

3. Желтоводов А. А., Павлов А. А. Исследование течения в сверхзвуковой отрывной зоне перед ступенькой. Препр. № 1, Ин-т теорет. и приклад. механики Сиб. отд-ния АН СССР. – Новосибирск, 1979. – 50 с.

4. Исследование сверхзвуковых течений со срывными зонами (по материалам иностранной печати за 1965–1972 гг.) // Обзор ОНТИ ЦАГИ № 437, 1974. – 185 с.

5. Сафонов В. П. Исследование плоского сверхзвукового течения на пластине около щитка или вдуваемой струи // Труды ЦИАМ / Центр. ин-т авиац. моторостроения им. П. И. Баранова ; № 499. – М., 1971. – 12 с.

6. Демьяненко В. С., Желтоводов А. А. Экспериментальное исследование отрыва турбулентного пограничного слоя в окрестности ступеньки // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1977. – № 5. – С. 73–80.

7. Снейд Ф. Отрыв охлаждаемого сверхзвукового турбулентного пограничного слоя при обтекании ступенек и щелевых струй // Ракет. техника и космонавтика. – 1972. – № 8. – С. 184–185.

8. Дрифтмайер Р. Отрыв толстых двумерных турбулентных пограничных слоев при обтекании ступенек и щелевых струй // Ракет. техника и космонавтика. – 1974. – № 1. – С. 25–33.

* * *

R. V. Antonov, Candidate of Technical Sciences, Senior Research Scientist, Izhevsk State Technical University

Analysis of Experimental Pattern of Detached Flow of Two-Dimensional Step with Supersonic Gas Flow

The analysis of an experimental pattern of a current in the point of a turbulent supersonic flow separation prior to a two-dimensional step is given. The interrelation of the current in the separation and joining points is shown.

Keywords: supersonic stream, step, separation

Получено 14.04.10

УДК 532.525.011.5

Р. В. Антонов, кандидат технических наук, старший научный сотрудник
Ижевский государственный технический университет

ДОЗВУКОВАЯ ИНЖЕКЦИЯ В СНОСЯЩИЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОТОК

Впервые разработан метод расчета параметров взаимодействия круглой дозвуковой струи газа с набегающим турбулентным сверхзвуковым потоком. Метод основан на совместном решении задач об определении давления на передней и задней границах боковой струи.

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, струя, инжекция

В работе [1] рассмотрена газодинамическая картина течения, образующаяся при взаимодействии круглой недорасширенной струи газа с набегающим сверхзвуковым потоком в присутствии развитого турбулентного пограничного слоя, с описанием конфигурации ударных волн как в меридиональном сечении, так и в плане. В настоящей статье рассматривается случай такого течения при боковой инжекции газа через сужающееся сопло с дозвуковой скоростью. Каких-либо реально пригодных для практики методов расчета подобного течения в доступной автору литературе не обнаружено. Решение этой задачи может быть использовано в практических целях в ряде случаев, например для расчета аэродинамического вдува.

В названной выше работе получен ряд зависимостей для расчета параметров взаимодействия при дозвуковой инжекции, в том числе дана методика расчета эффективного противодавления p_e для заданного давления инжекции p_{0j} . Однако расчет такого важного параметра, как давление p_3 на передней границе боковой струи на этом участке, оказался затруднительным из-за отсутствия методов определения донного давления p_b для случая дозвуковой инжекции. Давление p_3 необходимо знать при вычислении начального угла наклона α_0 передней границы струи к направлению внешнего невозмущенного потока. Данный угол – один из параметров, который определяет траекторию этой границы. Таким образом, главной задачей настоящей статьи становится, по существу, поиск решения указанной проблемы. А тот факт, что параметры p_e и p_{0j} предварительно известны, в значительной мере облегчает этот поиск.

Предлагаемое ниже решение поставленной задачи базируется на допущениях и постулатах, принятых в упомянутой работе. Учитывается вывод из данной работы, что при инжекции слабо недорасширенных струй интенсивность трехмерного взаимодействия можно оценить с помощью двумерной теории ударной волны.

В работе [1] приведено следующее соотношение между давлениями p_e^* и p_3^* в момент достижения звуковой скорости на оси отверстия инжекции (число Маха $M_j = 1$):

$$p_e^* = \frac{2}{3} (p_3^* + p_b). \quad (1)$$

Это позволяет найти общую закономерность $p_3(n)$ при известном давлении p_b . Здесь $n = \frac{p_j}{p_1} = \frac{p_e}{p_1}$ – степень нерасчетности инжектируемой струи; p_1 – статическое давление во внешнем невозмущенном потоке; p_j – статическое давление в струе на выходе из отверстия инжекции.

Из формулы (1) имеем: $p_3^* = \frac{3}{2} p_e^* - p_b$. Тогда на дозвуковом участке давление p_3 будет изменяться от $\frac{p_3}{p_1} = 2n - \frac{p_b}{p_1}$ при $n=1$ до $\frac{p_3^*}{p_1} = \frac{3}{2} n^* - \frac{p_b}{p_1}$ при $n = n^* = \frac{p_e^*}{p_1}$ по закону, который может быть описан уравнением

$$\frac{p_3}{p_1} = x_1 n - \frac{p_b}{p_1}, \quad (2)$$

где $x_1 = \frac{3}{2} + \frac{x_1^0}{2}$. Поскольку на данном участке относительная координата звуковой точки [1] $x_1^0 = \frac{n^* - n}{n^* - 1}$, то после подстановки значений x_1^0 и x_1 в исходное уравнение (2) получим для дозвукового участка:

$$\frac{p_3}{p_1} = \left(3 + \frac{n^* - n}{n^* - 1} \right) \frac{n}{2} - \frac{p_b}{p_1}. \quad (3)$$

Для того чтобы воспользоваться формулой (3), необходимо знать давление p_b . Выше уже указывалось, что в настоящее время нет методов расчета донного давления p_b для случая инъекции круглой дозвуковой струи газа в сносящий сверхзвуковой поток.

Предлагается следующий подход к решению задач об определении давления на передней и задней границах боковой струи. Первоначально рассмотрим течение на начальном (безотрывном) участке дозвуковой инъекции. Используем факт равенства на данном участке начального угла наклона α_0 передней границы струи и угла отклонения α набегающего потока в присоединенной к основанию границы струи ударной волне. При этом будет $\frac{p_3}{p_1} = \frac{p_2}{p_1}$.

Для начала и конца безотрывного участка имеем: $n = 1$ и $p_3 = p_{0j} = p_1$, $\alpha_0 = 0$;

$n = n_S$ и $\frac{p_3}{p_1} = \frac{p_{3S}}{p_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)_{\text{кр}}$, $\alpha_0 = \alpha_{0S}$. Решая совместно формулы Н. Д. Коваленко

для критического отношения давления $\left(\frac{p_2}{p_1} \right)_{\text{кр}}$ и отношения давлений на плоском

косом скачке уплотнения $\frac{p_2}{p_1}$, можем найти угол наклона θ_S присоединенной

ударной волны и угол отклонения потока в ней α_S , равный углу α_{0S} .

Выясним, как будет изменяться давление p_3 на безотрывном участке инъекции. Если при $n = 1$ имеем $p_3 = p_{0j}$, то при $n > 1$ будет $p_3 < p_{0j}$ из-за влияния угла α_0 . В этом случае для расчета давления p_3 предлагается использовать уравнение Бернулли, вводя в него соответствующую корректировку на влияние угла α_0 :

$$\frac{p_3}{p_1} = n \left[1 + \frac{k_j}{2} M_j^2 \sin^2 (90^\circ - \alpha_0) \right], \quad (4)$$

где k – отношение удельных теплоемкостей газа.

Перед проведением расчетов по формуле (4) для заданной n предварительно определяется степень нерасчетности n_S , решая уравнение (4) методом итераций при

$\frac{p_{3S}}{p_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)_{\text{кр}}$ и $\alpha_0 = \alpha_{0S}$, задаваясь начальным значением приведенной скорости λ_j

(например, $\lambda_j = 0,5$). По рассчитанной из формулы (4) величине $n = n_S$ по методике [1] вычисляются новые значения λ_j и M_j , а по формуле (4) – вновь n_S . Процесс продолжается до совпадения значений n_S с наперед заданной точностью. Одновременно определяется давление p_{0jS} .

Проведены расчеты p_{3S} и p_{0jS} для следующих условий: $M_1 = 3$; $k_1 = k_j = 1,4$; $\alpha_j = 90^\circ$ – угол инжекции; влиянием h/δ_1 на величину $\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{\text{кр}}$ пренебрегалось (h – глубина проникновения боковой струи в сносящий поток; δ_1 – толщина турбулентного пограничного слоя, рассчитываемая по параметрам набегающего потока). Разница между давлениями p_{3S} и p_{0jS} составила всего 0,8 %. То есть в приближенных расчетах параметров течения на безотрывном участке вполне допустимо принимать $p_3 = p_{0j}$.

Точные расчеты по формуле (4) для заданной степени нерасчетности n проводятся следующим образом. Сначала по указанной выше методике находятся значения λ_j , p_{0j}

и M_j . Рассчитывается начальный угол α_0 по формуле: $\alpha_0 \approx \alpha_{0S} \frac{n-1}{n_S-1}$. Далее определяются $\frac{p_3}{p_1} = \frac{p_2}{p_1}$ и новое значение угла α_0 . Обычно достаточно 3...4 приближений.

Для вышеприведенных условий проделаны расчеты давления p_3 в диапазоне $1 \leq n_i \leq n_S$ (всего 5 точек) и по формуле (3) определены соответствующие значения донного давления p_b/p_1 . Интересно, что в момент появления отрывного течения (при $n = n_S$) число Маха M_b струйки тока, текущей вдоль задней границы боковой струи, оказалось равным $M_{bS} = 1,017$. То есть отрыв происходит, по существу, по достижении $M_b = 1$, когда боковая струя становится достаточно жестким для набегающего потока препятствием. Построен график $p_b(n_i)$, который имеет максимум (рис. 1).

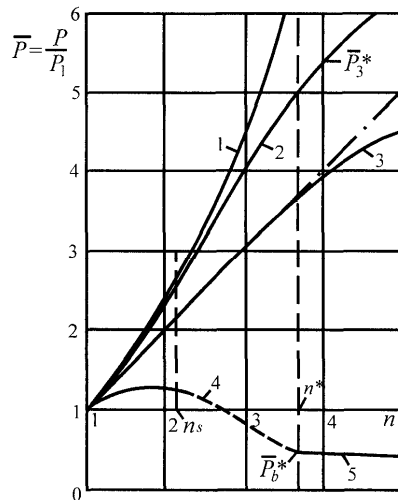


Рис. 1. Изменение безразмерных давлений в зависимости от n :

1 – $\bar{p}_{0j}(n)$; 2 – $\bar{p}_3(n)$; 3 – $\bar{p}_e(n)$; 4 – $\bar{p}_b(n)$ при $n \leq n^*$; 5 – $\bar{p}_b(n)$ при $n \geq n^*$ [1, (7.59)]

Участок $p_b(n_i)$ является начальным на участке $p_b(n)$ с диапазоном $1 \leq n \leq n^*$. Последний может быть аппроксимирован уравнением вида:

$$\frac{p_b}{p_1} = \exp \left[a (n-1)^{2c} + b (n-1)^c \right]. \quad (5)$$

Подставляя поочередно в данное уравнение значения p_b при $n = n_i$, p_{bS} при $n = n_S$ и p_b^* при $n = n^*$ (рис. 1), получим три уравнения с тремя неизвестными – a , b , c . Для $M_1 = 3$ методом итераций найдены: $a = -0,372$; $b = 0,63$; $c = 0,9$. При этом было принято $n_i = n_m$ – координата максимума кривой $p_b(n_i)$, которая определялась исследованием на максимум уравнения (3), решенного относительно давления p_b . Зависимость $p_3(n_i)$ аппроксимировалась квадратной параболой.

Рассчитанная по формуле (5) остальная часть кривой $p_b(n)$ на рис. 1 показана штриховой линией. Кривые на рис. 1 при $n > n^*$ относятся к переходному (звуковому) участку [1].

Сделанные выше выводы и характер поведения кривой $p_b(n)$ на дозвуковом участке в целом соответствуют представлениям о физической картине течения в донной зоне непосредственно за боковой струей газа.

Поскольку зависимость $p_b(n)$ определена на всем дозвуковом участке, то становится известной на этом участке и функция $p_3(n)$. Построена соответствующая кривая, рассчитанная по формуле (3), которая плавно сопрягается с аналогичной кривой на переходном участке (рис. 1).

Для приближенного расчета угла α_0 на участке отрывного течения предлагается подобная, как и для переходного участка, зависимость

$$\alpha_0 = \alpha_0^* \left[1 - \left(1 - \frac{\alpha_{0S}}{\alpha_0^*} \right) \frac{p_3^* - p_3}{p_3^* - p_{3S}} \right]. \quad (6)$$

На участке отрывного течения ($n_S \leq n \leq n^*$) расчет конфигурации возникающей системы ударных волн перед боковой струей, определение размеров возмущенной области и распределения давления в ней осуществляется по схемам, приведенным в работе [1] для диапазона $n \geq n^*$.

Отметим некоторые особенности подобных расчетов на безотрывном участке ($1 \leq n \leq n_S$). Так, ширина донной зоны на обтекаемой стенке в сечении инжекции принята равной диаметру отверстия инжекции d_j , и ее боковые границы совпадают с направлениями линий тока внешнего невозмущенного потока, если $2h \leq d_j$. Если же $2h > d_j$, то боковые границы донной зоны определяются согласно [1]. Кроме того, основываясь на данных этой работы, далее вводятся следующие соотношения и допущения:

1) длина донной зоны l_b принимается равной длине области взаимодействия за сечением инжекции $x_L - \frac{d_j}{2}$;

2) уравнение линии, ограничивающей возмущенную область на обтекаемой стенке на безотрывном участке, имеет вид:

$$z = l'_m \sqrt{1 + \frac{x}{l'_S}},$$

где $l'_m = 2l'_S \sqrt{1 + \frac{x_L}{l'_S} \operatorname{tg} \theta_L}$; но при этом принимается $\theta_L = \arcsin \frac{1}{M_1}$, $l'_S = \Delta x_S$, где

Δx_S – координата начала подъема давления перед отверстием инжекции; принято $\Delta x_S = 1,5\delta_1$;

3) распределение давления в зоне возмущения на безотрывном участке, в том числе в донной зоне, рассчитывается по зависимостям приведенного выше источника;

4) глубина проникновения h на всем дозвуковом участке определяется с учетом коэффициента расхода μ_j .

Влияние h/δ_1 на величину $(p_2/p_1)_{\text{кр}}$ учитывается введением соответствующей поправки [1, (7.43)], если $h/\delta_1 \geq 2$. Если же $h/\delta_1 < 2$, то для расчета данной поправки предлагается следующая эмпирическая зависимость:

$$C_{\Delta p} = c_1 c_2 \exp[0,295c_2(1 - 1,291c_2)],$$

которая является результатом обобщения экспериментальных данных из работ [2, 3]. Здесь $c_1 = 0,8$ для трехмерного и $c_1 = 1$ для двумерного взаимодействия набегающего сверхзвукового потока с препятствием; $c_2 = (h/\delta_1)^{0,35}$.

Ниже, на рис. 2, приведен пример расчета картины рассмотренного течения для условий на рис. 1 и $d_j = 20$ мм в момент $\alpha_0 = \alpha_{0S}$. Набегающий поток – плоскопараллельный.

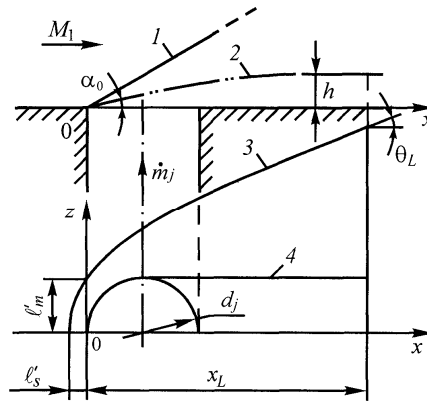


Рис. 2. Картина обтекания боковой струи на безотрывном участке:

1 – ударная волна; 2 – траектория передней границы струи; 3 – граница возмущенной области; 4 – граница донной зоны; $\dot{m}$ – массовый расход

Таким образом, изложенный в настоящей статье метод позволяет рассчитать параметры течения при боковой инжекции круглой дозвуковой струи газа в турбулентный сверхзвуковой поток. Данный метод является дополнением к разработан-

ному в источнике [1], образуя с ним общий метод расчета индуцируемых боковых сил для степеней нерасчетности инжектируемой струи $n > 1$.

Список литературы

1. Органы управления вектором тяги ТТР: расчет, конструктивные особенности, эксперимент / Р. В. Антонов, В. И. Гребёнкин, Н. П. Кузнецов и др. ; под ред. Н. П. Кузнецова. – М. : Ижевск : Регуляр. и хаотич. динамика, 2006. – 552 с.
2. Исследование сверхзвуковых течений со срывными зонами // Обзор ОНТИ ЦАГИ. – 1974. – № 437. – 185 с.
3. Сафонов В. П. Исследование плоского сверхзвукового течения на пластине около щитка или вдуваемой струи // Труды ЦИАМ / Центр. ин-т авиац. моторостроения им. П. И. Баранова ; № 499. – М., 1971. – 12 с.

R. V. Antonov, Candidate of Technical Sciences, Senior Research Scientist, Izhevsk State Technical University

Subsonic Injection into Incoming Supersonic Flow

For the first time the method of calculation of parameters of interaction of a round subsonic stream of gas with a running turbulent supersonic flow is developed. The method is based on the joint solution of problems on pressure definition on forward and back borders of a lateral stream.

Keywords: supersonic stream, stream, injection

Получено 12.04.10

УДК 519.615

В. М. Вержбицкий, кандидат физико-математических наук, профессор;

И. Ф. Юманова, студентка

Ижевский государственный технический университет

ОБ ОДНОМ АНАЛОГЕ МЕТОДА ВЕГСТЕЙНА УСКОРЕНИЯ СХОДИМОСТИ ИТЕРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Пошаговой параметризацией метода простых итераций получен новый метод решения нелинейных скалярных уравнений. Найдены условия квадратичной сходимости предложенного метода. Приведены результаты численного сравнения с методами Вегстейна и Ньютона.

Ключевые слова: скалярное уравнение, неподвижная точка, аналог метода Вегстейна, квадратичная сходимость

Одним из фундаментальных и хорошо изученных итерационных методов решения уравнений разной природы является метод простых итераций, опирающийся на известный принцип сжатых (иначе сжимающих) отображений. Уравнение представляется в виде

$$x = \varphi(x), \quad (1)$$

где φ интерпретируется как некоторое отображение элементов x некоторого заданного пространства в элементы того же пространства. Решить данное уравнение – это значит найти такой элемент ξ заданного пространства, который при преобразовании посредством отображения φ остается неизменным: