

* * *

I. Z. Klimov, DSc, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

V. A. Moshonkin, Engineer, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

A. L. Shishkin, Engineer, JSC "Vtoraya laboratoriya", Izhevsk

Mathematical model of power line communication system

This paper represents a mathematical model of the general-use power line communication system described as state equations. The major confounding factors are taken into account by means of the state vector expansion.

Keywords: data transfer, power networks, mathematical model

Получено: 19.11.12

УДК 621.391

A. B. Коробейников, кандидат технических наук, доцент;

P. M. Гафаров, кандидат технических наук, доцент;

A. Ф. Мухамедшин, магистрант;

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

P. C. Франченко, инженер-программист

ООО «Инмарсофт», Ижевск

ИТЕРАЦИОННОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОРМУЛ МЕЖКАНАЛЬНОЙ ДЕКОРРЕЛЯЦИИ МНОГОКАНАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

Рассмотрен итерационный метод использования формул межканальной декорреляции с оценкой его эффективности на основе аналитических выражений изменения суммарной дисперсии для среднего и разностей значений каналов многоканального сигнала. Итерационный метод позволяет повысить эффективность межканальной декорреляции при сжатии многоканальных сигналов.

Ключевые слова: сжатие, сигналы, многоканальные, декорреляция, дисперсия, итерации

Межканальная декорреляция, гарантирующая восстановление

Формулы межканальной декорреляции для произвольного числа каналов многоканального сигнала предложены в работе [1]:

$$\begin{cases} c_i = x_1 - x_i; i = \overline{2, n} \\ c_1 = x_1 - \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=2}^n c_i\right) = x_1 - z_1, \end{cases} \quad (1)$$

где i – номер канала; n – число каналов; x_i – значение исходного канала сигнала; c_i – значение канала производного от исходных; z_1 – поправка для канала x_1 , ОКРУГЛ – операция округления.

Формулы для восстановления исходных значений каналов:

$$\begin{cases} x_1 = c_1 + z_1 = c_1 + \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=2}^n c_i\right) \\ x_i = x_1 - c_i; i = \overline{2, n}. \end{cases} \quad (2)$$

В формулах введено обозначение z_1 для части формулы, чтобы показать, что в формулы кодирования и декодирования входит одно и то же выражение. С учетом введения z_1 кодирование и декодирование представляют собой операции сложения и вычитания, которые не приводят к потере остатка. Таким образом, гарантируется восстановление исходных значений без потерь.

Межканальная декорреляция на основе усреднения и разности значений

В работе [2] формула межканальной декорреляции имеет другой вид:

$$\begin{cases} c_i = x_1 - x_i; i = \overline{2, n} \\ c_1 = \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right). \end{cases} \quad (3)$$

Формула для декодирования совпадает с (2). Различный способ использования операции округления гарантирует восстановление только для нечетного числа каналов. Однако данная запись формул позволяет трактовать декорреляцию как вычисление среднего значения всех каналов и попарных разностей каналов с каналом x_1 .

Использование различных вариантов формул для c_1 обосновывается следующим преобразованием – внесением x_1 в операцию округления:

$$\begin{aligned} c_1 &= x_1 - \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=2}^n c_i\right) \approx \\ &\approx \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{1}{n} \left[n \cdot x_1 - \sum_{i=2}^n (x_1 - x_i) \right] \right) = \\ &= \left(\frac{1}{n} \left[x_1 + \sum_{i=2}^n (x_1 - x_1 + x_i) \right] \right) = \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Итерационное использование формул межканальной декорреляции

В работе [3] предложено итерационное использование простого предсказателя для внутриканальной декорреляции данных. При таком подходе минимум дисперсии ошибки предсказания одноканального сигнала получают после различного числа итераций применения простого предсказателя.

Итерационный подход дает схожие результаты и при применении формул межканальной декорреляции, т. е. приводит к снижению затрат на хранение многоканальных сигналов.

Схема итерационного использования межканальной декорреляции:

$$x_1 \dots x_n = c_1^0 \dots c_n^0 \Rightarrow c_1^1 \dots c_n^1 \Rightarrow \dots \Rightarrow c_1^{k-1} \dots c_n^{k-1} \Rightarrow c_1^k \dots c_n^k, \quad (5)$$

где k – номер итерации.

Нужно отметить, что при этом сохраняется возможность однозначного восстановления исходных значений сигналов, так как каждая отдельная операция межканальной декорреляции гарантирует восстановление.

Оценка эффективности итерации межканальной декорреляции

Для такой оценки используем подход, оценивающий дисперсию сигналов, предложенный в работе [3].

Оценим суммарную дисперсию многоканального сигнала:

$$D^{k-1} = \sum_{i=1}^n D[c^{k-1}_i], \quad (6)$$

где $D[\cdot]$ – операция вычисления дисперсии.

При использовании операции межканальной декорреляции по формулам (1), используя формулу дисперсии линейной комбинации нескольких случайных [4], получим суммарную дисперсию:

$$\begin{cases} D[c^k_i] = D[c^{k-1}_1 - c^{k-1}_i] = \\ = D[c^{k-1}_1] + D[c^{k-1}_i] - 2 \cdot \text{cov}[c^{k-1}_1, c^{k-1}_i] \\ D[c^k_1] = D\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c^{k-1}_i\right] = \\ = \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n D[c^{k-1}_i] + 2 \cdot \sum_{1 \leq i < j \leq n} \text{cov}[c^{k-1}_i, c^{k-1}_j] \right) \\ D^k = D[c^k_1] + \sum_{i=2}^n D[c^k_i], \end{cases} \quad (7)$$

где $\text{cov}[\cdot]$ – операция вычисления корреляционного момента (ковариации).

Оценка эффективности итерации межканальной декорреляции при $n = 2$

Получим на основе выражения (7) конкретные формулы для оценки дисперсии при $n = 2$:

$$\begin{cases} D[c^k_2] = D[c^{k-1}_1 - c^{k-1}_2] = \\ = D[c^{k-1}_1] + D[c^{k-1}_2] - 2 \cdot \text{cov}[c^{k-1}_1, c^{k-1}_2] \\ D[c^k_1] = D\left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 c^{k-1}_i\right] = \\ = \frac{1}{4} (D[c^{k-1}_1] + D[c^{k-1}_2]) + \frac{1}{2} \text{cov}[c^{k-1}_1, c^{k-1}_2] \\ D^k = D[c^k_1] + D[c^k_2]. \end{cases} \quad (8)$$

Оценка эффективности итерации межканальной декорреляции при $n = 3$

Получим на основе выражения (7) конкретные формулы для оценки дисперсии при $n = 3$:

$$\begin{cases} D[c^k_i] = D[c^{k-1}_1 - c^{k-1}_i] = D[c^{k-1}_1] + D[c^{k-1}_i] - \\ - 2 \cdot \text{cov}[c^{k-1}_1, c^{k-1}_i]; i = \overline{2, 3} \\ D[c^k_1] = D\left[\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 c^{k-1}_i\right] = \frac{1}{9} (D[c^{k-1}_1] + D[c^{k-1}_2] + D[c^{k-1}_3]) + \\ + \frac{2}{9} (\text{cov}[c^{k-1}_1, c^{k-1}_2] + \text{cov}[c^{k-1}_1, c^{k-1}_3] + \text{cov}[c^{k-1}_2, c^{k-1}_3]) \\ D^k = D[c^k_1] + D[c^k_2] + D[c^k_3]. \end{cases} \quad (9)$$

Повышение эффективности итерации межканальной декорреляции

Для повышения эффективности итерации межканальной декорреляции следует обеспечить вычитание модуля значения $2 \cdot \text{cov}[c^{k-1}_1, c^{k-1}_i]$ из суммы дисперсий в формулах дисперсии $D[c^k_i]$ (7...9). Для этого перед выполнением декорреляции необходимо изменить знак сигнала x_i :

$$u_i = s_{li} \cdot x_i; i = \overline{2, n}, \quad s_{li} = 3\text{HAK}(\text{cov}[c^{k-1}_1, c^{k-1}_i]), \quad (10)$$

где s_i – знак ковариации сигналов x_1 и x_i .

В дальнейшем во всех формулах (1...9) вместо значения x_i необходимо использовать значение u_i . После восстановления исходных данных после декорреляции нужно выполнить обратное изменение знака и получить значение x_i .

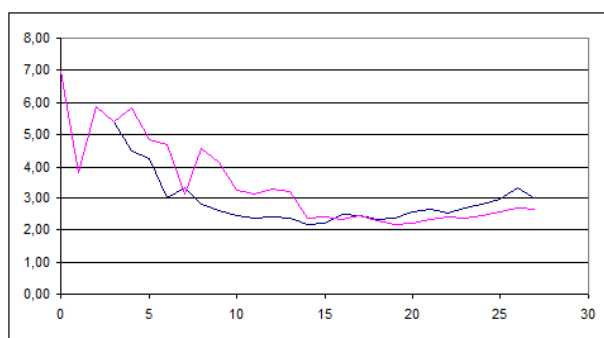
Результаты экспериментов. Проверка приведенных выше методов итерационной межканальной декорреляции (табл.) выполнялась согласно методике и по набору сигналов, приведенных в статье [5], где h – число каналов сигнала; Z – средние затраты на кодирование канала; K – средняя степень сжатия канала.

Проверка выполнялась для описанных методов межканальной декорреляции:

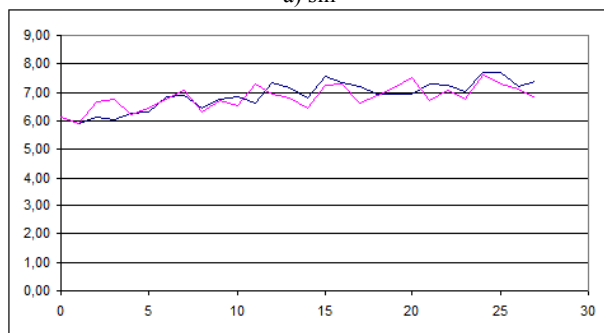
- 0) без межканальной декорреляции;
- 1) лучший результат декорреляции среди всех вариантов зависимостей [5];
- 2) декорреляция на основе адаптивных линейных нейронов [6];
- 3) несколько итераций декорреляции (1, 2, 5);
- 4) несколько итераций декорреляции с минимизацией дисперсии (1, 2, 5...10).

Затраты на кодирование

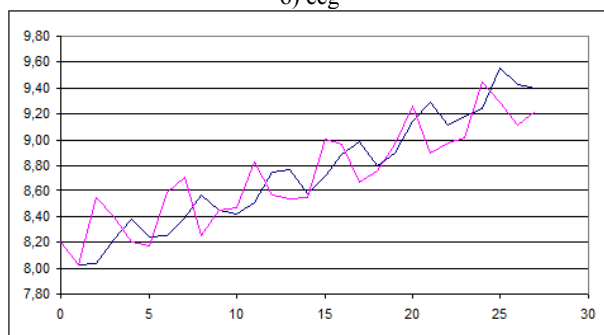
№ п/п	Сиг- нал	h		Метод межканальной декорреляции				
				0	1	2	3	4
1	ecg	2	Z, бит	6,13	5,92	5,92	{1} 5,92	{1} 5,91
K, %			100,00	96,58	96,58	96,55	96,42	
2		3	Z, бит	6,12	5,76	5,77	{7} 5,96	{1} 5,81
			K, %	100,00	94,14	94,30	97,38	94,86
3		4	Z, бит	6,14			{3} 5,58	{1} 4,62
			K, %	100,00			90,91	75,27
4	soun d	2	Z, бит	8,20	8,05	8,05	{1} 8,02	{1} 8,03
K, %			100,00	98,16	98,16	97,81	97,83	
5		3	Z, бит	8,26	5,75	5,89	{3} 7,94	{1} 8,09
			K, %	100,00	69,62	71,32	96,12	97,91
6		4	Z, бит	8,23			{1} 6,52	{1} 6,29
			K, %	100,00			79,33	76,60
7	sin	2	Z, бит	6,99	4,93	4,11	{7} 3,13	{11} 2,38
K, %			100,00	70,52	58,83	44,72	34,09	
8		3	Z, бит	7,32	5,69	5,03	{12} 3,33	{12} 3,31
			K, %	100,00	77,75	68,76	45,49	45,22
9		4	Z, бит	7,32			{12} 3,22	{12} 3,93
			K, %	100,00			43,96	53,44



а) sin



б) ecg



в) sound

Изменение Z при итерационном подходе ($h = 2$)

В таблице в столбце для методов 3 и 4 приведен лучший результат, полученный в результате 12 итераций, а также номер итерации (в фигурных скобках). На рисунке приведены графики изменения Z при итерационном подходе ($h = 2$).

Перед каждой итерацией по каждому каналу производилось устранение постоянной составляющей согласно адаптивным формулам в работе [6].

Значение коэффициента ковариации вычислялось также по адаптивной схеме:

$$\text{cov}[c^{k-1}_1, c^{k-1}_i][1] = -1,$$

$$\text{cov}[c^{k-1}_1, c^{k-1}_i][j] =$$

$$= \text{cov}[c^{k-1}_1, c^{k-1}_i][j-1](1-\alpha) + c^{k-1}_1[j]c^{k-1}_i[j]\alpha,$$
(11)

где j – номер отсчета сигнала; α – степень влияния текущего значения (скорость адаптации). В экспериментах было принято $\alpha = 0,001$.

Выводы

1. Итерационное использование формул межканальной декорреляции в ряде примеров показало лучший результат среди всех методов.

2. При выполнении операции межканальной декорреляции уменьшение значения дисперсии $D[c^k_i]$ относительно $D[c^{k-1}_i]$ обуславливается вычитанием значения ковариации сигналов $\text{cov}[c^{k-1}_1, c^{k-1}_i]$ в формулах (7...9). Для повышения эффективности межканальной декорреляции необходимо контролировать знак ковариации сигналов при декорреляции и при восстановлении данных (10).

3. При усреднении значений каналов значение $D[c^k_1]$ по сравнению со значением $D[c^{k-1}_1]$ может как возрасти, так и снизиться, что зависит от значений дисперсий и ковариаций, входящих в формулу $D[c^k_1]$. Минимизация данной составляющей требует дополнительных исследований.

4. Значительное сокращение затрат на кодирование многоканального синусоидального сигнала при итерационном подходе связано с эффектом внутриканальной декорреляции при устранении постоянной составляющей [6].

Библиографические ссылки

1. Коробейников А. В., Франченко Р. С. Уточнение формул межканальной декорреляции сигналов // Информационные системы в промышленности и образовании : сб. тр. молодых ученых. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2011. – С. 43–44.
2. Франченко Р. С., Коробейников А. В. Межканальная декорреляция для произвольного числа каналов при сжатии без потерь многоканальных сигналов // Вестн. ИжГТУ. – 2010. – № 1. – С. 87–88.
3. Гафаров М. Р. Улучшение метрологических характеристик сканирующего туннельного микроскопа // Электронные устройства и системы : межвуз. сб. науч. тр. – Уфа : УГАТУ, 2008. – С. 200–204.
4. Шведов А. Теория вероятностей и математическая статистика. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ГУ ВШЭ, 2005. – 254 с.

5. Коробейников А. В., Франченко Р. С. Определение вариантов зависимостей каналов для межканальной декорреляции при сжатии многоканальных сигналов без потерь // Вестн. ИжГТУ. – 2010. – № 3. – С. 137–139.

6. Межканальная декорреляция на основе адаптивных линейных нейронов для сжатия без потерь многоканаль-

ных сигналов / А. В. Коробейников, А. Ф. Мухамедшин, А. А. Горбушин и др. // Информационные системы в промышленности и образовании : сб. тр. молодых ученых. – Ижевск : ИжГТУ, 2011. – С. 36–42.

* * *

A. V. Korobeynikov, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

R. M. Gafarov, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

A. F. Mukhamedshin, Master's degree student, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

R. S. Frančenko, Programming Engineer, Inmarsoft Ltd., Izhevsk

Iterative application of formulas for intra-channel decorrelation of multichannel signals

The paper considers the iteration method of applying the formulas for intra-channel decorrelation with evaluation of its effectiveness on the basis of analytical expressions of the total dispersion variation for the average and differences of channels values of a multichannel signal. The iteration method allows improving the intra-channel decorrelation at compression of multichannel signals.

Keywords: compression, signals, decorrelation, multichannel dispersion, iterations

Получено: 14.11.12