УДК 621.753

В. Н. Репко, кандидат технических наук, профессор;
Е. В. Чумакова, кандидат технических наук, доцент
Воткинский филиал Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМНОГО ПОЛЯ ДОПУСКА В ДИНАМИКЕ

Рассматриваются отклонения реальной поверхности детали как сумма собственных и вынужденных колебаний точек поверхности теоретически определенного положения.

Ключевые слова: отклонения поверхности, колебания точек, ряды Фурье

При конструировании изделия определяют теоретические размеры и формы деталей и их положение в изделии. На практике не всегда удается за счет допусков предусмотреть все отклонения поверхностей деталей, которые возможны при изготовлении отдельных деталей и при их сборке в изделие.

Для задачи определения отклонений реальной поверхности детали можно использовать принцип конструирования решений, который применяется в задачах теплофизики, решаемых методом источников. По принципу конструирования решений любую поверхность можно представить как совокупность бесконечного множества точек. Если выбрать некоторую точку поверхности детали, то отклонение этой точки в пространстве от теоретического положения может быть в трех направлениях: X, Y, Z.

Периодически повторяющиеся отклонения можно представить как колебания положения рассматриваемой точки относительно теоретически определенного положения. Сложное периодическое колебание может быть выражено в виде ряда Фурье [1]:

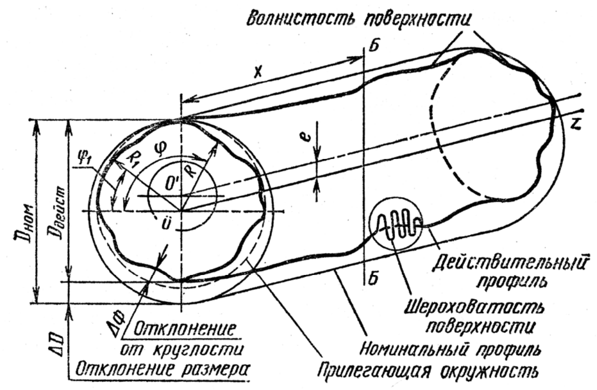
$$f(\phi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos k\phi + b_k \sin k\phi)\,, \qquad (1)$$

где $\frac{a_0}{2}$ – нулевой член разложения; a_k, b_k – коэффициенты ряда Фурье k-й гармоники; k – порядковый номер составляющей гармоники.

Любой колебательный процесс характеризуют собственные и вынужденные колебания. Здесь собственные колебания рассматриваемой точки – это отклонения точки на поверхности, полученной после предыдущей операции (см. рис.).

По данным А. И. Якушева [2], сечения действительной поверхности можно характеризовать совокупностью гармонических составляющих отклонений профиля, определяемых спектрами фазовых углов и амплитуд, т. е. совокупностью отклонений с различными частотами. Для аналитического изображения действительного профиля (контура сечения) поверхности используют разложение функции погрешностей $f(\phi)$ в ряд Фурье.

Рассматривая отклонения ΔR радиуса-вектора в полярной системе координат как функцию полярного угла φ, можно представить отклонения контура поперечного сечения детали в виде ряда Фурье (1).



Отклонения точек реальной поверхности цилиндрической детали

Ряд Фурье можно представить также в виде

$$f(\phi) = \frac{c_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos(k\phi + \phi_k), \qquad (2)$$

где c_k – амплитуда k-й гармоники; ϕ_k – начальная фаза.

Функция $f(\phi)$ определяется совокупностью величин c_k (спектра амплитуд) и ϕ_k (спектра фаз).

В дальнейшем используем ряд с ограниченным числом членов, т. е. тригонометрический полином:

$$f(\phi) = \frac{c_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} c_k \cos(k\phi + \phi_k), \qquad (3)$$

где n – порядковый номер высшей гармоники полинома.

Согласно теории Фурье, нулевой член разложения в общем случае является средним значением функции $f(\phi)$ за период T = 2π, определяемым расстоянием от базового уровня отсчета текущего размера до средней линии геометрических отклонений профиля (до среднего цилиндра):

$$\frac{c_0}{2} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\phi)d\phi.$$

Таким образом, $\frac{c_0}{2}$ есть постоянная, составляющая отклонения текущего размера. Первый член разложения $c_1 \cos(\phi + \phi_1)$ выражает несовпадение центра вращения O' с геометрическим центром сечения O (эксцентриситет e), т. е. отклонение расположения поверхности. Здесь c_1, ϕ_1 – амплитуда и фаза эксцентриситета.

Члены ряда, начиная со второго и до $k = p$ $\sum_{k=2}^{p} c_k \cos(k\phi + \phi_k)$ образуют спектр отклонений формы детали в поперечном сечении. При этом второй член ряда Фурье $c_2 \cos(2\phi + \phi_2)$ выражает овальность, третий член $c_3 \cos(3\phi + \phi_3)$ – огранку с трехвершинным профилем и т. д. Последующие члены ряда, имеющие номер $k > p$, выражают волнистость. Наконец, при достаточно большом числе членов ряда получаем высокочастотные составляющие, выражающие шероховатость поверхности, имеющей идеальную форму.

Аналогично можно представить отклонения контура цилиндрической поверхности в продольном сечении, но условие замкнутости контура в этом случае не выполняется:

$$f(z) \neq f(z + l), \tag{4}$$

где z – переменная, отсчитываемая вдоль оси цилиндра, причем $0 \le z \le l$; l – длина детали.

Введя цилиндрическую систему координат R, φ, z и условно приняв, что период $T = 2l$, представим отклонения контура реальной цилиндрической детали в продольном сечении $f(z)$ в виде тригонометрического полинома

$$f(z) \approx \frac{c_0}{2} + \sum_{k=1}^{p} c_k \sin \frac{k\pi}{2l} z, \tag{5}$$

где k – порядковый номер члена разложения.

При $k = 1$ первый член – $f_1(z) = c_1 \sin \frac{\pi z}{2l}$. Тогда $f_1(z) = 0$ при $z = 0$ и $f_1(z) = c_1$ при $z = l$.

Первый член разложения характеризует наклон образующей цилиндра (конусообразность).

Второй член разложения $f_2(z) = c_2 \sin \frac{\pi z}{l}$ характеризует выпуклость контура в продольном сечении (бочкообразность). Этот же член разложения при наличии сдвига фазы $f_2(z) = c_2 \sin\left(\frac{\pi z}{l} - \frac{\pi}{2}\right) = c_2 \cos \frac{\pi z}{l}$ выражает седлообразность и т. д.

Вынужденные колебания – колебания точки, вызываемые воздействием на нее периодических внешних сил технологической системы. Эти силы технологической системы действуют в разных направлениях. Например, при токарной обработке: радиальное биение шпинделя в плоскости, перпендикулярной оси вращения детали, вызывает отклонения в вертикальной плоскости. Колебания при перемещении резца вдоль оси вращения детали приводят к погрешностям в горизонтальной плоскости в направлении, параллельном оси вращения детали, а колебания режущей кромки резца – в горизонтальной плоскости, в направлении, перпендикулярном оси вращения детали.

При сравнении собственных колебаний точки поверхности с вынужденными колебаниями этой точки при работе технологической системы можно определить условия появления разрушительного резонанса, который появляется при приближении частоты возмущающей силы к значениям резонансной циклической частоты. По условиям гармонического анализа [3] вынужденные колебания, вызываемые возмущающей силой, являются результатом наложения колебаний под действием каждой из гармоник в отдельности. Наиболее сильно влияют те гармоники возмущающей силы, циклические частоты которых близки к резонансной циклической частоте.

Внешнее проявление резонанса – выход действительных размеров деталей за границы поля допуска, получение брака при изготовлении деталей.

Библиографические ссылки

1. *Бермант А. Ф.* Краткий курс математического анализа. – М. : Наука, 1971. – 736 с.
2. *Якушев А. И.* Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения. – М. : Машиностроение, 1986. – 352 с.
3. *Яворский Б. М.* Справочник по физике. – М. : Наука, 1965. – 848 с.

* * *

V. N. Repko, PhD in Engineering, Professor, Votkinsk branch of Kalashnikov Izhevsk State Technical University
E. V. Chumakova, PhD in Engineering, Associate professor, Votkinsk branch of Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Definition of a volume tolerance range in dynamics

The paper is devoted to deviations of a real surface of a part as the sum of its own and forced oscillations of surface points for a theoretically defined position.

Keywords: surface deviations, fluctuations of points, Fourier's series

Получено: 21.05.12