

---

**МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА**

УДК 532.526

*Р. В. Антонов*, кандидат технических наук, старший научный сотрудник  
Ижевский государственный технический университет

**АНАЛИЗ ФИЗИЧЕСКОЙ КАРТИНЫ ОТРЫВНОГО ОБТЕКАНИЯ  
ДВУМЕРНОЙ СТУПЕНЬКИ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА**

*Дан анализ экспериментальной картины течения в области отрыва турбулентного сверхзвукового потока перед двумерной ступенькой. Показана взаимосвязь течения в точках отрыва и присоединения потока.*

**Ключевые слова:** сверхзвуковой поток, ступенька, отрыв

Теоретический и экспериментальный анализ различных ситуаций двумерного отрыва турбулентного пограничного слоя в большинстве случаев осуществляется на основе двух классических упрощенных схем: обтекания ступеньки и срыва потока с поверхности уступа [1]. Частный случай обтекания последнего рассмотрен в работе [2], где дано аналитическое решение задачи с использованием дополнительной эмпирической информации для критического отношения давлений в точке присоединения оторвавшегося турбулентного потока газа.

Для построения методов расчета турбулентного отрыва весьма важным является изучение особенностей течения внутри зон отрыва. Модель ступеньки, позволяющая реализовать достаточно обширные зоны отрыва, является очень удобной для изучения их свойств. Несомненно, этот случай представляет и самостоятельный интерес [1].

С этой точки зрения работа [3] заслуживает наибольшего внимания. Ниже приводятся изложенные в указанной работе результаты детальных экспериментальных исследований отрыва турбулентного пограничного слоя перед ступенькой с относительной высотой  $h/\delta_1 = 4$  при числах Маха  $M_1 = 2,95$  и Рейнольдса  $Re_1 = (30...36) \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ . Здесь  $\delta_1$  – толщина пограничного слоя в точке начала роста давления перед ступенькой. Эксперименты проводились в сверхзвуковой аэродинамической трубе в условиях адиабатической стенки. Были использованы современные на то время методы диагностики, позволившие получить обширнейшие и надежные данные по распределению давления и полям скоростей во всей области возмущенного течения в окрестности ступеньки. Модель ступеньки высотой 15 мм и длиной 270 мм устанавливалась на пластине на расстоянии 315 мм от ее передней кромки. Профили скоростей в невозмущенном пограничном слое перед ступенькой соответствовали закону « $1/7$ », т. е. пограничный слой в районе зоны отрыва был турбулентным. Измеренные распределения плотности в пограничном слое и зоне отрыва также удовлетворительно соответствовали расчетным для изоэнергетического течения ( $T_0 = \text{const}$ ).

Проведенные исследования позволили построить общую схему течения перед ступенькой, которая показана на рис. 1.

В соответствии с полученными фотографиями угол наклона отрывного скачка 2 равен  $30^\circ$ , что соответствует повороту невозмущенного потока на  $12,4^\circ$ .

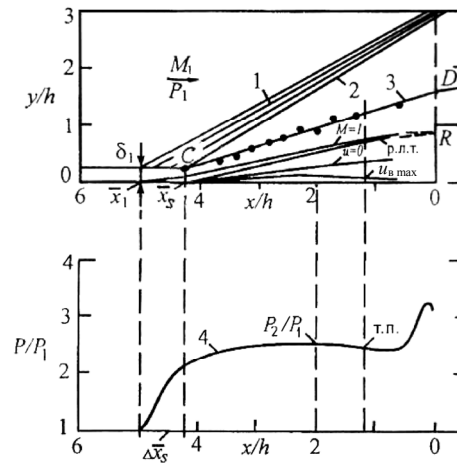


Рис. 1. Картина течения перед ступенькой.  
 1 – система волн сжатия; 2 – скачок отрыва; 3 – граница зоны отрыва;  
 4 – кривая распределения давления в возмущенной области

Измерения угла скоса вектора скорости по высоте слоя смешения показали, что в основной области течения вне ядра вихря, расположенного перед ступенькой, эта величина изменяется в пределах до  $15 \pm 2^\circ$ .

Полученные данные свидетельствуют о том, что отрыв пограничного слоя происходит на расстоянии  $\sim 64$  мм ( $\bar{x}_s = x_s/h \approx 4,27$ ). В сечениях, расположенных ниже по потоку относительно точки отрыва, давление практически постоянно по толщине области отрыва. Участок  $\bar{x} \approx 3,8 \dots 0,6$  соответствует изобарическому слою смешения. Линия нулевых скоростей ( $u = 0$ ) и разделительная линия тока (р. л. т.) прямолинейны при  $\bar{x} \approx 3,8 \dots 2,2$  и наклонены относительно направления невозмущенного потока соответственно на  $\sim 8^\circ$  и  $13^\circ$ . Далее они плавно искривляются по направлению к пластине. На рисунке также показана линия максимальной скорости в области возвратного течения ( $u_{в\max}$ ). Эта скорость может быть весьма значительной и составлять  $\approx 0,4 u_2$ , где  $u_2$  – скорость потока над зоной отрыва. Линия  $M = 1$  распространяется по направлению к точке присоединения потока  $R$ , расположенной на торце ступеньки на расстоянии 1,25 мм ниже ее вершины, которое, по-видимому, практически не зависит от высоты ступеньки  $h$  и числа Маха  $M_1$  [1]. В рассмотренном диапазоне изменения  $Re_1 = 1,5 \cdot 10^6 \dots 2 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  число Рейнольдса не оказывает заметного влияния на основные характеристики течения [1].

Анализ экспериментальной картины течения на рис. 1 показал следующее.

Внешняя граница слоя смешения 3 прямолинейна и угол ее наклона к направлению невозмущенного потока согласно приведенных выше данных измерения равен  $17^\circ$ . На рисунке точками обозначены результаты замеров координат названной границы. Опытные точки удовлетворительно согласуются с направлением линии границы, что подтверждает величину измеренного угла ее наклона. Точка  $C$  – место присоединения скачка отрыва 2. Вертикальная координата этой точки определяет толщину пограничного слоя в сечении отрыва  $\delta_s$ . Одновременно точка  $C$  является точкой поворота струйки тока, текущей вдоль верхней границы оторвавшегося по-

граничного слоя (зоны отрыва потока). Угол отклонения струй за скачком 2 постепенно изменяется, приближаясь к направлению границы 3.

Обращает внимание большая разница толщин  $\delta_s$  и  $\delta_1$ . Их отношение, согласно опытным данным, на участке  $\Delta x_s$  увеличилось до  $(\delta_s/\delta_1)_{\text{опыт}} = 1,2$ . Здесь  $\Delta x_s = x_1 - x_s = 2,85 \delta_1$  – соответствует результатам измерения координат  $x_1$  и  $x_s$ . Проведена проверка этого отношения путем решения уравнения сохранения массы в вязком слое:

$$\int_0^{\delta_1} \rho u dy = \int_0^{\delta_s} \rho u dy, \quad (1)$$

где  $\rho u = \rho_i u_i \frac{\rho u}{\rho_i u_i}$ ,  $dy = \delta_i d\eta_i$ ,  $\eta_i = \frac{y}{\delta_i}$ ,  $i = 1, s$ ;

профили плотностей по Г. Н. Абрамовичу:

$$\frac{\rho}{\rho_i} = \frac{1 - c^2}{1 - \left(\frac{u}{u_i}\right)^2 c^2}, \quad c = \frac{u}{u_{\max}};$$

профили скоростей:

$$\frac{u}{u_1} = \eta_1^{1/7},$$

$$\frac{u}{u_s} = \eta_s^2 [6 - \eta_s (8,5 - 3,5\eta_s)], \quad (2)$$

$$u_s = u_2.$$

Формула (2) является трансформацией известной интерполяционной формулы А. С. Гиневского ( $\delta_{1,2} = 0,385 \delta$ ). На рис. 2 экспериментальный профиль сравнивается с профилем (2). Очевидно, что последний вполне может быть использован для оценочных расчетов.

В результате решения уравнения (1) получено  $(\delta_s/\delta_1)_{\text{расч}} = 1,048$ , т. е. опытное значение  $\delta_s$  намного больше расчетного. В анализируемой здесь работе указывается на возможное формирование пары локальных вихрей внутри пограничного слоя, расположенных по обе стороны р. л. т. в окрестности точки отрыва. Характер утолщения пограничного слоя перед отрывом и торможения возвратного потока (рис. 4), по всей вероятности, объясняется вытесняющим эффектом этих вихрей. Проходя через образовавшуюся систему волн  $I$  (рис. 1), линия тока вдоль границы слоя испытывает плавный (изоэнтропический) поворот. Но так как угол поворота весьма мал, то траекторию линии тока здесь можно считать прямолинейной.

В таком случае нетрудно подсчитать угол  $\Delta\theta_1$  утолщения пограничного слоя на участке  $\Delta x_s$  – он равен  $4^\circ$ . По-видимому, данный участок следует рассматривать как предотрывную часть оторвавшегося пограничного слоя, угол  $\Delta\theta$  расширения которого также равен  $4^\circ$  (исходя из того, что углы наклона верхней границы слоя и его нижней границы – начальной прямолинейной части р. л. т. соответственно равны  $17^\circ$  и  $13^\circ$ ). Показанное выше объясняет причины столь заметного увеличения толщины пограничного слоя  $\delta_s$ .

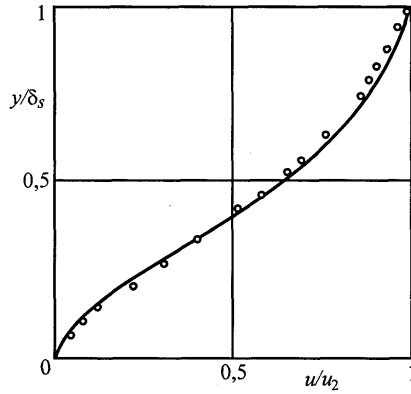


Рис. 2. Профиль скорости в сечении отрыва пограничного слоя: ○ – эксперимент [3]

Необходимо объяснить, в свою очередь, и величину угла наклона границы  $\mathcal{Z}$ . Рассмотрим течение в зоне отрыва потока и в точке растекания  $R$ .

В работе [3, рис. 18...20] в координатах  $y - u/u_2$  приводятся экспериментальные профили скорости, которые наглядно иллюстрируют развитие течения по длине зоны отрыва. Отмечается схожесть данных профилей. Там же, на рис. 21, эти профили даны в безразмерных координатах, показана их совместимость в слое смешения выше линии нулевых скоростей.

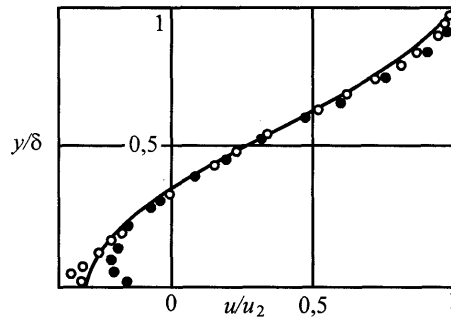


Рис. 3. Профили скорости в отрывной зоне: ○  $-\bar{x} = 1,223$ ; ●  $-2,067$

На рис. 3 также в безразмерных координатах представлены два из указанных выше экспериментальных профиля скорости и сравниваются с нижепредлагаемым эмпирическим профилем:

$$\frac{u}{u_2} = 1 - m \left[ 1 - \eta^2 (2,5 - 1,5\eta) \right], \quad (3)$$

где  $m = \frac{u_2 - u_{в.т}}{u_2}$ ,  $u_{в.т} = -0,3 u_2$ ,  $\eta = \frac{y}{\delta}$ ,  $\delta = \delta(x)$  – координата границы  $\mathcal{Z}$ ,  $u_{в.т}$  – скорость возвратного течения (ниже линии  $u = 0$ ). Формула (3) является трансформацией другой интерполяционной формулы А. С. Гиневского ( $\delta_{1/2} = 0,5\delta$ ). Сопостав-

ление экспериментальных профилей скорости с профилем (3) свидетельствует о возможности использования последнего в анализе течения внутри зоны отрыва в диапазоне  $0 \leq u/u_2 \leq 1$ .

Характер нарастания скорости струйки, текущей вдоль р. л. т. (точки), и распределения максимальной скорости  $u_{v \max}$  в области возвратного течения (крестики) показан на рис. 4.

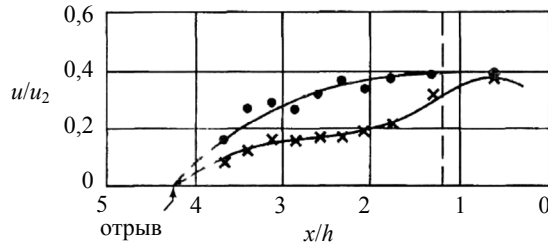


Рис. 4. Распределение скоростей по длине отрывной зоны:  
•, × – эксперимент [3]

В месте перегиба р. л. т. скорость струйки достигает максимума и далее остается неизменной на всем участке присоединения до точки  $R$ . В этом случае отношение  $u/u_2 = 0,4$ , а расчетом по формуле (3) найдем  $\eta = y/\delta = 0,573$ . Тогда координата точки  $D$  (рис. 1) будет равна  $\delta_D = \frac{h_R}{\eta}$ , где  $h_R$  – координата точки  $R$ . Подсчитанное та-

ким образом значение  $\delta_D$  полностью совпало с результатом расчета по соотношению  $\delta_D = \delta_s + x_s \operatorname{tg} \theta$ , где  $\theta$  – угол наклона границы 3. Отсюда становится ясным формирование угла наклона верхней границы слоя смешения. Следует также, что течение в точках отрыва и присоединения потока взаимосвязано.

Отметим близость максимальных скоростей на начальном участке возвратного течения и на участке присоединения р. л. т. Незначительное их различие объясняется малыми потерями напора при развороте части набегающего дозвукового потока от точки  $R$  к пластине. То есть скорость этого потока допустимо приравнять скорости на участке присоединения р. л. т. при расчете максимального теплового потока к пластине вблизи ступеньки.

Для определения угла наклона  $\theta_R$  участка присоединения р. л. т. запишем уравнение этого участка:  $y = [(x_s - x) \operatorname{tg} \theta + \delta_s] \eta$ . Так как  $dy/dx = -(\operatorname{tg} \theta) \eta = -\operatorname{tg} \theta_R$ , то  $\theta_R = \operatorname{arctg} [(\operatorname{tg} \theta) \eta]$ . В результате расчета получено  $\theta_R = 9,91^\circ \approx 10^\circ$ .

В дальнейшем анализе для простоты расчетов можно принять, что траектория р. л. т. состоит из двух прямолинейных участков – участка отрыва с углом наклона  $13^\circ$  и участка присоединения с углом наклона  $10^\circ$ , пересекающихся в точке (точке излома р. л. т.) с координатой  $x_{т.п.} = 1,217h$ , которая, как оказалось, в точности совпадает с координатой 2-й точки перегиба (т. п.) на кривой распределения давления в возмущенной области (рис. 1). Координата т. п. обозначена (в том числе на рис. 4) штриховой линией.

Так как относительная координата  $x_p/h \approx 2$  первого максимума давления  $p_2/p_1$  после точки отрыва (рис. 1) справедлива, по крайней мере, в диапазоне относительных высот  $1,1 \leq h/\delta_1 \leq 7,6$  и чисел Маха  $1,5 \leq M_1 \leq 6$  [4, 6], то имеется подобие течения в вихревой зоне перед ступенькой. Поэтому, и как показал анализ экспе-

риментальных данных [6], относительную координату  $x_{т.п}/h \approx 1,217$  можно считать справедливой в тех же диапазонах изменения  $h/\delta_1$  и  $M_1$ .

Перейдем непосредственно к рассмотрению течения в точке растекания  $R$ . Поскольку известны скорость на участке присоединения р. л. т. и угол наклона этого участка, то максимум давления в точке  $R$  может быть определен решением уравнения сохранения количества движения, приведенного к виду:

$$\frac{p_R}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} \left[ 1 + kM_R^2 \sin^2(90^\circ - \theta_R) \right], \quad (4)$$

где  $k$  – отношение удельных теплоемкостей газа.

В данном конкретном случае (для условий работы [3])  $p_2/p_1 = 2,55$ ;  $M_R = 0,6767$ ;  $\theta_R = 10^\circ$ . Отсюда имеем  $p_R/p_1 = 4,13$ .

С другой стороны, это отношение может быть найдено по формуле

$$\frac{p_R}{p_1} = 1 + \overline{\Delta p_R} \left( \frac{p'_{01}}{p_1} - 1 \right), \quad (5)$$

где  $\overline{\Delta p_R}$  – эмпирический коэффициент;  $p'_{01}$  – полное давление за прямым скачком уплотнения в набегающем потоке.

Путем обобщения методом наименьших квадратов экспериментальных значений  $\overline{\Delta p_R}$  из работ [1, 4, 6] получено:

при  $M_1 \leq 3$

$$\overline{\Delta p_R} = 10^{-2} \left[ -6,711 + 21,0676\lambda_1 + 3,5015(h/\delta_1) - 3,1758\lambda_1^2 - 0,9144\lambda_1(h/\delta_1) + 0,03(h/\delta_1)^2 \right] \quad (6)$$

с адекватностью 0,00513;

при  $M_1 > 3$

$$\overline{\Delta p_R} = 1,7258 - 1,2519\lambda_1 - 0,2127(h/\delta_1) + 0,2374\lambda_1^2 + 0,1216\lambda_1(h/\delta_1) - 0,72 \cdot 10^{-4}(h/\delta_1)^2 \quad (7)$$

с адекватностью 0,00163.

Формулы (6) и (7) справедливы в приведенных выше диапазонах изменения  $h/\delta_1$  и  $M_1$ .

Расчетом по формулам (5) и (6) найдено  $p_R/p_1 = 4,16$ . Как видим, значения  $p_R/p_1$ , подсчитанные совершенно разными способами, весьма близки.

Отсюда следует, что зависимость (4) правильно отражает физическую сущность явления и есть основное уравнение при построении расчетной схемы течения в отрывной зоне.

Подтверждается вывод А. Рошко (Roshko, A.), что повышение давления в зоне присоединения (на препятствии) дает замыкающее условие в анализе и так же важно при рассмотрении структуры и свойств зоны отрыва, как и нахождение точки отрыва потока или оторвавшегося пограничного слоя.

На основании вышеизложенного разработан алгоритм расчета координаты  $x_s$  точки отрыва потока перед ступенькой, в основу которого положено условие со-

блюдения равенства углов  $\Delta\theta_1$  и  $\Delta\theta$ . Последнее достигается путем корректировки первоначально заданного значения определяемой координаты ( $x_s$ ).

На рис. 5 показано влияние числа Маха  $M_1$  на относительную координату  $x_s/h$ , где кривая линия – расчет по предлагаемой методике, точки – эксперимент. Расчеты проводились для условий работы [3], изменялось лишь число  $M_1$ . При этом отношение давлений  $p_2/p_1$  на скачке отрыва определялось по эмпирической формуле Н. Д. Коваленко, толщина  $\delta_1$  рассчитывалась по Г. Н. Абрамовичу. Угол отклонения потока в скачке отрыва принимался за угол отрыва пограничного слоя. В работе [5] указывается, согласно характеру полученных в этой работе экспериментальных зависимостей, что если высота щитка (ступеньки)  $h$  вдвое и более превышает  $\delta_1$ ,  $x_s/h$  практически не зависит от  $h/\delta_1$ . Этот факт учитывался при подборе всех опытных данных на рис. 5. Данные [6] получены обработкой кривых распределения давления в возмущенной области перед ступенькой, используя соотношение  $\frac{P_s - P_1}{P_2 - P_1} = 0,73$  из работ [7, 8], где  $p_s$  – давление в сечении отрыва.

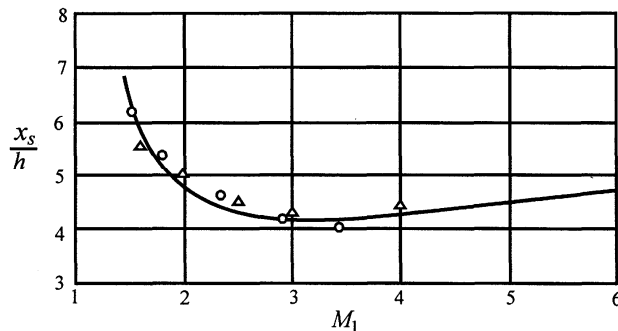


Рис. 5. Зависимость отношения  $x_s/h$  от числа Маха  $M_1$ :  $\circ$  – [5],  $\Delta$  – [6]

Если приведенная скорость на р. л. т., используя формулу (4), найдена  $\lambda_R > 1$ , то все последующие расчеты ведутся по приведенной скорости  $\lambda'_R = 1/\lambda_R$ . Такого рода расчеты имели место только при  $M_1 = 6$ .

Таким образом, полученные выше результаты анализа вносят определенную ясность в картину турбулентного отрывного течения перед двумерной ступенькой, в частности, показана взаимосвязь течения в точках отрыва и присоединения пограничного слоя, предложены соответствующие зависимости для расчета течения в этих точках.

Опираясь на результаты анализа, в дальнейшем могут быть разработаны методики детальных оценок распределения различных параметров по длине возмущенной области на поверхности под зоной отрыва.

#### Список литературы

1. Желтоводов А. А. Анализ свойств двумерных отрывных течений при сверхзвуковых скоростях // Исследование пристенных течений вязкого газа. – Новосибирск : ИТПМ СО АН СССР, 1979. – С. 59–94.
2. Антонов Р. В., Черепов В. И., Шушков Ю. М. Газодинамика отрывных течений в регуляторах расхода газа // Газоструйные импульсные системы : сб. ст. : в 2 т. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2003. – Вып. 2. – Т. 1. – С. 150–156.

3. Желтоводов А. А., Павлов А. А. Исследование течения в сверхзвуковой отрывной зоне перед ступенькой. Препр. № 1, Ин-т теорет. и приклад. механики Сиб. отд-ния АН СССР. – Новосибирск, 1979. – 50 с.

4. Исследование сверхзвуковых течений со срывными зонами (по материалам иностранной печати за 1965–1972 гг.) // Обзор ОНТИ ЦАГИ № 437, 1974. – 185 с.

5. Сафонов В. П. Исследование плоского сверхзвукового течения на пластине около щитка или вдуваемой струи // Труды ЦИАМ / Центр. ин-т авиац. моторостроения им. П. И. Баранова ; № 499. – М., 1971. – 12 с.

6. Демьяненко В. С., Желтоводов А. А. Экспериментальное исследование отрыва турбулентного пограничного слоя в окрестности ступеньки // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1977. – № 5. – С. 73–80.

7. Снейд Ф. Отрыв охлаждаемого сверхзвукового турбулентного пограничного слоя при обтекании ступенек и щелевых струй // Ракет. техника и космонавтика. – 1972. – № 8. – С. 184–185.

8. Дрифтмайер Р. Отрыв толстых двумерных турбулентных пограничных слоев при обтекании ступенек и щелевых струй // Ракет. техника и космонавтика. – 1974. – № 1. – С. 25–33.

\* \* \*

R. V. Antonov, Candidate of Technical Sciences, Senior Research Scientist, Izhevsk State Technical University

### Analysis of Experimental Pattern of Detached Flow of Two-Dimensional Step with Supersonic Gas Flow

The analysis of an experimental pattern of a current in the point of a turbulent supersonic flow separation prior to a two-dimensional step is given. The interrelation of the current in the separation and joining points is shown.

**Keywords:** supersonic stream, step, separation

Получено 14.04.10

УДК 532.525.011.5

R. V. Antonov, кандидат технических наук, старший научный сотрудник  
Ижевский государственный технический университет

### ДОЗВУКОВАЯ ИНЖЕКЦИЯ В СНОСЯЩИЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОТОК

*Впервые разработан метод расчета параметров взаимодействия круглой дозвуковой струи газа с набегающим турбулентным сверхзвуковым потоком. Метод основан на совместном решении задач об определении давления на передней и задней границах боковой струи.*

**Ключевые слова:** сверхзвуковой поток, струя, инжекция

В работе [1] рассмотрена газодинамическая картина течения, образующаяся при взаимодействии круглой недорасширенной струи газа с набегающим сверхзвуковым потоком в присутствии развитого турбулентного пограничного слоя, с описанием конфигурации ударных волн как в меридиональном сечении, так и в плане. В настоящей статье рассматривается случай такого течения при боковой инжекции газа через сужающееся сопло с дозвуковой скоростью. Каких-либо реально пригодных для практики методов расчета подобного течения в доступной автору литературе не обнаружено. Решение этой задачи может быть использовано в практических целях в ряде случаев, например для расчета аэродинамического вдува.