетом последних зависимостей перепишем соотношение (18):

$$\frac{F_r \delta}{\alpha_0} = 1 + 2 \frac{e}{\alpha_0} \left(\left[\frac{N}{2} + \frac{1}{2} \bar{N}_1 \right] - \left[\frac{1}{2} \bar{N}_2 - 1 \right] \right) + 2 \left[\frac{N}{2} + \frac{1}{2} \bar{N}_1 \right],$$

или

$$\frac{F_r \delta}{\alpha_0} - \frac{e}{\alpha_0} (2 + N + \bar{N}_1 - \bar{N}_2) = 1 + N + \bar{N}_1. \quad (19)$$

Из (3) с учетом (5) следует $\alpha_0 = W_0 = \delta P_0$, следовательно, из (19) имеем

$$\frac{R \delta}{\delta P_0} - \frac{e}{\delta P_0} (2 + N + \bar{N}_1 - \bar{N}_2) = 1 + N + \bar{N}_1.$$

Отсюда получим

$$P_0 = \frac{F_r - \frac{e}{\delta} (2 + N + \bar{N}_1 - \bar{N}_2)}{1 + N + \bar{N}_1}.$$

Последнюю формулу можно написать в безразмерном виде

$$\frac{P_0}{F_r} = \frac{1 + \frac{e}{F_r \delta} (\bar{N}_2 - 2 - N - \bar{N}_1)}{1 + N + \bar{N}_1}. \quad (20)$$

С другой стороны, из (14) следует

$$e = \delta P_0 \bar{N}_3,$$

или, в безразмерном виде,

$$\frac{P_0}{F_r} = \frac{e}{F_r \delta \bar{N}_3}. \quad (21)$$

Для получения зависимости $e - N$ из формул (20) и (21), приравняв их правые стороны, получим соотношение

$$\frac{e}{F_r \delta \bar{N}_3} = \frac{1 - \frac{e}{F_r \delta} (2 + N + \bar{N}_1 - \bar{N}_2)}{1 + N + \bar{N}_1}, \quad (22)$$

которое устанавливает связь между e и N .

Из (22) получим формулу для $e - N$ зависимости

$$\frac{e}{F_r \delta \bar{N}_3} = \frac{1}{1 + N + \bar{N}_1} - \frac{e}{F_r \delta} \frac{(2 + N + \bar{N}_1 - \bar{N}_2)}{1 + N + \bar{N}_1},$$

откуда окончательно имеем

$$e = F_r \delta \frac{1}{\frac{1 + N + \bar{N}_1}{\bar{N}_3} + 2 + N + \bar{N}_1 - \bar{N}_2}.$$

Относительная максимальная нагрузка на ролике в долях максимальной нагрузки при отсутствии зазора

$$\bar{P}_0 = \frac{P_0}{P_{00}} = 1 + \frac{e}{F_r \delta} (\bar{N}_2 - 2 - N - \bar{N}_1),$$

а максимальная нагрузка в безразмерном виде на ролике определяется по формуле (20).

Распределение нагрузки по телам качения можно найти из системы (16) с учетом (5) и (13) как

$$\delta P_i = \alpha_0 \cos \gamma_i - e (1 - \cos \gamma_i),$$

тогда для P_i окончательно получим формулу

$$P_i = P_0 \cos \gamma_i - \frac{e}{\delta} (1 - \cos \gamma_i).$$

В безразмерном виде

$$\bar{P}_i = \frac{P_i}{F_r} = \frac{P_0}{F_r} \cos \gamma_i - \frac{e}{\delta F_r} (1 - \cos \gamma_i).$$

Максимальное смещение определяется из (8) и (20) как

$$\alpha_0 = F_r \delta \frac{1 + \frac{e}{F_r \delta} (\bar{N}_2 - 2 - N - \bar{N}_1)}{1 + N + \bar{N}_1}.$$

Относительное смещение в долях максимального смещения при отсутствии зазора

$$\bar{\alpha}_0 = \frac{\alpha_0}{\alpha_{00}} = 1 + \frac{e}{F_r \delta} (\bar{N}_2 - 2 - N - \bar{N}_1).$$

Жесткость подшипника будет

$$C = \frac{F_r}{\alpha_0} = \frac{F_r}{\delta P_0} = \frac{1}{\delta P_0},$$

или

$$C = \frac{1}{\delta} \frac{1 + N + \bar{N}_1}{1 + \frac{e}{F_r \delta} (\bar{N}_2 - 2 - N - \bar{N}_1)}.$$

Относительная жесткость подшипника в долях жесткости при отсутствии зазора

$$\bar{C} = \frac{c}{c_0} = \frac{1}{1 + \frac{e}{F_r \delta} (\bar{N}_2 - 2 - N - \bar{N}_1)}.$$

Графики относительных величин – максимальной нагрузки \bar{P}_0 , жесткости \bar{C} и смещения $\bar{\alpha}_0$ от эксцентриситета e – показаны на рис. 2. На рис. 3 показана зависимость числа нагруженных роликов от радиального зазора e в подшипнике при $F_r \delta = 0,0261$ мм; $Z = 14$, а на рис. 4. – зависимость $e - N$ при различных Z .

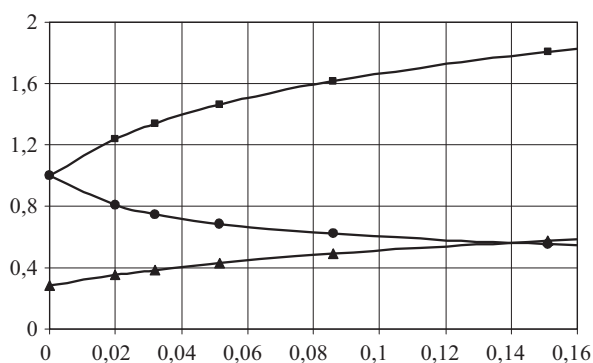


Рис. 2. Зависимости относительных величин от эксцентриситета e : ▲ – P_0/F_r ; ● – C/C_0 ; ■ – $\bar{\alpha}_0$

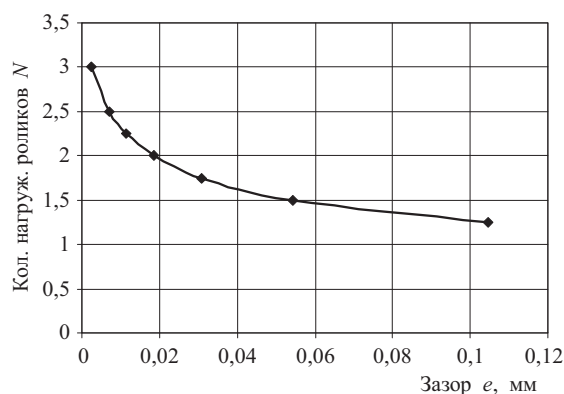


Рис. 3. Зависимость числа нагруженных роликов N от радиального зазора e при $F_r\delta = 0,0261$ мм; $Z = 14$

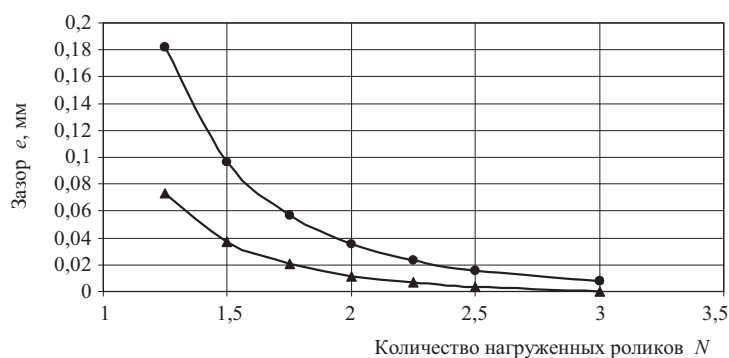


Рис. 4. Зависимость $e - N$ при различных Z : ▲ – $Z = 12$; ● – $Z = 18$; $F_r\delta = 0,0261$ мм

Таким образом, определены параметры роликовых подшипников, которые могут быть использованы при расчете их нагруженности.

Библиографические ссылки

1. Орлов А. В. Влияние износа на работоспособность опор качения // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2007. – № 5. – С. 71–79.
 2. Нахатакян Ф. Г. Напряженно-деформированное состояние упругих элементов зубчатых механизмов и сооружений при их линейном и кромочном контакте : автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – М. : ИМАШ РАН, 2014. – 55 с.

3. Решетов Д. Н. Детали машин. – М. : Машиностроение, 1989. – 496 с.
 4. Там же.
 5. Нахатакян Ф. Г. Податливость роликовых подшипников // Вестник машиностроения. – 2015. – № 2. – С. 19–21.
 6. Нахатакян Ф. Г. Сближение упругих тел конечных размеров при начальном касании по линии // Вестник машиностроения. – 2014. – № 2. – С. 24–27.
 7. Нахатакян Ф. Г. Решение плоской контактной задачи теории упругости с помощью модели упругого полупространства // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2011. – № 5. – С. 63–67.
 8. Орлов А. В. Указ. соч.

Получено 27.04.2017

УДК 621
 DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-97-102

Е. И. Тескер, доктор технических наук, профессор, Волгоградский государственный технический университет

ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ ЛАЗЕРНОЙ ОБРАБОТКИ (ЛО) ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ И ТЕХНИЧЕСКОГО УРОВНЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ТРАНСМИССИЙ И ПРИВОДОВ

Одним из наиболее прогрессивных методов упрочнения зубчатых колес из конструкционных сталей является лазерное упрочнение, которое заключается в воздействии интенсивно-

го потока энергии на локальный участок упрочняемой поверхности, подвергаемой в условиях эксплуатации наибольшему износу (предельное состояние детали или узла в целом). При этом оптимальные