

УДК 621.817

DOI: 10.22213/2413-1172-2020-2-38-45

Замена в плоском зубчато-рычажном механизме высших кинематических пар низшими парами

Э. Г. Крылов, доктор педагогических наук, кандидат технических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Р. Ф. Валиев, студент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Анализ связей в плоских механизмах является актуальной проблемой машиностроения. Несмотря на то, что классификация кинематических пар известна, проблематика сопряжения звеньев лежит в основе анализа и синтеза механизмов и машин, представляет значительный теоретический и прикладной интерес и продолжает привлекать ученых.

Одной из задач, которые решаются в процессе анализа и синтеза механизмов, является замена высших кинематических пар низшими. Как правило, такая замена производится в целях выделения кинематических цепей нулевой подвижности, структурных групп Ассура. Однако замена может также быть актуальной для кинематического анализа цепей с высшими кинематическими парами в силу определенных вычислительных трудностей, связанных относительными скольжениями звеньев, и нерегулярностью формы соприкасающихся поверхностей. При актуальности этой замены ее использование для получения кинематических и передаточных функций затруднено в силу ситуативности замены, неизоморфности эквивалентного механизма. В то же время для ряда механизмов смешанного типа, к которым относятся зубчато-рычажные механизмы, эквивалентная замена позволила бы унифицировать методы кинематического анализа.

Предложена технология замены высших кинематических пар звеньями с низшими парами, основанная на свойствах эвольвенты окружности. Доказана структурная и кинематическая эквивалентность такой замены для случая плоского зубчато-рычажного механизма. Показано, что изоморфность эквивалентного рычажного механизма позволит расширить возможности кинематического анализа, использовать кинематические функции, а также применять методы, основанные на рассмотрении мгновенных относительных вращений звеньев, в частности теорему Аронгольда – Кеннеди. Еще одним применением метода замены, который представлен в статье, будет расширение возможностей по выявлению контурных избыточных связей в механизме.

Ключевые слова: кинематическая пара, контурная связь, эквивалентный механизм, зубчато-рычажный механизм.

Введение

Важным этапом проектирования механизма является составление его структурной модели, учитывающей физические характеристики звеньев, главными из которых являются прочность и жесткость, а также способы соединения звеньев. На уровне двух звеньев их взаимодействие моделируется кинематическими парами; на более высоком уровне иерархии механизм представляется в виде кинематических цепей и структурных групп Ассура.

Кинематические пары классифицируют по числу условий связи, накладываемых на относительные движения звеньев, а также по геометрии контакта. В высших кинематических парах (по классификации Ф. Рело) контакт звеньев происходит в точке или по линии, в низших парах сопряженные профили контактируют по поверхности. Как правило, кинематический анализ цепей с высшими кинематическими

парами представляет определенные вычислительные трудности, связанные с возможностью относительного скольжения звеньев и нерегулярностью формы соприкасающихся поверхностей. Наличие десятков геометрических элементов (отрезки прямых и кривых линий для плоских сопряжений, фрагменты плоскостей и сферических, цилиндрических, конических поверхностей – в пространственных сопряжениях) может привести в различных сочетаниях к тысячам возможных типов контактов [1]. Определение геометрических характеристик движения заданных точек сателлита в зубчато-рычажном механизме планетарного типа также представляет известные математические трудности [2, 3].

В этом отношении низшие пары значительно проще. При изменении положения точки контакта в таких парах не происходит изменения характера взаимного расположения и формы

соприкасающихся поверхностей, то есть уравнения связей считаются неизменными. Это особенно важно, например, для обеспечения высокой точности позиционирования исполнительных органов роботов-манипуляторов [4].

Современная научная теория кинематических пар разработана Л. Т. Дворниковым и Э. Я. Живаго [5]. Вместо понятия *элемент кинематической пары* авторы вводят понятие *геометрический элемент звена* – участок поверхности звена, который входит в непосредственный контакт с другим звеном. Это позволяет провести более точную дифференциацию кинематических пар на основании классификации простых поверхностей, гауссова кривизна которых не меняется по знаку, а также рассмотреть различные комплексы относительных движений звеньев.

Рассмотрение кинематической пары как совокупности связей, реализуемых определенным количеством точек касания, позволяет уточнить принцип деления связей на активные (необходимые) и пассивные (избыточные). Задача обнаружения и устранения избыточных связей в плоских шарнирных механизмах является актуальной проблемой современного машиностроения. Л. Т. Дворниковым и Л. Н. Гудимовой предложен метод исключения избыточных связей в плоских шарнирных механизмах, основанный на решении системы двух уравнений, которые описывают исследуемую механическую систему одновременно и как плоскую, и как пространственную [6].

Новый метод устранения избыточных связей в одноконтурных и многоконтурных механизмах подробно рассматривается в работе В. Н. Ермака [7]. Согласно этому методу механизм представляется как результат наложения простых (без разветвлений) незамкнутых кинематических цепей. При этом известная структурная формула записывается в приращениях и применяется к каждой цепи отдельно.

Сложность анализа местных подвижностей и избыточных связей в контурах значительно увеличивается для многоконтурных механизмов, к которым относятся, например, планетарные редукторы [8]. При решении задач структурного анализа редукторов может быть использована теория графов, на основании которой изучается взаимодействие контуров, образованных кинематическими парами, классы которых должны быть предварительно обоснованы [9].

Развиваются также методы структурного синтеза многоконтурных рычажных механизмов, в частности на основании определения ос-

новных топологических характеристик кинематических цепей, а также составления обобщенной матричной модели механизма [10–12].

При изучении структуры плоских механизмов и решения задач кинематики для выбранных положений во многих случаях удобно заменять высшие кинематические пары звеньями, входящими в низшие кинематические пары. Поскольку в состав структурных групп Ассур входят только вращательные и поступательные низшие кинематические пары, эквивалентная замена высших кинематических пар является во многих случаях необходимым условием проведения структурного анализа.

Метод заменяющих механизмов популярен при анализе структуры ряда механизмов, однако в силу некоторых ограничений, к главному из которых относится неизоморфность получаемых структур, этим методом затруднительно пользоваться для кинематического анализа [13]. Для механизмов смешанного типа, к которым относятся зубчато-рычажные, целесообразным представляется свести исследуемую структуру к механизму какого-то одного типа.

Цель исследования состоит в получении технологии замены в плоских зубчато-рычажных механизмах высших кинематических пар низшими и доказательстве изоморфности полученной структуры, то есть независимости длин звеньев эквивалентного рычажного механизма от относительных положений звеньев исходного механизма.

Технология получения заменяющего механизма

Задача об идентификации плоских зубчатых механизмов различных типов с рычажными механизмами может иметь ряд применений, в частности при осуществлении кинематического и структурного синтеза зубчатых механизмов [14].

Рассмотрим замену высшей кинематической пары, образованной плоскими зубчатыми контурами. На рис. 1 изображен плоский зубчато-рычажный механизм, мгновенное положение которого определяется углом поворота кривошипа $\varphi_1 = 30^\circ$ и длинами звеньев. Механизм имеет следующие геометрические параметры: длина кривошипа 1 равна $l_{O_1A} = 0,05$ м; длина шатуна 2 равна $l_{AB} = 0,20$ м; длина коромысла 3 равна $l_{BC} = 0,24$ м; расстояние $l_{OC} = 0,20$ м. На рисунке кинематические пары, образованные подвижными звеньями, обозначены двойными индексами.

Колесо z_2 является частью шатуна AB , колесо z_4 вращается вокруг неподвижной оси, про-

ходящей через центр шарнира C . Числа зубьев колес $z_2 = 25$; $z_4 = 35$, радиусы начальных окружностей, соответственно, равны $r_2 = 0,1$ м и $r_4 = 0,14$ м. Зубья нарезаны без смещения профиля режущего инструмента. Кривошип OA вращается равномерно с угловой скоростью $\omega_1 = 7$ рад/с.

Необходимо установить технологию замены высшей кинематической пары в месте кон-

такта зубчатых колес 2 и 4 звеном, входящим в две нижшие пары, имеющую смысл не только для анализа структуры, но и для установления кинематических соотношений. Для проверки правильности замены необходимо определить степень подвижности исходного механизма и рассчитать выходные кинематические параметры, например угловую скорость выходного звена 4.

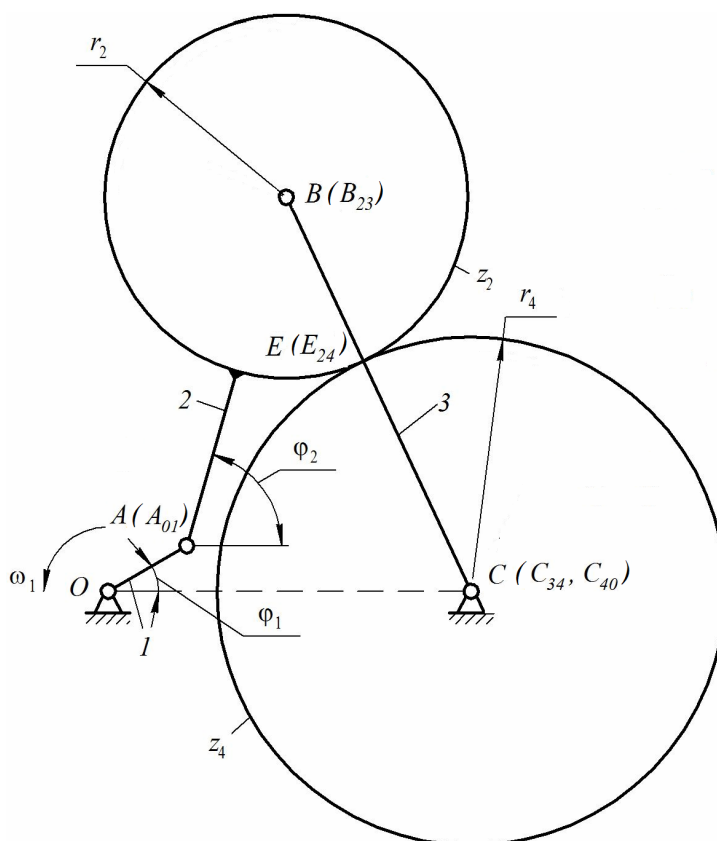


Рис. 1. Зубчато-рычажный механизм

Fig. 1. Geared linkage

По формуле Чебышева, степень подвижности плоского механизма

$$W = 3n - 2p_5 - p_4.$$

В рассматриваемом механизме число подвижных тел равно $n = 4$, имеются 5 вращательных кинематических пар 5-го класса (O_{01} , A_{12} , B_{23} , C_{34} , D_{40}), то есть $p_5 = 5$, одна высшая кинематическая пара 4-го класса (E_{24}), то есть $p_4 = 1$. Степень подвижности

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 - 1 = 1. \quad (1)$$

В целях проверки выполнения условия кинематической эквивалентности определим мгновенную угловую скорость зубчатого колеса 4.

Из уравнения замкнутого векторного контура $OAB - OCB$ (см. рис. 2.) проецированием на оси координат получаем

$$\begin{aligned} l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 &= l_0 + l_3 \cos \varphi_3 ; \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 &= l_3 \sin \varphi_3 . \end{aligned}$$

Дифференцируя систему уравнений по времени и подставляя заданные численные значения, получаем уравнения для угловых скоростей. Решая их для заданного положения, определяем мгновенные угловые скорости звеньев 2 и 3: $\omega_2 = -2,67$ рад/с, $\omega_3 = -1,56$ рад/с (знаки минус говорят в данном случае о вращении звеньев по часовой стрелке).

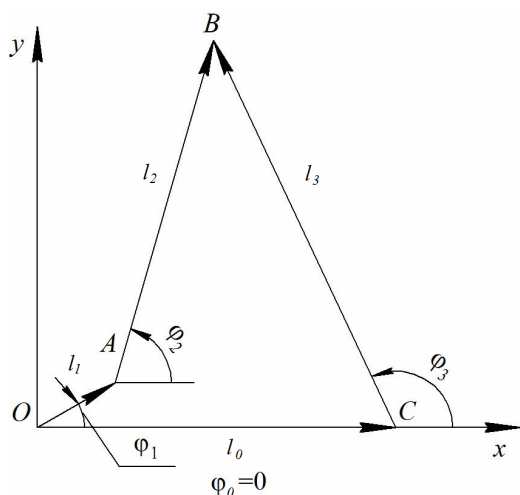


Рис. 2. Векторный контур для исходного механизма

Fig. 2. Vector contour for initial mechanism

Используем найденные значения для определения скорости точек E_2 и E_4 , принадлежащих телам 2 и 4, занимающих положение, обозначенное E (см. рис. 1), и образующих высшую кинематическую пару E_{24} .

Для точки тела, совершающего плоскопараллельное движение, справедливо векторное уравнение

$$\vec{V}_{E_2} = \vec{V}_{B_2} + \vec{V}_{E_2B_2},$$

где $|V_{E_2B_2}| = r_2 \cdot |\omega_2| = 0,27 \text{ м/с}$;

$|V_{B_2}| = l_{BC} \cdot |\omega_3| = 0,37 \text{ м/с}$.

Учитывая параллельность складываемых векторов и проецируя векторное уравнение на ось, перпендикулярную линии BC и направленную вверх, получаем (рис. 3)

$$V_{E_2} = V_{E_4} = 0,37 - 0,27 = 0,1 \text{ м/с}.$$

Тогда угловая скорость зубчатого колеса 4

$$\omega_4 = -0,71 \text{ рад/с}. \quad (2)$$

В последнем выражении знак минус показывает направление вращения, обратное принятым направлениям отсчета углов, то есть против часовой стрелки.

В целях исключения высшей кинематической пары E_{24} через эту точку требуется провести общую нормаль к сопряженным профилям и найти соответствующие радиусы кривизны. Для эвольвентных зубчатых контуров эта задача решается относительно просто и точно на основании использования свойств эвольвенты. Для аналитического определения координат точек эвольвентного профиля и его графического построения необходимо и доста-

точно знать только радиус основной окружности зубчатого колеса.

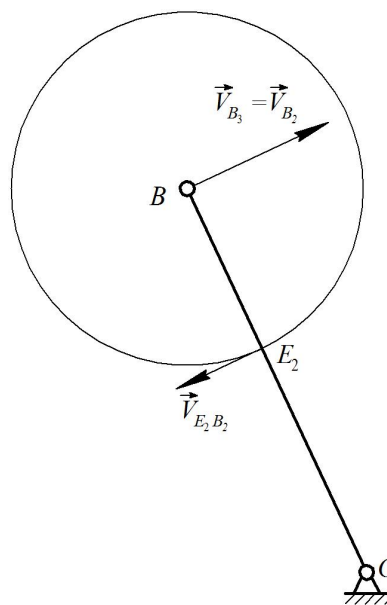


Рис. 3. К нахождению скорости точки E_2

Fig. 3. Finding velocity of point E_2

По основной теореме зацепления контактная нормаль к профилям высшей пары пересекает линию центров в полюсе относительного вращения звеньев, являющемся полюсом зацепления. Общая нормаль к сопряженным эвольвентным профилям зубьев, проведенная через полюс зацепления, касается основных окружностей в точках N_2 и N_4 , которые являются центрами кривизны эвольвентных профилей (рис. 4). В этих точках размещаются центры вращательных низших кинематических пар, входящих в состав заменяющего механизма.

Таким образом, предлагаемая технология замены высшей кинематической пары в зацеплении двух зубчатых контуров состоит в следующем. Через полюс зацепления следует провести общую касательную к основным окружностям, в местах пересечения этих линий (точки N_2 и N_4 на рис. 4) расположить низшие вращательные кинематические пары. Радиусы основных окружностей, проведенные в получившиеся точки, составляют угол зацепления α_w с линией, проходящей через центры колес. Особенности построения приводят к некоторым устойчивым соотношениям длин его звеньев и их взаимного положения: расстояния между шарнирами в центрах колес и шарнирами заменяющего звена равны радиусам основных окружностей ($BN_2 = r_{b2} = r_2 \cos \alpha_w$, $CN_4 = r_{b4} = r_4 \cos \alpha_w$), звено N_2N_4 находится на линии зацепления колес. Заменяющий рычажный механизм изображен на рис. 5.

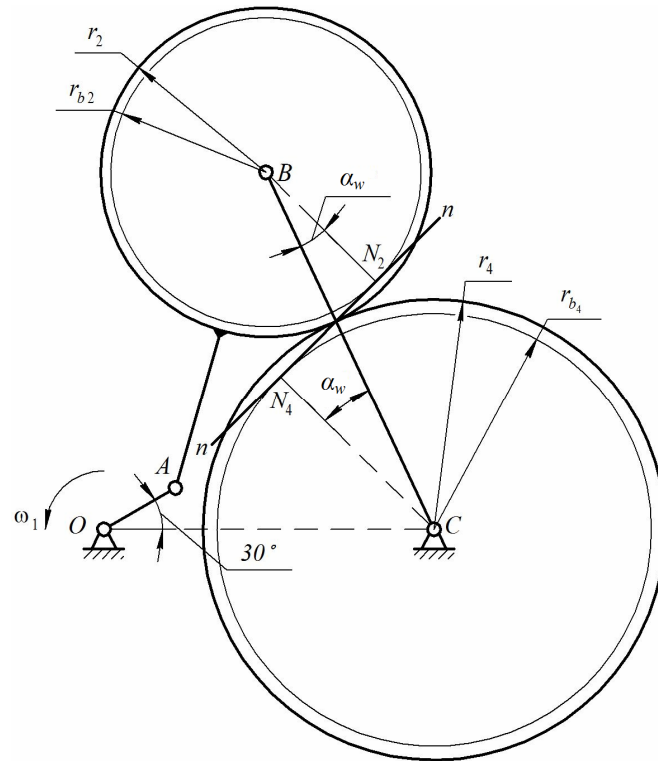


Рис. 4. Определение положения нижних кинематических пар (N_2, N_4), в которые входит заменяющее звено
 Fig. 4. Location of positions of the lower kinematic pairs (N_2, N_4), formed by the equivalent link

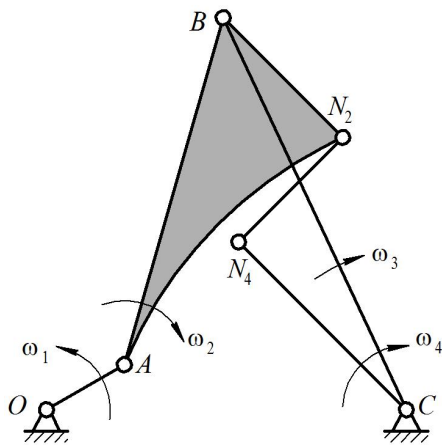


Рис. 5. Заменяющий механизм
 Fig. 5. Equivalent mechanism

Справедливость замены проверяется по упомянутым выше условиям. *Условие структурной эквивалентности*: степень подвижности заменяющего механизма равна $W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$. Это результат совпадает с полученным для исходного механизма (см. (1)).

Для проверки выполнения *условия кинематической эквивалентности* достаточно найти угловую скорость звена CN_4 , являющегося кинематическим аналогом колеса 4 (рис. 6).

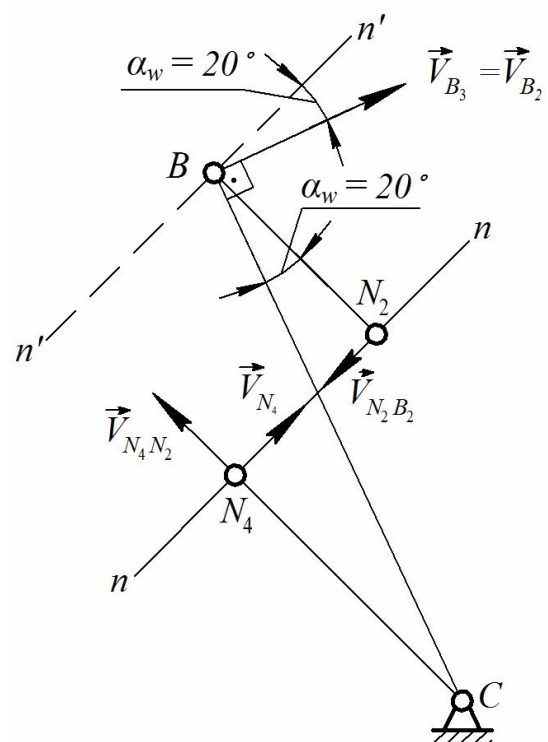


Рис. 6. К нахождению угловой скорости звена CN_4 , являющегося кинематическим аналогом колеса 4
 Fig. 6. Finding the velocity of the CN_4 link which is the kinematic analogue of wheel 4

Векторные соотношения для скоростей точки N_4 , записанные через параметры звеньев N_2N_4 и N_4C :

$$\vec{V}_{N_4} = \vec{V}_{N_2} + \vec{V}_{N_4N_2} = \vec{V}_{B_2} + \vec{V}_{N_2B_2} + \vec{V}_{N_4N_2}.$$

С учетом особенностей расположения векторов выражение целесообразно проецировать на направление $n-n$ (вверх):

$$\begin{aligned} V_{N_4} &= V_{B_2} \cdot \cos 20^\circ - V_{N_2B_2} = \\ &= 0,37 \cdot \cos 20^\circ - 0,1 \cdot \cos 20^\circ \cdot 2,67 = 0,1 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

Угловая скорость звена CN_4 , эквивалентного зубчатому колесу 4, с учетом округлений

$$\omega_4 = \frac{0,37 \cdot \cos 20^\circ - 0,1 \cdot 2,7 \cdot \cos 20^\circ}{0,14 \cdot \cos 20^\circ} = 0,71 \text{ рад/с.}$$

Этот результат совпадает с полученным для исходного механизма (см. (2)), что свидетель-

ствует о кинематической эквивалентности замены.

Поскольку заменяющий механизм является рычажным, включающим только низшие кинематические пары 5-го класса, его можно разбить на группы Ассур, приняв за начальное звено кривошип OA_1 (рис. 7).

Формула строения эквивалентного механизма второго класса:

$$I \left(\frac{1}{O_1^B} \right) \rightarrow II \left(\frac{2,3}{A_{12}^B B_{23}^B C_{30}^B} \right) \rightarrow II \left(\frac{4,5}{N_{25}^B N_{54}^B C_{40}^B} \right).$$

Важным свойством полученного заменяющего механизма является его *изоморфизм*, поскольку метод получения низших кинематических пар обеспечивает постоянство расстояний между точками B, N_2, N_4, C . Изоморфность эквивалентного рычажного механизма позволит применять для кинематического анализа такого рода механизмов аналитические методы [15–17].

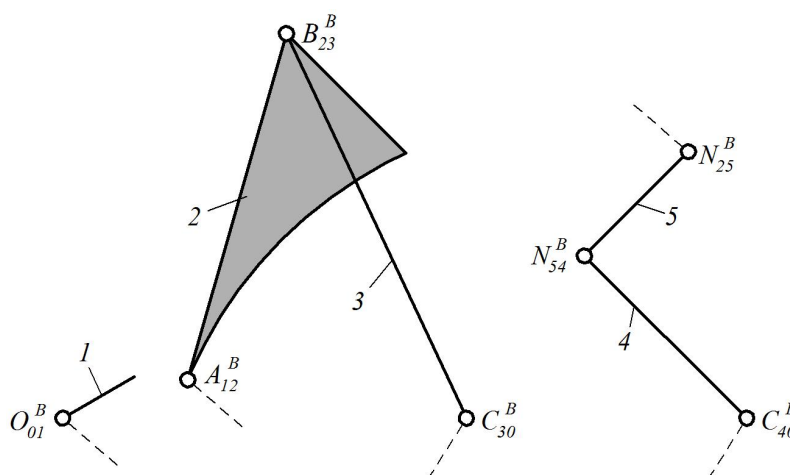


Рис. 7. Разбиение эквивалентного механизма на группы Ассур

Fig. 7. Assur groups for the equivalent mechanism

Выводы

В статье предложена технология замены высших кинематических пар звеньями с низшими парами для плоских зубчато-рычажных механизмов, основанная на свойствах эвольвенты окружности. На примере плоского пятизвенного механизма доказана структурная и кинематическая эквивалентность замены. Предложенный метод позволит получать изоморфные эквивалентные рычажные механизмы, что значительно расширит возможности кинематического анализа за счет использования кинематических функций и рассмотрения мгновенных относительных вращений звеньев с использованием, в частности, теоремы Аронгольда – Кеннеди [18].

Библиографические ссылки

1. Müller A. [Higher-order constraints for higher kinematic pairs and their application to mobility and shakiness analysis of mechanisms]. *Meccanica*, 2017, vol. 52, pp. 1669-1684. DOI: 10.1007/s11012-016-0496-x.
2. Федосеев Г. Н., Семин А. Г., Корнеенко Д. В. Исследование кинематических возможностей зубчато-рычажного механизма с квазистановками // Вестник Витебского государственного технологического университета. 2015. Вып. 28. С. 111–115.
3. Сунцов А. С. Распределение нагрузки по длине зубьев колес двухсателлитной планетарной передачи со сборным водилом // Вестник ИЖГТУ имени М. Т. Калашникова. 2016. Т. 19, № 3. С. 7–8. DOI: 10.22213/2413-1172-2016-3-7-8.

4. Турыгин Ю. В., Зубкова Ю. В., Сперанских Т. Н. Разработка математической модели движения выходного звена робота на основе анализа погрешностей позиционирования // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2018. Т. 21, № 1. С. 19–22. DOI: 10.22213/2413-1172-2018-1-19-22.

5. Живаго Э. Я. История создания и классификации кинематических пар // Теория механизмов и машин. 2008. Т. 6, № 2 (12). С. 26–34.

6. Гудимова Л. Н., Дворников Л. Т. Проблемы исключения избыточных связей в плоских шарнирных механизмах // Фундаментальные исследования. 2013. № 6. С. 24–32.

7. Ермак В. Н. Новый метод выявления и устранения избыточных связей в многоконтурных механизмах // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2012. № 1. С. 18–23.

8. Тимофеев Г. А., Самойлова М. В. Структурный анализ планетарного механизма с двумя плавающими звеньями // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2017. № 6. С. 18–27. DOI: 10.18698/0536-1044-2017-6-18-27.

9. Тимофеев Г. А., Подчасов Е. О. Использование метода графов в структурном анализе волновой зубчатой передачи // Вестник научно-технического развития. 2016. № 6 (106). С. 23–31.

10. Пожбелко В. И., Куц Е. Н. Системный анализ и области применения многоконтурных рычажных механизмов с многократными шарнирами в современном машиностроении // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2020. № 2 (719). С. 11–25. DOI: 10.18698/0536-1044-2020-2-11-25.

11. Куц Е. Н. Структурный синтез многоконтурных рычажных механизмов с многократными шарнирами и наиболее сложным двухшарнирным звеном // Современное машиностроение. Наука и образование. 2019. № 8. С. 201–214. DOI: 10.1872/MMF-2019-17.

12. Pozhbelko V. [Advanced technique of type synthesis and construction of veritable complete atlases of multiloop F-DOF generalized kinematic chains]. *Mechanisms and Machine Science*, 2019, vol. 59, pp. 207-214. DOI: 10.1007/978-3-319-98020-1_24.

13. Gregorio Di R. [On Higher-Pair Modelling in Planar Mechanisms]. *Mechanisms and Machine Science*, 2019, vol. 73, pp. 863-870. DOI: 10.1007/978-3-030-20131-9-86.

14. Пожбелко В. И. Структурный синтез рычажных и планетарных механизмов заданного уровня сложности по универсальной таблице стандартных кодов строения // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2012. № 4 (625). С. 13–29. DOI: 10.18698/0536-1044-2012-4.

15. Wang J., Ting K., Zhao D. [Equivalent Linkages and Dead Center Positions of Planar Single-DOF Complex Linkages]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2013, vol. 7, pp. 48–54. DOI: 10.1115/IMECE2013-62306.

16. Kim M., Han M.S., Seo T. [A new instantaneous center analysis methodology for planar closed chains via graphical representation]. *Control Autom. Syst.*, 2016, vol. 14, pp. 1528-1534. DOI: 10.1007/s12555-015-0066-3.

17. Zhao J., Feng Z. [Kinematic Design of Geared Five-Bar Linkage]. *Design of Special Planar Linkages*, 2014, pp. 51-75.

18. Balyakin V., Krylov E. [Cultural and Educational Significance of MMS Competitions for Future Engineers]. Springer Nature Switzerland AG 2019 J. C. Garcia-Prada and C. Castejón (eds.): *New Trends in Educational Activity in the Field of Mechanism and Machine Theory*, MMS 64, 2019, pp. 38-48. DOI: 10.1007/978-3-030-00108-7-5.

References

1. Müller A. [Higher-order constraints for higher kinematic pairs and their application to mobility and shakiness analysis of mechanisms]. *Meccanica*, 2017, vol. 52, pp. 1669-1684. DOI: 10.1007/s11012-016-0496-x.

2. Fedoseev G.N., Semin A.G., Korneenko D.V. [The study of the kinematic capabilities of the gear-lever mechanism with quasi-stops]. *Vestnik Vitebskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta*, 2015, vol. 28, pp. 111-115 (in Russ.).

3. Suncov A.S. [Load distribution along the length of the teeth of the wheels of a two-satellite planetary gear with a prefabricated carrier]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, 2016, vol. 19, no. 3, pp. 7-8 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-2016-3-7-8.

4. Turygin Yu.V., Zubkova Yu.V., Speranskiy T.N. [Development of a mathematical model of the movement of the robot output link based on the analysis of positioning errors]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, 2018, vol. 21, no. 1, pp. 19-22 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-2018-1-19-22.

5. Zhivago E.Ya. [History of the creation and classification of kinematic pairs]. *Teoriya mekhanizmov i mashin*, 2008, vol. 6, no. 2, pp. 26-34 (in Russ.).

6. Gudimova L.N., Dvornikov L.T. [Problems of elimination of excess bonds in planar articulated mechanisms]. *Fundamental'nye issledovaniya*, 2013, no. 6, pp. 24-32 (in Russ.).

7. Ermak V.N. [A new method for identifying and eliminating excess connections in multi-circuit mechanisms]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij*, 2012, no. 1, pp. 18-23 (in Russ.).

8. Timofeev G.A., Samojlova M.V. [Structural analysis of a planetary mechanism with two floating links]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Mashinostroenie*, 2017, no. 6, pp. 18-27 (in Russ.). DOI: 10.18698/0536-1044-2017-6-18-27.

9. Timofeev G.A., Podchasov E.O. [Using the graph method in the structural analysis of a wave gear]. *Vestnik nauchno-tekhnicheskogo razvitiya*, 2016, no. 6, pp. 23-31 (in Russ.).

10. Pozhbelko V.I., Kuc E.N. [System analysis and areas of application of multi-circuit linkage mechanisms with multiple joints in modern engineering]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij*, 2020, no. 2, pp. 11-25 (in Russ.). DOI: 10.18698/0536-1044-2020-2-11-25.

11. Kuc E.N. [Structural synthesis of multi-circuit linkage mechanisms with multiple joints and the most

complex double-joint link]. *Sovremennoe mashinostroyeniye. Nauka i obrazovanie*, 2019, no. 8, pp. 201-214 (in Russ.). DOI: 10.1872/MMF-2019-17.

12. Pozhbelko V. [Advanced technique of type synthesis and construction of veritable complete atlases of multiloop F-DOF generalized kinematic chains]. *Mechanisms and Machine Science*, 2019, vol. 59, pp. 207-214. DOI: 10.1007/978-3-319-98020-1-24.

13. Gregorio Di R. [On Higher-Pair Modelling in Planar Mechanisms]. *Mechanisms and Machine Science*, 2019, vol. 73, pp. 863-870. DOI: 10.1007/978-3-030-20131-9-86.

14. Pozhbelko V.I. [Structural synthesis of lever and planetary mechanisms of a given level of complexity according to the universal table of standard structure codes]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye*, 2012, no. 4, pp. 13-29 (in Russ.). DOI: 10.18698/0536-1044-2012-4.

15. Wang J., Ting K., Zhao D. [Equivalent Linkages and Dead Center Positions of Planar Single-DOF Complex Linkages]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2013, vol. 7, pp. 48-54. DOI: 10.1115/IMECE2013-62306.

16. Kim M., Han M.S., Seo T. [A new instantaneous center analysis methodology for planar closed chains via graphical representation]. *Control Autom. Syst.*, 2016, vol. 14, pp. 1528-1534. DOI: 10.1007/s12555-015-0066-3.

17. Zhao J., Feng Z. [Kinematic Design of Geared Five-Bar Linkage]. *Design of Special Planar Linkages*, 2014, pp. 51-75.

18. Balyakin V., Krylov E. [Cultural and Educational Significance of MMS Competitions for Future Engineers]. Springer Nature Switzerland AG 2019 J. C. Garcia-Prada and C. Castejón (eds.): *New Trends in Educational Activity in the Field of Mechanism and Machine Theory*, MMS 64, 2019, pp. 38-48. DOI: 10.1007/978-3-030-00108-7-5.

Replacement in a Plane Geared Linkage of High Kinematic Pairs with Lower Pairs

E.G. Krylov, DSc in Education, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia
R.F. Valiev, Student, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

The analysis of constraints in plane mechanisms is an urgent problem in the theory of machines and mechanisms. Although kinematic pairs' classification has been known for a long time, the issue of the conjugation of links, being at the heart of the analysis and synthesis of mechanisms and machines, is of considerable theoretical and practical interest and continues to attract scientists.

One of the tasks that are solved in the process of analysis and synthesis of the structures of mechanisms is the replacement of higher kinematic pairs by lower ones. As a rule, such a replacement is made to identify kinematic chains of zero mobility, Assur's structural groups, in a mechanism. The replacement may also aim at obtaining the necessary kinematic relations. That is because specific computational difficulties hamper the kinematic analysis of chains with higher kinematic pairs due to the relative sliding and shape irregularity of mating surfaces. Yet, the use of replacements to obtain kinematic and transmission functions is difficult due to nonisomorphism of the equivalent mechanism. Simultaneously, for mixed-type mechanisms, which include geared linkages, the equivalent replacement will allow unifying the kinematic analysis methods.

The paper suggests the technology of replacing higher kinematic pairs with links with lower pairs as applied to a plane geared linkage. The technology is based on the properties of the involute of a circumference. The paper proved the structural and kinematic equivalence of such a replacement. The isomorphism of the equivalent linkage will enhance the kinematic analysis, make it possible using kinematic functions, and applying methods based on the instantaneous relative rotations of links, in particular, the Aronhold-Kennedy theorem. Another application of the replacement method presented in the paper will be the expansion of opportunities for identifying idle constraints in the mechanism.

Keywords: kinematic pair, constraint, equivalent mechanism, geared linkage.

Получено 10.03.2020

Образец цитирования

Крылов Э. Г., Валиев Р. Ф. Замена в плоском зубчато-рычажном механизме высших кинематических пар низшими парами // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2020. Т. 23, № 2. С. 38-45. DOI: 10.22213/2413-1172-2020-2-38-45.

For Citation

Krylov E.G., Valiev R.F. [Replacement in a Plane Geared Linkage of High Kinematic Pairs with Lower Pairs]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, 2020, vol. 23, no. 2, pp. 38-45 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-2020-2-38-45.