$$r_1 = \frac{-\frac{1}{2}\left(\begin{array}{l} d^3\pi^2\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right) - 2d^2\pi^2\delta_2\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right) + \\ + d\pi^2\delta_2^2\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right) + 2h^2 d\cos\left(\frac{\pi}{m}\right) - \\ -2h^2\delta_2\cos\left(\frac{\pi}{m}\right) - 2dh^2 - 2\delta_2 h^2 + 2hvk_1 \end{array}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)\pi^2\left(vk_2 d^2 - 2vk_2 d\delta_2 + vk_2\delta_2^2 + d^2 - 2d\delta_2 + \delta_2^2\right)}, \tag{17}$$

где

$$vk_2 = \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\arctan\left(\cot\left(\frac{2\pi}{m}\right)\right)\right).$$

Подставляя (17) в (4), (5), запишем новые выражения для α_1', ε_1' и s_1', затем, используя четвертое выражение системы (1), найдем диаметр проволок внутреннего слоя:

$$\delta_1 = 2r_1 s_1'. \tag{18}$$

На последнем этапе определяем диаметр центральной проволоки:

$$\delta_0 = 2\left(r_1 - \frac{\delta_1}{2}\right). \tag{19}$$

Данная методика может быть легко адаптирована к расчету геометрии спиральных канатов и прядей различных типов: «Сил», «Варрингтон-Сил» и др.

* * *

E. A. Kalentyev, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
V. V. Tarasov, DSc in Engineering, Professor, Institute of Mechanics, Ural Branch of RAS
V. N. Novikov, Assistant, Izhevsk State Agricultural Academy
Yu. V. Puzanov, PhD in Engineering, Associate professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Solution of equations for the linear contact of the Warrington type spiral rope

The paper presents new solutions of equations for the linear contact of the Warrington type spiral rope which do not require application of the method of successive approximations.

Keywords: system of equations, linear contact, coiled rope

Получено: 12.10.12

УДК 621.391

И. З. Климов, доктор технических наук, профессор;
В. А. Мошонкин, инженер;
Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова
А. Л. Шишкин, инженер
ООО «Вторая лаборатория», Ижевск

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПО ЭЛЕКТРОСЕТЯМ*

Предложена математическая модель системы передачи данных по электросетям общего пользования в виде уравнений в пространстве состояний. С помощью расширения вектора состояния учтено влияние основных мешающих факторов.

Ключевые слова: передача данных, электросети, математическая модель

Для математического моделирования передачи данных по электросети воспользуемся методом марковской теории оптимальной нелинейной фильтрации, разработанной Р. Л. Стратоновичем [1]. Метод предполагает представление системы связи матричными дифференциальными уравнениями состояния и наблюдения [2, 3].

Информационные сообщения $x_c(t)$ в системах связи в большинстве случаев можно представить марковскими случайными процессами. Положим, что процесс $x_c(t)$ стационарен, гауссовый, спектр процесса рациональный и приближается к нулю на высоких частотах.

На практике эти ограничения обычно выполняются. При наложенных выше ограничениях информационный процесс может быть задан матричным дифференциальным уравнением [3]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\overrightarrow{X_0}(t) = \overrightarrow{F}_0 \times \overrightarrow{X_0}(t) + \overrightarrow{G_0} \times W_0(t), \tag{1}$$

* Работа выполнена в рамках темы по государственному заданию высшим учебным заведениям от Министерства образования и науки Российской Федерации на 2012 год в части проведения научно-исследовательских работ.

где

$$\overrightarrow{X_0}(t)=\begin{Vmatrix} x_{01}(t)\\ x_{02}(t)\\ x_{03}(t)\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ x_{0n}(t)\end{Vmatrix};\quad \overrightarrow{F_0}=\begin{Vmatrix} -\psi_{01} & 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0\\ -\psi_{02} & 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ -\psi_{0n} & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0\end{Vmatrix};$$

$$\overrightarrow{G_0}=\begin{Vmatrix}\lambda_{01}\\ \lambda_{02}\\ \lambda_{03}\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ \lambda_{0n}\end{Vmatrix};\quad x_c(t)=x_{01}(t);$$

$W_0(t)$ – нормальный белый шум с нулевым математическим ожиданием и односторонней спектральной плотностью N_0; ψ_{0i}, λ_{0i} – коэффициенты фильтра, формирующего сообщение.

Информационное сообщение $x_c(t)$ формируется как реакция фильтра с рациональной передаточной функцией

$$K_0(P)=\frac{\lambda_{01}p^{n-1}+\lambda_{02}p^{n-2}+\ldots+\lambda_{0n}}{p^n+\psi_{01}p^{n=1}+\psi_{02}p^{n-2}+\ldots+\psi_{0n}};(p=j\omega) \tag{2}$$

на возмущение нормальным белым шумом $W_0(t)$. Параметр ψ_{01} равен ширине одностороннего энергетического спектра сообщения $x_c(t)$ на уровне 0,5 от максимального значения.

Модулятор производит над сообщением $x_c(t)$ преобразование без запоминания $S_0[t : x_c(t)]$. Положим, что в модели, кроме полезного сигнала $S_0[t : x_c(t)]$, на вход приемника действуют аддитивно взаимодействующие между собой и полезным сигналом $S_i[t : x_{ni}(t)]$, несущих сообщения $x_{ni}(t)$ и нормальный белый шум $V'(t)$ с нулевым математическим ожиданием и односторонней спектральной плотностью N_0. Будем считать сигналы и помехи узкополосными процессами в том смысле, что они удовлетворяют соотношению $\Delta f_i \langle\langle \Delta f_i$, где f_i – некоторая средняя (несущая) частота сигнала; Δf_i – условная полоса частот, в которой сосредоточена основная энергия сигнала. Положим также, что функции $S_0[t : x_c(t)]$ и $S_i[t : x_{ni}(t)]$ $\left(i=\overline{1,k}\right)$ интегрируемы в квадрате на интервале $T: \int_0^T S_i\,[t:x_{ni}(t)]\langle\,\infty$, что означает ограниченность энергии сигнала и узкополосных помех. Преобразование $S_i\,[t : x_{ni}(t)]$ определяется видом модуляции помехи. Случайный сигнал $H_{\text{вх}}\left[t:\overline{X}(t)\right]$, поступающий на вход приемника, можно записать в этом случае суммой:

$$H_{\text{вх}}\left[t:\overline{X}(t)\right]=\mu_0 S_0\left[t:x_c(t)\right]+\sum_{ш=1}^{K}\mu_i S_i\left[t:x_{ni}(t)\right]+V'(t), \tag{3}$$

где K – число помеховых составляющих, попавших в полосу пропускания тракта приема сигналов; $\mu_i\,(i=\overline{0,K})$ – коэффициенты передачи канала сигнала ($i = 0$) и помехи $(i=\overline{1,K})$.

Коэффициенты передачи μ_i могут быть либо постоянными величинами, либо изменяющимися случайным образом в случае наличия помеховых составляющих в электросети. Флюктуации вводятся в модель расширением вектора состояния (1) электросети.

Помехи $x_{ni}(t)$ $(i=\overline{1,K})$ по аналогии с полезным сообщением $x_c(t)$ есть реакции фильтров, определяющих спектры сообщений на возмущение нормальным белым шумом $W_i(t)$ с нулевым математическим ожиданием и односторонней спектральной плотностью N_i.

Уравнение состояния композиции полезных сигналов и помех представим в виде матричного уравнения состояния:

$$\frac{\partial}{\partial t}\overrightarrow{X}^{(k)}(t)=\overrightarrow{F}^{(k)}\times(t,\overrightarrow{X}(t))+\overrightarrow{G}^{(k)}\times W(t), \tag{4}$$

где $\overrightarrow{X}^{(k)}(t)=\left\|\overrightarrow{X_0}(t)^T\,\vdots\,\overrightarrow{X_1}(t)^T\,\vdots\ldots\overrightarrow{X_k}(t)^T\right\|^T$ – $(k+1)n$ – мерный вектор состояния системы;

$\overrightarrow{W}^{(k)}(t)=\left\|\overrightarrow{W_0}(t)^T\,\vdots\,\overrightarrow{W_1}(t)^T\,\vdots\ldots\overrightarrow{W_k}(t)^T\right\|^T$ – $(k+1)$ – мерный вектор возмущения системы;

$$\vec{F}^{(k)}=\begin{Vmatrix}\vec{F}_0 & 0 & 0 & . & . & . & 0\\ 0 & \vec{F}_1 & 0 & . & . & . & 0\\ . & . & . & . & . & . & .\\ 0 & 0 & 0 & . & . & . & \vec{F}_K\end{Vmatrix};$$

T – знак транспонирования.

$$\vec{G}^k=\begin{Vmatrix}\vec{G}_0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0\\ 0 & \vec{G}_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \vec{G}_k\end{Vmatrix}.$$

Индекс «K» указывает на то, что (3) записаны для K-помех в электросети, попавших в полосу пропускания приемного тракта.

Пусть фильтры предварительной селекции (ФПС) и фильтры основной селекции (ФОС) имеют полосы пропускания $\Delta f_{\text{ФПС}}$ и $\Delta f_{\text{ФОС}}$ соответственно. Для реального тракта приема сигналов (ТПС), работающего в электросети, очевидно выполнение неравенства $\Delta f_{ФПС} >> \Delta f_{ФОС}$. Процесс на выходе ТПС характеризуется функционалом $Y\left[U_{вх}(t)\right]\left(U_{вх}(t)=H_{вх}\left[t:\overline{X}(t)\right]\right)$, заданным на множестве возможных входных реализаций. Тогда уравнение наблюдения имеет вид:

$$r(t)=Y\left[U_{вх}(t)\right]+v'(t), \qquad (5)$$

где $v'(t)$ – нормальный белый шум с нулевым средним и односторонней спектральной плотностью N_0.

Система уравнений, описывающих предлагаемую модель, может быть записана в виде уравнений состояния и наблюдения:

$$\frac{d}{dt}\begin{Vmatrix} \vec{X}^{(k)}(t)\\ \vec{X}_{H1}(t)\\ \vec{X}_{H2}(t)\\ \cdot\\ \cdot\\ \vec{X}_{HL}(t)\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix} \vec{F}^{(k)}\times\vec{X}^{(k)}(t)\\ \vec{F}_{H1}\times\vec{X}_{H1}(t)+\vec{G}_{H1}\times U_{вх}(t)\\ \vec{F}_{H2}\times\vec{X}_{H2}(t)+\vec{G}_{H2}\times U_{вх}(t)\\ \cdot\ \cdot\ \cdot\\ \vec{F}_{HL}\times\vec{X}_{HL}(t)+\vec{G}_{HL}\times U_{вх}(t)\end{Vmatrix}+\begin{Vmatrix} \vec{G}^{(k)}\\ 00\cdot\ \cdot\ \cdot 0\\ 00\cdot\ \cdot\ \cdot 0\\ \cdot\ \cdot\ \cdot\\ 00\cdot\ \cdot\ \cdot 0\end{Vmatrix}\times$$

$$\times\vec{W}^{(k)}(t); \qquad (6)$$

$$r(t)=a_0+$$
$$+\sum_{k=1}^{n}\sum_{m_1=0}^{+\infty}\cdots\sum_{m_k=0}^{+\infty}\left\{\begin{matrix}\left[\int\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int\frac{1}{(2\pi)^n}\prod_{i=1}^{n}\int_{-\infty}^{+\infty}A(\omega)e^{j(\phi(\omega)+\omega t)}d\omega\right]\times\\ \times h_{m1}(U_1)\ldots h_{mk}(U_k)dU_1\ldots dU_k\end{matrix}\right\}\times$$
$$\times\int_{-\infty}^{+\infty}h_{m1}(U)U_{вх}(t-U)dU\times\int_{-\infty}^{+\infty}h_{m2}(U)U_{вх}(t-U)\times dU\times$$
$$\times\ldots\int_{-\infty}^{+\infty}h_{mk}(U)U_{вх}(t-U)dU+V'(t), \qquad (7)$$

где $A(\omega)$ – амплитудно-частотная характеристика; $\varphi(\omega)$ – фазочастотная характеристика; $\vec{X}^{(k)}(t)$; $\vec{F}^{(k)}$; $\vec{G}^{(k)}$; $\vec{W}^{(k)}$ – определены в (1), (2), (6); $\vec{F}_i(t)$; $\vec{X}_i$; $\vec{G}_i$ – определяются аналогично $\vec{F}_i(t); \vec{X}_i$; $\vec{G}_i$ из (4); $h_k(U)=\begin{cases}\frac{1}{k!}\ \frac{d^k}{dU^k}(U^k e^k) & U\ge 0\\ 0 & U<0\end{cases}$ – импульсные переходные функции; $\vec{X}_{Hi}(t)$ – определяется в соответствии с (6); k – количество помех, попавших в полосу пропускания приемного тракта, работающего в электросети; L – число членов ряда разложения многомерных ядер $k(U_1, U_2,\ldots U_n)$.

Применение нелинейных активные элементов в каскадах ТПС, выполняющих линейные функции, приводит к появлению целого ряда побочных нелинейных эффектов. Общим при изучении указанных эффектов в ТПС является допустимость предположения о малости уклонения характеристик его каскадов от линейной зависимости в пределах динамического диапазона уровней принимаемых сигналов. Это обстоятельство позволяет ограничиться в функционале $Y\left[U_{вх}(t)\right]$ тремя членами функционального ряда, определяющими нелинейность АХ. В дальнейшем будем считать, что спектры помех и принимаемого полезного сигнала не перекрываются. Положим также, что $\left[f_c-f_{ni}\right]\ge\Delta f_{фос}$ при $i=\overline{1,k}$, то есть полезный сигнал и помехи разнесены по частоте на расстояние большее, чем полоса пропускания фильтра основной селекции. При этом предположении искажения сообщения на выходе ТПС, вносимые помехами мешающих станций, будут обусловлены только ограничениями, накладываемыми на характеристики реального ТПС. Такое предположение оправдано тем, что для узкополосных помех и при выполнении условия $\Delta f_{ФПС}\rangle\rangle\Delta f_{ФОС}$ вероятность перекрытия спектров сигнала и помех значительно меньше вероятности попадания помех в полосу пропускания ФПС.

С учетом наложенных ограничений и допущений сигнал на выходе ТПС можно записать в виде

$$r(t)=H\left[t,\vec{X}(t)\right]+V(t) \qquad (8)$$

$$H\left[t,\vec{X}(t)\right]=\left\{\sum_{i=1}^{3}a_i\left[S_0\left[t:x_c(t)\right]+\sum_{j=1}^{k}\begin{pmatrix}S_j\left[t:x_{nj}(t)\right]+\\+S_{jш}\left[t:x_{шj}(t)\right]\end{pmatrix}\right]^i\right\}; \qquad (9)$$

$$f_c-\Delta f_{ФОС}\le f_c\le f_c+\Delta f_{ФОС},$$

где $S_{jш}\left[t:x_{шj}(t)\right]$ – случайный процесс, образованный шумом $V'(t)$ в полосе $2\Delta f_{ФОС}$ (и равный по мощности $P_{шi}=\frac{1}{2}N_{шi}\Delta f_{ФОС}$) на центральной частоте $f_{шj}$, которая при взаимодействии с помехой $S_i\left[t:x_{ni}(t)\right]$ мешающей станции дает комбинационную составляющую, попадающую в полосу пропускания ФОС. $V(t)$ – флуктуационный белый шум с нулевым математическим ожиданием и односторонней спектральной плотностью ($N_0+\Delta N$).

Размерность модели определяется числом помеховых сигналов, попадающих в полосу пропускания ФПС. Поэтому для анализа электросети достаточно ограничиться учетом не более 2–3 помеховых сигналов.

Библиографические ссылки

1. *Стратонович Р. Л.* Принципы адаптивного приема. – М. : Совет. радио, 1973. – 143 с.
2. *Снайдер Д.* Метод уравнений состояния для непрерывной оценки в применении к теории связи. – М. : Энергия, 1973. – 104 с.
3. *Медич Дж.* Статистические оптимальные линейные оценки и управление. – М. : Энергия, 1973. – 440 с.
4. *Сейдж Э., Мелс Дж.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. – М. : Связь, 1976. – 495 с.
5. *Тихонов В. И., Кульман Н. К.* Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. – М. : Совет. радио, 1975. – 704 с.
6. *Тихонов В. И., Миронов М. А.* Марковские процессы. – М. : Совет. радио, 1977. – 488 с.

* * *

I. Z. Klimov, DSc, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
V. A. Moshonkin, Engineer, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
A. L. Shishkin, Engineer, JSC "Vtoraya laboratoriya", Izhevsk

Mathematical model of power line communication system

This paper represents a mathematical model of the general-use power line communication system described as state equations. The major confounding factors are taken into account by means of the state vector expansion.

Keywords: data transfer, power networks, mathematical model

Получено: 19.11.12

УДК 621.391

А. В. Коробейников, кандидат технических наук, доцент;
Р. М. Гафаров, кандидат технических наук, доцент;
А. Ф. Мухамедшин, магистрант;
Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова
Р. С. Франченко, инженер-программист
ООО «Инмарсофт», Ижевск

ИТЕРАЦИОННОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОРМУЛ МЕЖКАНАЛЬНОЙ ДЕКОРРЕЛЯЦИИ МНОГОКАНАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

Рассмотрен итерационный метод использования формул межканальной декорреляции с оценкой его эффективности на основе аналитических выражений изменения суммарной дисперсии для среднего и разностей значений каналов многоканального сигнала. Итерационный метод позволяет повысить эффективность межканальной декорреляции при сжатии многоканальных сигналов.

Ключевые слова: сжатие, сигналы, многоканальные, декорреляция, дисперсия, итерации

Межканальная декорреляция, гарантирующая восстановление

Формулы межканальной декорреляции для произвольного числа каналов многоканального сигнала предложены в работе [1]:

$$\begin{cases} c_i = x_1 - x_i;\ i = \overline{2,n} \\ c_1 = x_1 - \text{ОКРУГЛ}\left(\dfrac{1}{n}\sum_{i=2}^{n} c_i\right) = x_1 - z_1, \end{cases} \tag{1}$$

где i – номер канала; n – число каналов; x_i – значение исходного канала сигнала; c_i – значение канала производного от исходных; z_1 – поправка для канала x_1, ОКРУГЛ – операция округления.

Формулы для восстановления исходных значений каналов:

$$\begin{cases} x_1 = c_1 + z_1 = c_1 + \text{ОКРУГЛ}\left(\dfrac{1}{n}\sum_{i=2}^{n} c_i\right) \\ x_i = x_1 - c_i;\ i = \overline{2,n}. \end{cases} \tag{2}$$

В формулах введено обозначение z_1 для части формулы, чтобы показать, что в формулы кодирования и декодирования входит одно и то же выражение. С учетом введения z_1 кодирование и декодирование представляют собой операции сложения и вычитания, которые не приводят к потере остатка. Таким образом, гарантируется восстановление исходных значений без потерь.

Межканальная декорреляция на основе усреднения и разности значений

В работе [2] формула межканальной декорреляции имеет другой вид:

$$\begin{cases} c_i = x_1 - x_i;\ i = \overline{2,n} \\ c_1 = \text{ОКРУГЛ}\left(\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right). \end{cases} \tag{3}$$

Формула для декодирования совпадает с (2). Различный способ использования операции округления гарантирует восстановление только для нечетного числа каналов. Однако данная запись формул позволяет трактовать декорреляцию как вычисление среднего значения всех каналов и попарных разностей каналов с каналом x_1.

Использование различных вариантов формул для c_1 обосновывается следующим преобразованием – внесением x_1 в операцию округления:

$$c_1 = x_1 - \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=2}^{n} c_i\right) \approx$$

$$\approx \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{1}{n}\left[n \cdot x_1 - \sum_{i=2}^{n}(x_1 - x_i)\right]\right) =$$

$$= \left(\frac{1}{n}\left[x_1 + \sum_{i=2}^{n}(x_1 - x_1 + x_i)\right]\right) = \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right). \tag{4}$$