

2. Matchup Scheduling with Multiple Resources, Release Dates and Disruptions / J. C. Bean, J. R. Birge, J. Mittenthal, C. E. Noon // Operations Research. – 1991. – Vol. 39.3. – Pp. 470–483.

3. Arkturk M. S., Gorgulu E. Match-up scheduling under a machine breakdown // European Journal of Operational Research. – 1999. – Vol. 112. – Pp. 81–97.

4. Abumaizar R. J., Svestka J. A. Rescheduling Job Shops under Disruptions // International Journal of Production Researches. – 1997. – Vol. 35. – Pp. 2065–2082.

5. Вожаков А. В., Гитман М. Б., Федосеев С. А. Комплексное оценивание при выборе оптимального плана производства на тактическом уровне с учетом нечетких критериев и ограничений // Управление большими системами. – 2010. – Вып. 30. – С. 164–179.

6. Барбашин Е. А. Введение в теорию устойчивости. – М.: Наука, 1967. – 223 с.

M. B. Gitman, DSc (Physics and Mathematics), Perm National Research Polytechnical University
A. S. Eliseev, Post-graduate, Perm National Research University

The issue of sustainable management of production plan

The paper deals with the research of the process stability of the production schedule executing at a special space of states. Definitions of a stable process and theorem of production process stability are introduced. Based on the stated theorem, an example of controlling the plan execution process is considered.

Keywords: production scheduling, stability, plan execution control

Получено: 22.10.12

УДК 622.673.6

Е. А. Калентьев, аспирант;

В. В. Тарасов, доктор технических наук, профессор;
Институт механики Уральского отделения РАН

В. Н. Новиков, старший преподаватель;

Ижевская государственная сельскохозяйственная академия

Ю. В. Пузанов, кандидат технических наук, доцент

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ЛИНЕЙНОГО КОНТАКТА СПИРАЛЬНОГО КАНАТА ТИПА «ВАРРИНГТОН»

Получены новые решения системы уравнений линейного контакта спирального каната типа «Варрингтон» не требующие применения метода последовательных приближений.

Ключевые слова: система уравнений, линейный контакт, спиральный канат

На основе метода последовательных приближений в работе М. Ф. Глушко (Стальные подъемные канаты. Киев: Техника, 1966) было получено решение системы уравнений линейного контакта (1) проволок спирального каната типа «Варрингтон» (рис. 1). Высокая трудоемкость этого метода ограничивает его применение и почти всегда требует какой-либо программной реализации. Кроме того, остается открытым вопрос относительно сходимости итерационного процесса. Учитывая вышесказанное, получим новые решения системы (1).

На рис. 1 обозначено: r_1, r_2, r_3 – радиусы слоев проволок «1», «2», «3» соответственно; $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ – диаметры проволок слоев «1», «2», «3» соответственно; $\lambda_1, \lambda_{12}, \lambda_{23}$ – полярные углы контакта проволок «1», «1-2», «1-3» соответственно.

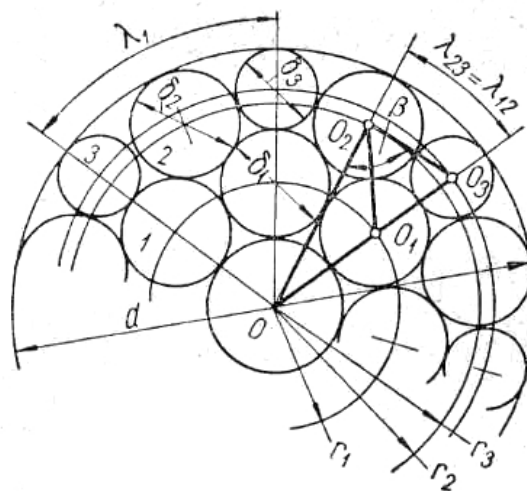


Рис. 1. Поперечное сечение спирального каната типа «Варрингтон»

$$\left. \begin{aligned} 2r_2 + \delta_2 &= d, \\ 2r_3 + \delta_3 &= d, \\ 2r_1 + 2\delta_1 + 2\delta_3 &= d, \\ \delta_1 &= 2r_1 s_1, \\ \delta_{12}^2 &= \left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \right)^2 = \Phi_{12}, \\ \delta_{23}^2 &= \left(\frac{\delta_2 + \delta_3}{2} \right)^2 = \Phi_{23}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $s_1 = \sin\left(\frac{\varepsilon_1}{2}\right) \sqrt{1 + \cos^2\left(\frac{\varepsilon_1}{2}\right) \tan^2(\alpha_1)}$.

Выражения для квадратов расстояния между винтовыми осями линейно контактирующих проволок:

$$\begin{aligned} \delta_{12}^2 &= r_1^2 \tan^2(\alpha_2) \sin^2(\varepsilon_{12}) + r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\varepsilon_{12}), \\ \delta_{23}^2 &= r_2^2 \tan^2(\alpha_3) \sin^2(\varepsilon_{23}) + r_2^2 + r_3^2 - 2r_2 r_3 \cos(\varepsilon_{23}). \end{aligned} \quad (2)$$

Из рис. 1 можно определить:

$$\begin{aligned} m_1 &= m, \quad m_2 = 2m, \\ \lambda_1 &= \frac{2\pi}{m}, \quad \lambda_{12} = \lambda_{23} = \frac{\pi}{m}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для получения новых решений поступим следующим образом. Исходные данные для расчета: d – диаметр спирального каната; h – шаг свивки; $m_1 = m$, $m_2 = 2m$ – конструкция (количество проволок по слоям). Для упрощения расчетов примем известную величину δ_2 – диаметр проволок «2». Таким образом, необходимо определить пять неизвестных: r_1 , r_2 , r_3 , δ_1 , δ_3 – радиусы слоев проволок «1», «2», «3» и диаметры проволок «1» и «3». Запишем соотношения для углов свивки проволок:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \arctan\left(\frac{2\pi r_1}{h}\right), \quad \alpha_2 = \arctan\left(\frac{2\pi r_2}{h}\right), \\ \alpha_3 &= \arctan\left(\frac{2\pi r_3}{h}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Выражения для вспомогательных уравнений с учетом (4) примут вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \arccot \cot \left(\frac{\frac{4\pi^2 r_1^2}{h^2} + \cos\left(\frac{2\pi}{m}\right)}{\sin\left(\frac{2\pi}{m}\right)} \right), \\ \varepsilon_{12} &= \arccot \cot \left(\frac{\frac{4\pi^2 r_1 r_2}{h^2} + \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\varepsilon_{23} = \arccot \cot \left(\frac{\frac{4\pi^2 r_2 r_3}{h^2} + \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right).$$

Из первого уравнения системы (1) найдем выражение для r_2 :

$$r_2 = \frac{d - \delta_2}{2}. \quad (6)$$

Учитывая (6), запишем новые выражения для α_2' и ε_{23}' , используя (4) и (5):

$$\begin{aligned} \alpha_2' &= \arctan\left(\frac{\pi(d - \delta_2)}{h}\right), \\ \varepsilon_{23}' &= \arccot \cot \left(\frac{\frac{2\pi^2 (d - \delta_2) r_3}{h^2} + \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Вспомогательное выражение для s_1 с учетом (4) и (5) примет вид:

$$\begin{aligned} s_1 &= \sin \left(\frac{1}{2} \arccot \cot \left(\frac{\frac{4\pi^2 r_1^2}{h^2} + \cos\left(\frac{2\pi}{m}\right)}{\sin\left(\frac{2\pi}{m}\right)} \right) \right) \times \\ &\times \sqrt{1 + \frac{4 \cos^2 \left(\frac{1}{2} \arccot \cot \left(\frac{\frac{4\pi^2 r_1^2}{h^2} + \cos\left(\frac{2\pi}{m}\right)}{\sin\left(\frac{2\pi}{m}\right)} \right) \right) \pi^2 r_1^2}{h^2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Далее выразим значения диаметров из первого и второго выражений системы (1) и подставим их в шестое выражение указанной системы, с учетом (2) получим:

$$\begin{aligned} d^2 - 2dr_2 - 2dr_3 + 2r_2 r_3 - r_2^2 \tan^2(\alpha_3) \sin^2(\varepsilon_{23}') + \\ + 2r_2 r_3 \cos(\varepsilon_{23}') = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Запишем выражение (9) в виде функции от r_3 :

$$\begin{aligned} f_3(r_3) &= d^2 - d(d - \delta_2) - 2dr_3 + (d - \delta_2)r_3 - \\ &- \frac{2(d - \delta_2)^2 \pi^2 r_3^2}{h^2 \left(1 + \frac{\left(\frac{2\pi^2 (d - \delta_2) r_3}{h^2} + \cos\left(\frac{\pi}{m}\right) \right)^2}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right)} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{(d - \delta_2)r_3 \left(\frac{2\pi^2(d - \delta_2)r_3}{h^2} + \cos\left(\frac{\pi}{m}\right) \right)}{\sin\left(\frac{\pi}{m}\right) \sqrt{1 + \frac{\left(\frac{2\pi^2(d - \delta_2)r_3}{h^2} + \cos\left(\frac{\pi}{m}\right) \right)^2}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)}}}. \quad (10)$$

Разложим данную функцию в ряд Маклорена со степенью остаточного члена, равной 3:

$$\begin{aligned} \text{taylor}(f3) = & d\delta_2 + \left(-d - \delta_2 + \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)(d - \delta_2) \right) r_3 - \\ & - \frac{-(d - \delta_2)^2 \pi^2 \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)}{\sqrt{-1 + \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)} h^2} r_3^2 + O(r_3^3). \end{aligned} \quad (11)$$

Отбросим остаточный член и разрешим выражение (11) относительно r_3 :

$$\begin{aligned} r_3 = & - \frac{h}{2\pi^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)(d^2 - 2d\delta_2 + \delta_2^2)} \times \\ & \times \left(h \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)d - h \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)\delta_2 - hd - h\delta_2 + vk_1 \right), \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} vk_1 = & \left(\left(4d^3\delta_2\pi^2 - 8d^2\delta_2^2\pi^2 + 4d\delta_2^3\pi^2 - \frac{h^2d^2}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)} + \right. \right. \\ & + \frac{2h^2d^2 \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)} - \frac{h^2d^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{m}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)} + \\ & + \frac{2h^2d\delta_2 \cos^2\left(\frac{\pi}{m}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)} - \frac{h^2\delta_2^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{m}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)} - \\ & \left. \left. - \frac{2h^2 \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)\delta_2^2}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)} - \frac{2d\delta_2h^2}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)} - \frac{h^2\delta_2^2}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right). \end{aligned}$$

Из второго выражения системы (1) легко получаем:

$$\delta_3 = d - 2r_3. \quad (13)$$

Подставляя второе и четвертое уравнения системы (1) в третье, группируем все члены в левой части и получаем:

$$2r_1 + 2r_1s_1 - 4r_3 + d = 0. \quad (14)$$

Запишем выражение (14) в виде функции от r_1 :

$$\begin{aligned} f1(r_1) = & 2r_1 + 2r_1 \sin\left(\frac{1}{2}\varepsilon_1\right) \sqrt{1 + \frac{4\cos^2\left(\frac{1}{2}\varepsilon_1\right)\pi^2r_1^2}{h^2}} + \\ & + \frac{2}{\pi^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)(d^2 - 2d\delta_2 + \delta_2^2)} \times \\ & \times \left(\left(h \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)d - h \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)\delta_2 - hd - h\delta_2 + vk_1 \right) h \right) + d. \end{aligned} \quad (15)$$

Разложим полученное выражение в ряд Маклорена со степенью остаточного члена, равной 3:

$$\begin{aligned} \text{taylor}(f1) = & d + \frac{h}{\pi^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)(d^2 - 2d\delta_2 + \delta_2^2)} \times \\ & \times \left(h \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)d - h \cos\left(\frac{\pi}{m}\right)\delta_2 - hd - h\delta_2 + vk_1 \right) + \\ & + \left(2\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}\arctan\left(\cot\left(\frac{2\pi}{m}\right)\right) \right) r_1 + O(r_1^3). \end{aligned} \quad (16)$$

Для иллюстрации точности используемой аппроксимации приведем графики функции $f_1(r_1)$ и $\text{taylor}(f1)$ (рис. 2).

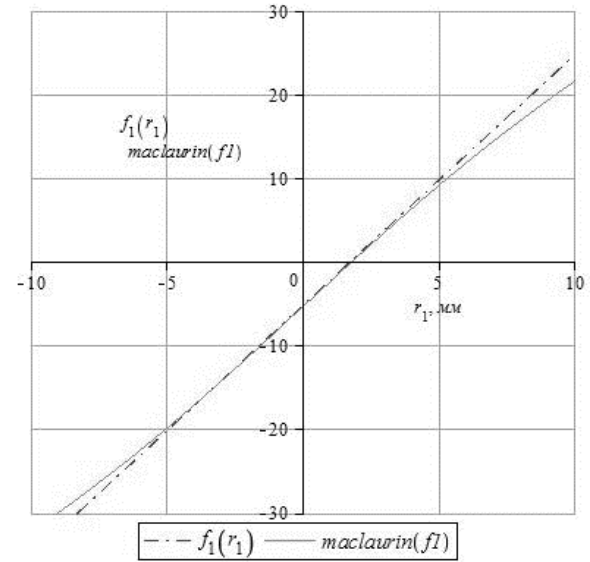


Рис. 2. Графики функции $f_1(r_1)$ и $\text{taylor}(f1)$

Отбросим остаточный член и разрешим выражение (16) относительно r_1 :

$$r_1 = \frac{\left(d^3 \pi^2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{m} \right) - 2d^2 \pi^2 \delta_2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{m} \right) + \right.}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{m} \right) \pi^2 (vk_2 d^2 - 2vk_2 d \delta_2 + vk_2 \delta_2^2 + d^2 - 2d \delta_2 + \delta_2^2)},$$

$$\left. - \frac{1}{2} + d \pi^2 \delta_2^2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{m} \right) + 2h^2 d \cos \left(\frac{\pi}{m} \right) - \right. \\ \left. - 2h^2 \delta_2 \cos \left(\frac{\pi}{m} \right) - 2dh^2 - 2\delta_2 h^2 + 2hvk_1 \right)$$

(17)

где

$$vk_2 = \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arctan \left(\cot \left(\frac{2\pi}{m} \right) \right) \right).$$

Подставляя (17) в (4), (5), запишем новые выражения для α'_1 , ε'_1 и s'_1 , затем, используя четвертое выражение системы (1), найдем диаметр проволок внутреннего слоя:

$$\delta_1 = 2r_1 s'_1. \quad (18)$$

На последнем этапе определяем диаметр центральной проволоки:

$$\delta_0 = 2 \left(r_1 - \frac{\delta_1}{2} \right). \quad (19)$$

Данная методика может быть легко адаптирована к расчету геометрии спиральных канатов и прядей различных типов: «Сил», «Варрингтон-Сил» и др.

* * *

E. A. Kalentyev, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

V. V. Tarasov, DSc in Engineering, Professor, Institute of Mechanics, Ural Branch of RAS

V. N. Novikov, Assistant, Izhevsk State Agricultural Academy

Yu. V. Puzanov, PhD in Engineering, Associate professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Solution of equations for the linear contact of the Warrington type spiral rope

The paper presents new solutions of equations for the linear contact of the Warrington type spiral rope which do not require application of the method of successive approximations.

Keywords: system of equations, linear contact, coiled rope

Получено: 12.10.12

УДК 621.391

И. З. Климов, доктор технических наук, профессор;

В. А. Мошонкин, инженер;

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

А. Л. Шишкин, инженер

ООО «Вторая лаборатория», Ижевск

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПО ЭЛЕКТРОСЕТЯМ*

Предложена математическая модель системы передачи данных по электросетям общего пользования в виде уравнений в пространстве состояний. С помощью расширения вектора состояния учтено влияние основных мешающих факторов.

Ключевые слова: передача данных, электросети, математическая модель

Для математического моделирования передачи данных по электросети воспользуемся методом марковской теории оптимальной нелинейной фильтрации, разработанной Р. Л. Стратоновичем [1]. Метод предполагает представление системы связи матричными дифференциальными уравнениями состояния и наблюдения [2, 3].

Информационные сообщения $x_c(t)$ в системах связи в большинстве случаев можно представить марковскими случайными процессами. Положим, что

процесс $x_c(t)$ стационарен, гауссовый, спектр процесса рациональный и приближается к нулю на высоких частотах.

На практике эти ограничения обычно выполняются. При наложенных выше ограничениях информационный процесс может быть задан матричным дифференциальным уравнением [3]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{X}_0(t) = \overline{F}_0 \times \overline{X}_0(t) + \overline{G}_0 \times W_0(t), \quad (1)$$