

4. Крутихин А. Д. Апробация методики прогнозирования длительности производственного цикла (подготовительная часть) // Изв. Сам. науч. центра Рос. акад. наук. Спец. вып. «Актуальные проблемы машиностроения», 2009.

* * *

A. D. Krutikhin, Postgraduate, Votkinsk Branch of Izhevsk State Technical University

A. P. Kuznetsov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Votkinsk Branch of Izhevsk State Technical University

Dataware of Production Monitoring

The dataware of production monitoring automated system is described. The system realizes a method of monitoring of multiproduct engineering industries, based on complexity theory and methods of bar-coding.

Keywords: *automated monitoring system, bar-code, production cycle*

Получено 14.04.10

УДК 621.315

Е. В. Субботин, старший преподаватель;

А. Г. Щербинин, доктор технических наук, профессор;

Н. М. Труфанова, доктор технических наук, профессор

Пермский государственный технический университет

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА ПОЛИМЕРА В ЭКСТРУДЕРАХ С НЕКЛАССИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ ШНЕКА

Предлагается пространственная математическая модель зоны плавления пластицирующего экструдера с барьерным шнеком. Проведены численные исследования и сравнительный анализ работы экструдеров с классической и неклассической геометрией шнеков.

Ключевые слова: математическая модель, шнек экструдера, численное исследование

Зона плавления является одной из самых протяженных функциональных зон пластицирующего экструдера [1, 2]. В пределах этой зоны происходит плавление твердой пробки под действием тепла, подводимого от корпуса и шнека, и тепла, выделяющегося в результате работы сил вязкого трения расплава полимера.

Твердая полимерная пробка плавится до тех пор, пока она не станет физически нестабильной и не разрушится. Частицы твердого разрушившегося полимера смешиваются с расплавом и продолжают плавиться за счет теплопроводности. Поскольку теплопроводность полимеров относительно низка, процесс плавления нерасплавленных частиц протекает медленно. В результате возможна ситуация, при которой частицы полимера достигнут выходного сечения шнека, что явно нежелательно.

С целью повышения качества расплава полимера производителями экструзионного оборудования были разработаны многочисленные конструкции шнеков с улучшенными характеристиками. В последние годы широко стали использовать шнеки с дополнительным (барьерным) гребнем (рис. 1). В зоне плавления таких шнеков располагается вторичный гребень, разделяющий канал шнека на два: канал твердой фазы, в котором происходит транспортировка и плавление твердого полимера, и канал жидкой фазы (канал расплава), служащий только для переноса и го-

могенизации расплавленного полимера. Зазор между барьерным гребнем и корпусом достаточно мал ($0,40 \div 0,75$ мм), поэтому в данном шнеке нерасплавленный полимер не может попасть в канал расплава и смешаться с ним. Глубина канала в зоне дозирования у таких шнеков больше, чем у аналогичных шнеков с классической геометрией.

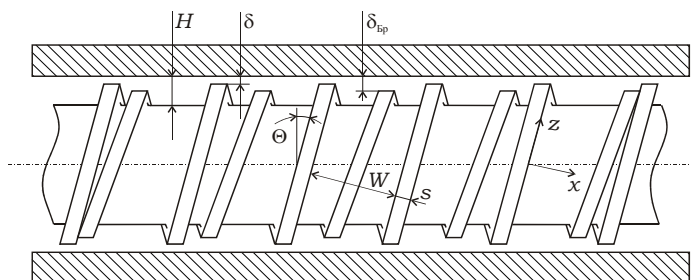


Рис. 1. Схема винтового канала экструдера с неклассической геометрией шнека

Плавнение полимера в классических пластицирующих экструдерах сначала происходит по пленочному механизму с деформацией пробки, а после того как ее ширина станет меньше половины ширины канала, механизм плавления переходит в пробковый (бездеформационный), оставаясь таковым до полного расплавления твердого полимера [3]. При пленочном механизме плавления деформация пробки, форма которой близка к прямоугольной, обусловлена перепадом давления в поперечном сечении канала. Интенсивность плавления твердого полимера на этом этапе зависит от ширины пробки. При переходе к пробковому механизму скорость плавления снижается. Шнеки с дополнительным барьерным гребнем на всем протяжении геометрической зоны плавления должны исключить вторую стадию плавления. При этом деформация пробки здесь должна происходить не только за счет наличия перепада давления в поперечном сечении канала, но и, в первую очередь, за счет уменьшения сечения канала твердой фазы.

Наиболее широкое распространение при переработке пластмасс на экструзионном оборудовании находят шнеки с барьерным гребнем, схема развернутого канала которого показана на рис. 2. Ширина канала твердой фазы в геометрической зоне плавления этих шнеков постепенно сужается, в то время как ширина канала расплава пропорционально растет. Кроме того, происходит одинаковое уменьшение глубин каналов твердой фазы и расплава. Ниже под шнеками с неклассической геометрией (барьерными шнеками) будем рассматривать только такую конструкцию шнеков.

Рассмотрим отличительные особенности работы зоны плавления в канале шнека с барьерным гребнем, представленном на рис. 2, геометрия которого, казалось бы, не совсем способствует увеличению интенсивности плавления полимера, поскольку по мере продвижения по каналу пробки полимера из-за уменьшения ширины канала твердой фазы снижается площадь контакта «пробка — цилиндр» и «пробка — шнек». Однако при достаточно высокой производительности, когда в классическом шнеке при прочих одинаковых условиях плавление полимера заканчивается в геометрической зоне дозирования, в канале твердой фазы барьерного шнека должно происходить «запруживание» пробки полимера, в результате чего скорость продвижения твердой фазы снижается, что компенсируется полным или частичным заполнением ее области бассейна расплава перед барьерным и, может

быть, основным гребнями «выше по течению». Это приводит к увеличению площади контакта «пробка – цилиндр», «пробка – шнек» и при снижении скорости пробки к росту времени пребывания ее в зоне плавления. Тем самым процесс плавления интенсифицируется и полностью ограничивается каналом твердой фазы. Дальнейшее увеличение производительности может ограничиваться, с одной стороны, явлением закупорки, поскольку объема жидкой фазы может быть недостаточно для компенсации снижения скорости пробки, с другой, что более вероятно, резким падением давления на выходе, поскольку в геометрической области плавления при снижении скорости движения пробки в канале будут реализовываться значительные отрицательные градиенты давления.

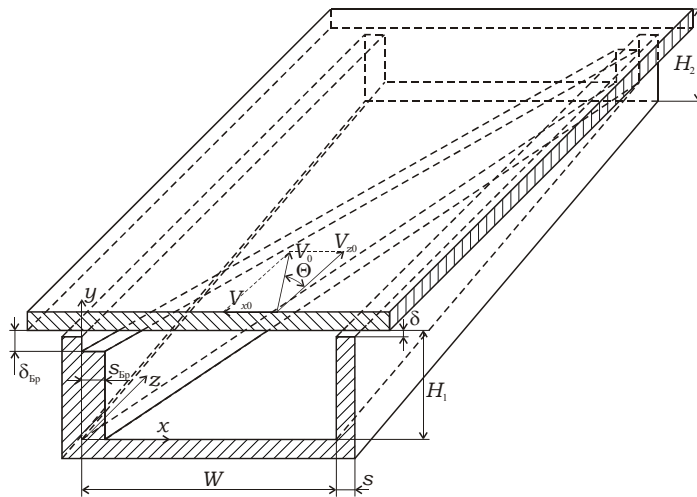


Рис. 2. Схема развернутого прямоугольного канала экструдера с неклассической геометрией шнека

Для создания математической модели зоны плавления пластицирующего экструдера с неклассической геометрией шнека введем упрощающие предположения, аналогичные допущениям для шнеков без барьерного гребня [3]: процесс имеет стационарный характер при постоянном массовом расходе; винтовой канал разворачивается на плоскость и используется обращенное движение; диффузия тепла вдоль канала не учитывается; упругие процессы в расплаве полимера не рассматриваются; градиентами составляющих скоростей v_x , v_y , v_z в направлении оси z пренебрегаем, поскольку длина канала значительно больше высоты и ширины (в 10^2 – 10^3 раз), а геометрия по длине изменяется очень плавно; массовые силы по сравнению с силами вязкого трения пренебрежимо малы.

Таким образом, процесс движения и теплообмена полимера в зоне плавления винтового канала неклассического экструдера (см. рис. 1) будем моделировать тепломассопереносом в длинном прямоугольном канале, разделенным барьерным гребнем на два (канал твердой фазы и канал расплава), в которых верхняя стенка движется с постоянной скоростью, равной окружной скорости шнека, под углом подъема винтовой линии основного гребня Θ к оси канала (см. рис. 2).

В зоне плавления одновременно существуют твердая и жидкая фазы полимера, поэтому анализ процессов, протекающих в этой зоне, требует рассмотрения наряду

с уравнением энергии и уравнений гидродинамики. Поскольку число Рейнольдса для расплава полимера в канале экструдера составляет $0,01 \div 0,001$, то инерционными членами в уравнениях движения можно пренебречь.

С учетом указанных допущений и замечаний система дифференциальных уравнений [1–3], описывающая движение и теплообмен полимера в канале червяка и полученная на основании законов сохранения массы, количества движения и энергии, будет иметь вид:

$$\bullet \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\bullet 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{\text{Э}} \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{\text{Э}} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right) = \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\bullet 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{\text{Э}} \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{\text{Э}} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right) = \frac{\partial P}{\partial y}, \quad (3)$$

$$\bullet \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{\text{Э}} \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{\text{Э}} \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) = \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (4)$$

$$\bullet \rho C \left(\bar{V}_z \frac{\partial T}{\partial z} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \Phi, \quad (5)$$

где x, y, z – прямоугольные координаты; v_x, v_y, v_z – компоненты вектора скорости; $\bar{V}_z$ – средняя скорость (для твердой фазы – это скорость пробки U , для расплава полимера – средняя скорость в расплаве полимера); Φ – функция диссипации; P – давление; $\mu_{\text{Э}}$ – эффективная вязкость расплава полимера, являющаяся функцией скорости сдвига и температуры; T – температура; ρ, C, λ – соответственно плотность, теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала.

Функция диссипации вычисляется по формуле

$$\Phi = \mu_{\text{Э}} \frac{I_2}{2}, \quad (6)$$

где I_2 – второй инвариант тензора скоростей деформации:

$$\frac{I_2}{2} = 2 \left(\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2.$$

Зависимость эффективной вязкости от скорости сдвига определяется степенным законом, а от температуры – уравнением Рейнольдса:

$$\mu_{\text{Э}} = \mu_0 \exp(-\beta(T - T_0)) \left(\frac{I_2}{2} \right)^{\frac{(n-1)}{2}}, \quad (7)$$

где β – температурный коэффициент вязкости; n – показатель аномалии вязкости; μ_0 – коэффициент консистенции расплава полимера.

Уравнение энергии (5) для твердой фазы преобразуется к виду:

$$Cp_s U \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right). \quad (8)$$

Необходимо отметить, что в геометрических зонах загрузки и дозирования в барьерных шнеках дополнительный барьерный гребень отсутствует, поэтому в этих зонах для описания процесса движения и теплообмена полимера будем использовать соответствующие математические модели пластицирующего экструдера для шнеков с классической геометрией [3].

Представленная система дифференциальных уравнений дополняется условиями однозначности.

В качестве граничного условия по температуре на входе в канал используется температура гранул полимера из загрузочного бункера.

На внутренней поверхности корпуса задается распределение температуры, определяемое технологическими условиями переработки полимерного материала. Температура на шнеке рассчитывается с помощью итерационной процедуры при совместном решении данной задачи и задачи по определению температуры шнека [4].

Граница раздела фаз определяется изотермой, соответствующей некоторой средней (в интервале фазовых превращений) температуре плавления.

Граничные условия для составляющих скоростей задаются из условия прилипания жидкости к твердым непроницаемым поверхностям (стенкам канала и поверхности раздела фаз).

Таким образом, система уравнений (1) – (8), замкнутая краевыми условиями и условием постоянства массового расхода с учетом утечек расплава полимера через зазор между гребнем нарезки червяка и внутренней поверхностью корпуса, представляет собой математическую модель процессов тепло- и массопереноса полимера в винтовом канале экструдера с неклассической геометрией шнека.

Уравнение энергии решается методом конечных разностей. Решение проводится по маршевой схеме. Уравнения гидродинамики (1–4) решаются методом конечных элементов непосредственно в физических переменных скорость – давление.

В геометрической зоне плавления (зона сжатия) барьерного шнека постепенное изменение высоты и ширины канала заменяется на ступенчатое. На рис. 3 приведена схема ступенчатого изменения ширины каналов твердой и жидкой фаз по длине геометрической зоны плавления.

Рассмотрим особенности построения математической модели процессов тепло-массопереноса полимера в канале барьерного шнека. Для определения сечения, на котором происходит снижение скорости движения пробки, и получения зависимости ее изменения для каналов с барьерным гребнем, на первом шаге предполагается решение задачи в канале шнека с классической геометрией. Здесь определяется сечение по длине канала, где происходит пересечение линии изменения ширины канала твердой фазы и зависимости ширины пробки. Кроме того, определяется объем пробки полимера, который выходит за пределы виртуального (для классической геометрии шнека) канала твердой фазы. По этим двум величинам определяется точка по длине канала, где на втором шаге расчетов начнется замедление скоро-

сти пробки. Темп замедления и минимальное значение скорости пробки определяется по тангенсам углов наклона линии изменения ширины канала твердой фазы и зависимости ширины пробки на участке канала с барьерным гребнем. На втором шаге решается задача тепломассопереноса полимера в канале неклассического шнека. Для выполнения закона сохранения массы снижение скорости движения пробки компенсируется увеличением ее площади на соответствующую величину.

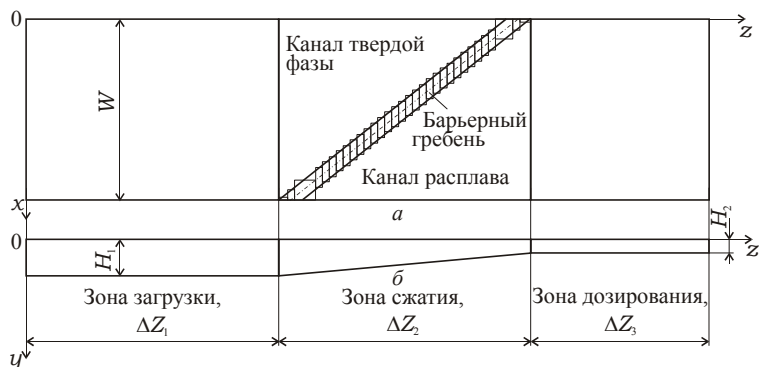


Рис. 3. Схема канала с барьерным гребнем:
 a – ширина канала по длине; b – глубина канала по длине

Рассмотрим процессы тепломассопереноса полимера в канале барьерного шнека, геометрические параметры которого представлены в табл. 1.

Таблица 1. Геометрия шнека с барьерным гребнем

Внутренний диаметр цилиндра (корпуса), мм	160,0
Наружный диаметр шнека, мм	159,4
Шаг винтовой нарезки, мм	160,0
Ширина канала W , мм	137,3
Ширина гребня винтовой нарезки S , мм	15,3
Ширина барьерного гребня нарезки $S_{бр}$, мм	15,3
Длины геометрических зон загрузки, сжатия и дозирования $\Delta Z_1 / \Delta Z_2 / \Delta Z_3$, витки	10/10/7
Суммарная длина шнека Z_k , витки	27
Глубина канала в зоне загрузки, H_1 , мм	16
Глубина канала в зоне дозирования H_2 , мм	6
Угол подъема винтовой линии Θ , град	$17^\circ 39'$
Радиальный зазор между основным гребнем шнека и корпусом δ , мм	0,3
Радиальный зазор между барьерным гребнем шнека и корпусом $\delta_{бр}$, мм	0,7
Диаметр отверстия в шнеке, мм	48

Исследования проведем для полиэтилена, теплофизические и реологические свойства которого приведены в табл. 2 и на рис. 4. Зависимость удельной теплоемкости от температуры при проведении расчетов аппроксимировалась кусочно-линейными функциями. Индекс s в табл. 2 соответствует твердому состоянию полимера, а m – расплавленному.

Таблица 2. Реологические и теплофизические свойства полиэтилена

n	μ_0	T_0	β	T_{II}	ρ_s	ρ_m	λ_s	λ_m
—	Па·с ^{<i>n</i>}	°C	1/°C	°C	кг/м ³		Вт/(м · °C)	
0,44	10 825	160	0,018	110	919,0	779,0	0,335	0,182

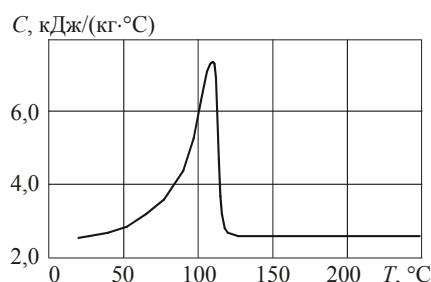


Рис. 4. Зависимость удельной теплоемкости от температуры

Число оборотов шнека $N_{ш} = 60$ об/мин. Температура цилиндра экструдера $T_{ц}$ на первых семи витках линейно растет с 90 °C до 200 °C, далее до конца не изменяется. Массовая производительность экструдера G_0 равнялась $0,11$ кг/с.

На рис. 5, а, б представлены картины изменения формы твердой пробки по длине канала для классического и барьерного шнеков соответственно. За исключением барьерного гребня остальная геометрия классического шнека такая же, что и у барьерного. Из рис. 5, а видно, что плавление полиэтилена в канале классического шнека заканчивается в геометрической зоне дозирования ($Z_{зп} = 22,9$ витка), в то время как в канале с барьерным гребнем $Z_{зп} = 18,6$ витка. На рис. 5, в приведены изменения относительных величин площади пробки $S_{пр}/S_k$, расхода твердой фазы $G_{пр}/G_0$, ширины пробки $X_{пр}/W$ по длине канала. Для неклассического шнека построена также зависимость ширины канала твердой фазы W_s/W по его длине. Здесь S_k — площадь поперечного сечения канала в геометрической зоне загрузки; U_0 — начальная скорость пробки ($U_0 = G_0/\rho_s S_k$). Поскольку для шнека с классической геометрией скорость пробки есть величина постоянная ($U = U_0$) [1, 3], то зависимости относительных величин площади пробки $S_{пр}/S_k$ и расхода твердой фазы $G_{пр}/G_0$ совпадают.

В канале шнека с барьерным гребнем, начиная с 7-го витка, скорость пробки снижается, поэтому с этой длины зависимость $S_{пр}/S_k$ проходит выше, чем $G_{пр}/G_0$. Снижение относительной скорости пробки U/U_0 происходит до величины $0,55$ на длине 15-го витка. Далее до конца зоны плавления скорость твердой фазы не изменяется.

Как было отмечено выше, увеличение интенсивности плавления пробки полимера в канале шнека с барьерным гребнем происходит за счет снижения скорости пробки и увеличения ее ширины.

В табл. 3 приведены значения относительных величин, построенных на рис. 5, в для 9-го и 13-го витков. Из табл. 3 видно, что ширина и площадь пробки гранул в канале с барьерным гребнем на указанных длинах больше, чем в канале с классической геометрией. Вместе с тем расход твердой фазы в шнеке с неклассической геометрией убывает быстрее.

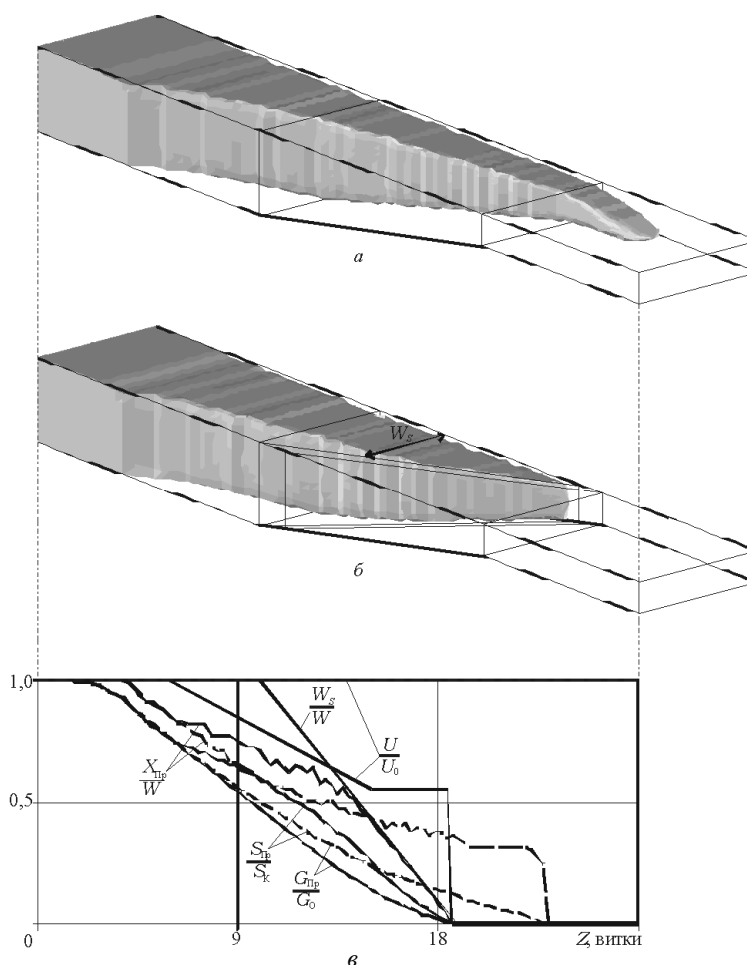


Рис. 5. Изменение формы пробки (а), (б) и относительных величин (в) (площади пробки $S_{\text{пр}}/S_{\text{к}}$, расхода твердой фазы $G_{\text{пр}}/G_0$, ширины пробки $X_{\text{пр}}/W$, скорости пробки U/U_0 , ширины канала твердой фазы W_s/W) по длине канала: — — классический шнек; — — барьерный

Таблица 3. Относительные характеристики процесса плавления

Виток	Шнек	U/U_0	$X_{\text{пр}}/W$	$S_{\text{пр}}/S_{\text{к}}$	$G_{\text{пр}}/G_0$
9	Кл.	1	0,66	0,56	0,56
	Бар.	0,85	0,75	0,64	0,54
13	Кл.	1	0,51	0,33	0,33
	Бар.	0,63	0,59	0,42	0,26

На рис. 6 представлены зависимости градиента давления dP/dz и давления P по длине канала, построенные для классического и барьерного шнеков. Из рисунка видно, что для заданного значения расхода давление, развиваемое к выходу экструдера шнеком с классической геометрией, достигает 42 МПа, в то время как для шнека с барьерным гребнем давление составляет 22 МПа. Необходимо отметить, что в геометрической зоне дозирования зависимость градиента давления для шнека

с барьерным гребнем имеет монотонный установившийся характер, что свидетельствует о стабильной работе экструдера. Зависимость градиента давления для шнека с классической геометрией шнека в этой зоне имеет волнообразный характер, что обусловлено поздним плавлением пробки полимера и может свидетельствовать о неустойчивой работе экструдера для данного технологического режима и приводить к пульсации расхода материала на выходе.

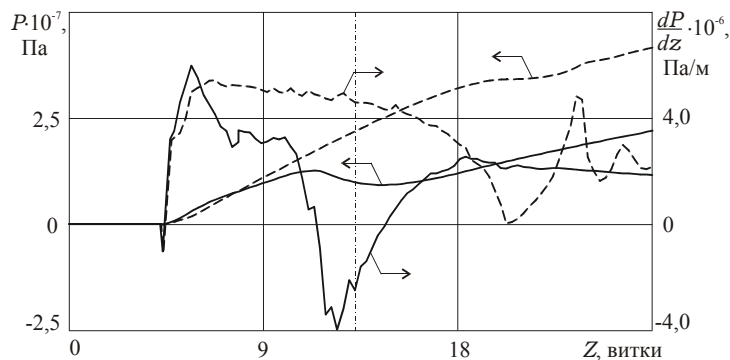


Рис. 6. Изменения градиента давления dP/dz и давления P по длине канала:
 ---- классический шнек; — барьерный

Температурное поле в канале барьерного шнека представлено на рис. 7. Поперечное сечение твердой фазы (серая область на рис. 7) в канале барьерного шнека так же, как и в классических шнеках, имеет форму, близкую к прямоугольной. Области максимальной температуры наблюдаются в зазоре над барьерным гребнем и в слое расплава над пробкой.

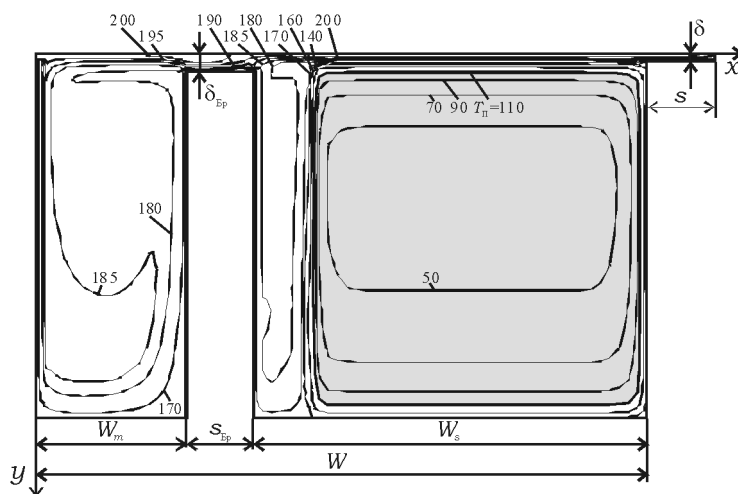


Рис. 7. Температурное поле на длине 13,2 витка (цифрами обозначены изотермы, °C)

На рис. 8 приведено изменение средней и максимальной температуры полимера в классическом и барьерном шнеках по длине канала. Из рис. 8 видно, что на уча-

стке канала шнека с барьерным гребнем с 7-го по 15-й виток, т. е. там, где происходит снижение скорости пробки гранул и относительное увеличение ее площади (см. рис. 5, в), средняя температура полимера располагается ниже средней температуры в классическом шнеке. С 15-го витка и до конца канала средняя температура в шнеке с барьерным гребнем размещается выше, чем в классическом шнеке.

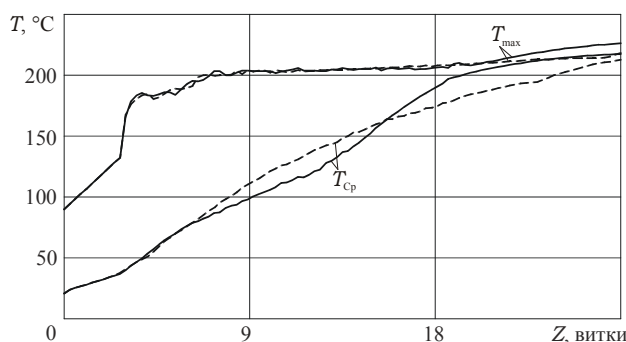


Рис. 8. Изменения средней T_{cp} и максимальной T_{max} температуры полимера по длине канала: — — — классический шнек; — — — барьерный

Таким образом, в данной работе предлагается пространственная математическая модель зоны плавления пластицирующего экструдера с неклассической геометрией шнека, учитывающая нелинейность свойств материала и вынужденную конвекцию расплава. Проанализированы механизмы тепло- и массообмена полимера в условиях фазового превращения в канале с барьерным гребнем. Для конкретного примера проведены численные исследования и сравнительный анализ работы экструдеров с классической и неклассической геометрией шнеков.

Список литературы

1. Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. — М. : Химия, 1984. — 632 с.
2. Торнер Р. В. Теоретические основы переработки полимеров. — М. : Химия, 1977. — 460 с.
3. Щербинин А. Г., Труфанова Н. М., Янков В. И. Пространственная математическая модель одночервячного пластицирующего экструдера. Сообщение 1. Математическая модель процесса тепломассопереноса полимера в канале экструдера // Пласт. массы. — 2004. — № 6. — С. 38–41.
4. Щербинин А. Г., Труфанова Н. М., Янков В. И. Пространственная математическая модель одночервячного пластицирующего экструдера. Сообщение 2. Математическая модель по определению температуры шнека // Пласт. массы. — 2004. — № 8. — С. 38–40.

* * *

E. V. Subbotin, Senior Lecturer, Perm State Technical University

A. G. Shcherbinin, Doctor of Technical Sciences, Professor, Perm State Technical University

N. M. Trufanova, Doctor of Technical Sciences, Professor, Perm State Technical University

Mathematical Simulation of Polymer Heat and Mass Transfer Processes in Extruders with Nonclassic Screw Geometry

The spatial mathematical model of a plasticizing extruder melt zone with a barrier screw is suggested. The numerical investigation and comparison analysis of extruder performance with classic and nonclassic screws geometry has been carried out.

Keywords: mathematical model, extruder screw, numerical investigation

Получено 14.12.09