Для многомассовых колебательных систем, усиливающих ощущение объема, можно применить методики оптимизации параметров устройства, изложенные в [5]. Описанная реализация не является единственно возможной. Создание вибраций экрана возможно и другими возбудителями механических колебаний. В заключение можно отметить, что драйвер сенсорного экрана может воспроизводить не только ощущения органов управления, но и, при соответствующей обработке, изображения картинок, в том числе подвижных.

Библиографические ссылки

1. Основы проектирования электронных средств: Общие вопросы проектирования : учеб. пособие / В. Г. Саиткулов, А. И. Нистюк, П. А. Ушаков и др. ; М-во образования Рос. Федерации, Казан. гос. техн. ун-т им. А. Н. Туполева. – Казань : Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2000. – 78 с.

2. *Нистюк А. И.* Методы проектирования передних панелей радиоэлектронных средств / Ижев. гос. техн. ун-т. – Ижевск, 2004. – 53 с., библ. 46 назв. – Рус. – Деп. в ВИНИТИ 31.03.04, № 540-В2004.

3. Создана новая технология тактильной обратной связи: Новости IT: сайт СОФТ@mail.ru [Электронный ресурс]. Дата обновления: 2011.04.10. – URL: http://soft.mail.ru/pressrl_page.php?id=43962 (дата обращения: 04.10.2012).

4. *Цзе Ф. С., Морзе И. Е., Хинкл Р. Т.* Механические колебания / пер. с англ. Я. А. Лосева и О. В. Эглита, под ред. чл.-кор. АН СССР И. Ф. Образцова. – М. : Машиностроение, 1966. – 508 с.

5. *Nistyuk A. I.* Tape drive parameter optimization of synthesis using frequency spectra // Vibration Engineering. – Vol. 2. – Washington, DC : Hemisphere Pub. Corp., 1988. – Pp. 121–131.

* * *

A. I. Nistyuk, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Technology of tactile sensations of images on the touch screen

The paper proposes the creation of tactile feelings of the image volume of the touch screen. Objects of research are devices with the touch screen. The subject of research is the information theory and the theory of mechanical oscillations. The illusion of tactile volume of the image is created by mechanical oscillations of the screen with various amplitude at the moment of contact.

Keywords: touch screen, tactile, three-dimensional image size, vibration

Получено: 16.11.12

УДК 621.372

О. В. Пономарева, кандидат технических наук, доцент;
Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова
Н. В. Пономарева, руководитель отдела тестирования программного обеспечения
ЗАО «НПО „Компьютер“», Ижевск

МОДИФИКАЦИЯ ФИЛЬТРА НА ОСНОВЕ ЧАСТОТНОЙ ВЫБОРКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ СО СКРЫТЫМИ ПЕРИОДИЧНОСТЯМИ

Рассмотрена модификация фильтра на основе частотной выборки в виде алгоритма скользящего однобинового параметрического ДПФ (СДПФ-П), который позволяет рекуррентно вычислять значение k-го бина N-точечного ДПФ-П из скользящего окна в N отсчетов из набора частот, число которых варьируется параметром.

Ключевые слова: фильтр на основе частотной выборки, дискретный случайный процесс, спектр, параметрическое дискретное преобразование Фурье, скрытые периодичности

В различных областях научных исследований часто приходится сталкиваться с задачами анализа случайных процессов со скрытыми периодичностями.

В виброакустической диагностике машин при выборе информативных признаков широко используется факт того, что акустические сигналы машин и механизмов характеризуются наличием гармонических рядов разнообразной природы. Например, в вибрационном или шумовом сигнале редуктора, как правило, анализируются звукоряды из гармоник оборотной, зубцовой и модуляционных частот [1].

В пассивной гидролокации при обнаружении и классификации кораблей главным образом используется структура тональных компонент (тональные компоненты в спектрах возникают за счет работы механизмов судна).

Метод ДПФ, реализуемый в форме алгоритмов БПФ, является стандартным и эффективным методом определения спектра сигнала. Прямое и обратное преобразование ДПФ в матричной форме задается следующими соотношениями:

$$S_N = \frac{1}{N} F_N X_N , \quad X_N = F_N^* S_N , \qquad (1)$$

где * – знак комплексного сопряжения; $X_N = \left[x(0), x(1), ..., x(N-1) \right]^T$ – представление дискретного сигнала *x(n)*, $n = \overline{0, N-1}$, в виде вектора *N*-мерного линейного пространства; *T* – знак транспонирования; $S_N = \left[s(0), s(1), ..., s(N-1) \right]^T$ – вектор коэффициентов разложения X_N по системе дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ), задаваемой матрицей F_N:

$$F_N = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ . \\ . \\ (N-1) \\ k \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & . & . & (N-1) \quad n \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & . & . & 1 \\ 1 & W_N^1 & . & . & W_N^{(N-1)} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ 1 & W_N^{(N-1)} & . & . & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \\ \end{array},$$

$$W_N = \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} \right). \qquad (2)$$

Однако в приложениях спектрального анализа при решении задач обнаружения и (или) измерения параметров тональных компонент, обнаружения и (или) измерения параметров звукорядов (т. е. при работе с «прореженными» отсчетами спектров), применение ДПФ, даже реализуемого алгоритмами БПФ, становится крайне неэффективным.

Считается, что эффективным методом вычисления «прореженных» отсчетов спектра является алгоритм Герцеля, который позволяет задавать любую резонансную частоту фильтра в диапазоне от 0 до $N/2-1$ и представляет собой БИХ-фильтр второго порядка с двумя действительными коэффициентами обратной связи и одним комплексным коэффициентом в цепи прямой связи [2, 3]:

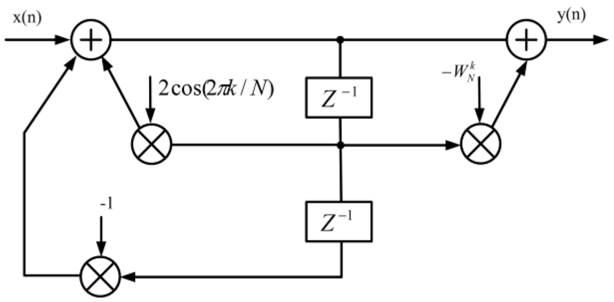


Рис. 1. Структура БИХ-фильтра, реализующая алгоритм Герцеля

Этот фильтр позволяет вычислять значение *k*-го бина *N*-точечного ДПФ:

$$S_N(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn}. \qquad (3)$$

Как справедливо отмечено в [3], сигнал $y(n)$ на выходе фильтра Герцеля (рис. 1) равен значению *k*-го бина *N*-точечного ДПФ – $S_N(k)$ (3) при достижении *n* значения N. В [3] отмечается также и тот факт, что параметр *k*, определяющий центральную частоту *k*-го бина *N*-точечного ДПФ, может принимать любые значения в интервале $\overline{0, N-1}$ (в том числе и дробные!). Дело в том, что в публикациях, посвященных описанию структуры алгоритма Герцеля, зачастую утверждается, что параметр *k*, определяющий резонансную частоту фильтра Герцеля, может принимать только целые значения.

Отметим также следующие преимущества фильтра Герцеля перед БПФ [2, 3]:

- число отсчетов сигнала *N* необязательно должно быть степенью *r*, где *r* – основание алгоритма БПФ;
- нет небходимости проводить *r*-реверсивную сортировку входных или выходных данных;
- объем хранимых промежуточных данных меньше, чем в БПФ.

Отметим, что алгоритм Герцеля эффективнее алгоритма БПФ по основанию *r* для решения задач обнаружения и (или) измерения параметров отдельных *M*-гармонических компонент при $M \le \log_r N$. Однако алгоритм Герцеля, в отличие от алгоритма ДПФ, не позволяет проводить скользящие (или скачущие) измерения на определенной частоте [2, 3].

В то же время во многих приложениях цифрового спектрального анализа приходится иметь дело с сигналами, спектр которых меняется во времени. При этом часто возникает необходимость измерять последовательные значения спектра на определенной частоте.

Способ, позволяющий проводить такие измерения, называется скользящим спектральным измерением и заключается в определении спектра сигнала на *k*-й частоте во временном окне в *N* отсчетов. При этом окно перед повторным спектральным измерением смещается на один отсчет (скользящее спектральное измерение) или на большее число отсчетов (скачущее спектральное измерение). Понятно, что скачущие спектральные измерения, являясь частным случаем скользящих спектральных измерений, получаются прореживанием последних. Следовательно, их получение сопровождается известным эффектом наложения [3].

Одним из методов осуществления как скользящих, так и скачущих измерений на *k*-й частоте, является использование одной секции обобщенного комплексного фильтра на основе частотной выборки (ФОЧВ) [2, 4], которая, в свою очередь, является частным случаем структуры Лагранжа [4].

В основе ФОЧВ лежит возможность реализации КИХ-фильтра с *N* ответвлениями в виде последовательного соединения гребенчатого фильтра и банка из *N* комплексных резонаторов, одна секция которого приведена на рис. 2 [2, 3].

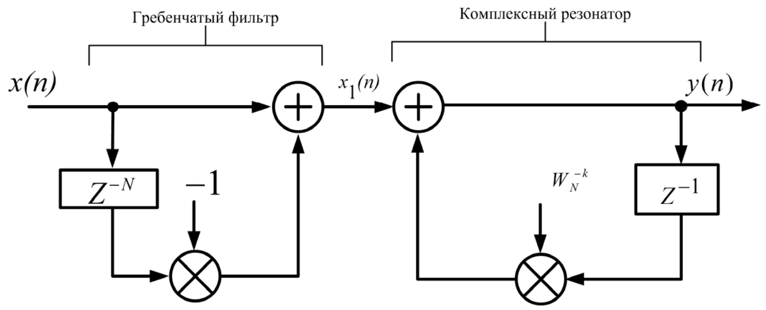


Рис. 2. Одна секция комплексного ФОЧВ

Структура, изображенная на рис. 2, за счет увеличения числа комплексных резонаторов, позволяет эффективно осуществлять скользящие спектральные измерения на фиксированном множестве частот:

$$\{2\pi k/N\}, \tag{4}$$

где $k=\overline{0,N-1}$, N – число отсчетов сигнала задержки входной последовательности $x(n)$ в гребенчатом фильтре.

Скользящие спектральные измерения на k-й частоте могут осуществляться и методом ДПФ (вычисление k-го бина ДПФ) в скользящем окне длительностью в N отсчетов (r – число отсчетов, на которое сдвигается окно в N отсчетов вправо по сигналу $x(m)$):

$$S_N^{(r)}(k)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n+r)W_N^{kn}, \tag{5}$$

где $k=\overline{0,N-1}$, $r = 0,1,2,\ldots$

Необходимо отметить, что проведение скользящих измерений на k-й частоте фильтром на основе частотной выборки (рис. 2) более эффективно, чем методом ДПФ (5). Это связано прежде всего с тем, что структура ФОЧВ, в отличие от ДПФ, дает возможность использовать метод рекуррентного расчета значений спектра на выходе комплексного резонатора.

Действительно, из анализа структуры секции ФОЧВ (рис. 2) непосредственно следует, что в этом случае для выполнения скользящего спектрального измерения на k-й частоте необходимо выполнить всего два комплексных умножения на входной отсчет (при выполнении ДПФ необходимо выполнить N комплексных умножений).

Общим недостатком рассмотренных методов является именно фиксированность множества частот, на которых можно осуществлять скользящие спектральные измерения (4).

В первом случае это связано с фундаментальным свойством амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) гребенчатого фильтра, которая имеет N нулей $\frac{2\pi}{N}k$, $k=\overline{0,N-1}$, равномерно распределенных на единичной окружности в Z-плоскости с шагом $\frac{2\pi}{N}$. А в связи с тем, что полюс комплексного резонатора должен совпадать с одним из нулей амплитудно-частотной характеристики гребенчатого фильтра, набор частот, на которых могут быть проведены скользящие спектральные измерения, оказывается фиксированным.

На рис. 3 приведено распределение нулей АЧХ (передаточной функции) гребенчатого фильтра при $N = 16$ (при $k = 0$ нуль зачернен).

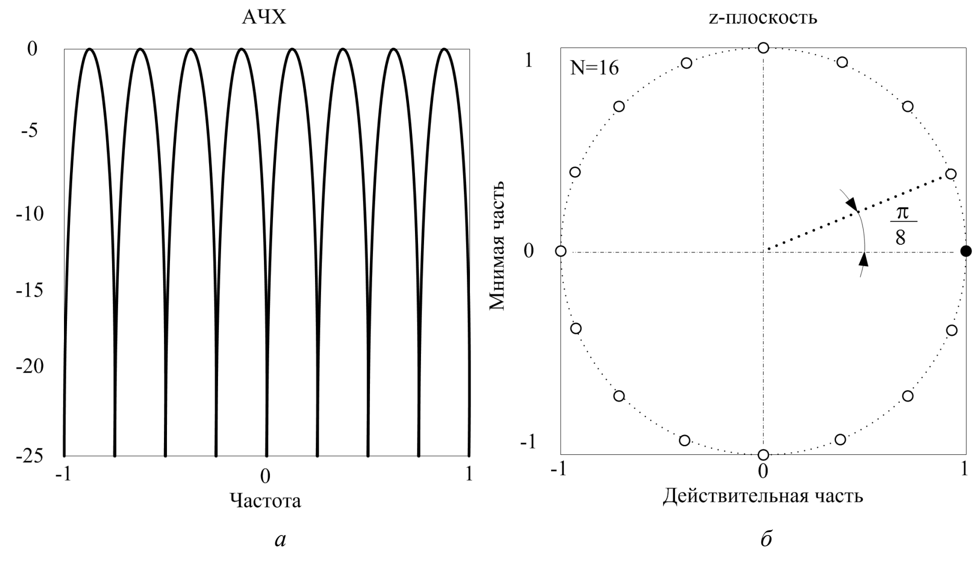


Рис. 3. Характеристики гребенчатого фильтра: *а* – АЧХ; *б* – распределение нулей

Кроме того, структура фильтра с частотной выборкой имеет дополнительно еще один недостаток. Выполнение вычислительных операций с конечной точностью при реализации комплексного резонатора приводит к тому, что не удается полностью скомпенсировать нули передаточной функции гребенчатого фильтра полюсами. В результате фильтр ФОЧВ будет иметь как нули, так и полюса, а длина его импульсной функции становится неограниченной [2].

В [3] предложен алгоритм однобинового скользящего ДПФ (СДПФ), который позволяет рекуррентно вычислять значение k-го бина N-точечного ДПФ из скользящего окна в N отсчетов.

Предлагаемый алгоритм более эффективен (с точки зрения вычислений), чем алгоритм Герцеля. В результате появляется возможность проводить спектральные измерения с той же частотой, с какой приходят входные отсчеты.

Уравнение СДПФ имеет вид [3]:

$$X^m(n) = e^{j\frac{2\pi}{N}m}[X^m(n-1) + x(n) - x(n-N)]. \qquad (6)$$

Реализация соотношения (6) приводит к КИХ-фильтру, структура которого приведена на рис. 4.

Сравнивая структуры фильтров, приведенных на рис. 2 и 4, нетрудно видеть их эквивалентность (их некоторые отличия объясняются различиями в методике вывода, проведенного либо на основе метода частотной выборки (рис. 2) либо метода ДПФ (рис. 4). При этом обе структуры фильтров обладают одним общим недостатком: они позволяют находить отсчеты спектра только на частотах (или подмножестве частот) из фиксированного множества частот, определяемых соотношением (4). Таким образом, алгоритм СДПФ, разработанный в [3], имеет тот же недостаток, что и рассмотренные выше алгоритмы.

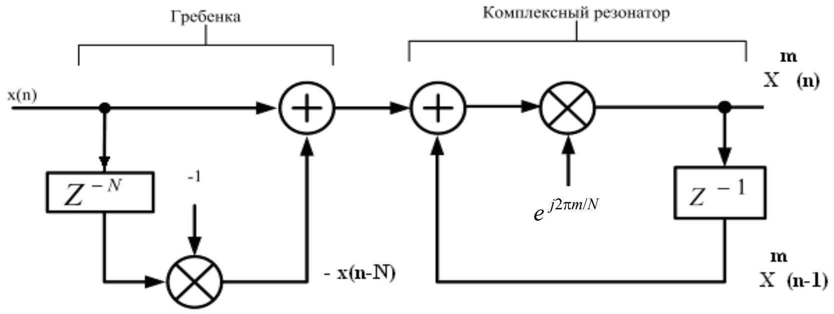


Рис. 4. Структура фильтра однобинового скользящего ДПФ

Необходимо отметить, что указанное свойство предложенных алгоритмов скользящих спектральных измерений существенно ограничивает их практическое применение.

Рассмотрим обобщение алгоритма однобинового СДПФ в виде скользящего однобинового параметрического ДПФ (СДПФ-П), который, во-первых, позволяет рекуррентно вычислять значение k-го бина N-точечного ДПФ-П из скользящего окна в N отсчетов, во-вторых, в отличие от стандартного СДПФ, позволяет проводить оценку спектра в окне в N отсчетов не на фиксированных частотах, а из набора частот, число которых варьируется параметром θ:

$$\{2\pi(k+\theta)/N\}, \qquad (7)$$

где $k = \overline{0, N-1}$, $0 \le \theta \le 1$.

Из соотношения (7) непосредственно следует, что предлагаемый алгоритм обеспечивает полный контроль над резонансной частотой фильтра ДПФ-П (k-го бина N-точечного ДПФ-П).

Автором в [4] введено понятие параметрических дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ-П) (сравни с (2)):

$$def_p(p,l,\theta) = W_N^{(p+\theta)l} = \exp\left[-j\frac{2\pi}{N}(p+\theta)l\right],\ 0 \le \theta \le 1; \quad p,l = \overline{0, N-1}$$

или в матричной форме:

$$F_{N,\theta} = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & . \ . & (N-1) & l \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ . \\ (N-1) \\ p \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & W_N^{\theta} & . \ . & 1 \\ . & . & . \ . & . \\ 1 & W^{(N-1+\theta)} & . \ . & W_N^{(N-1+\theta)(N-1)} \end{bmatrix} \end{array}. \qquad (8)$$

Разложение по базисной системе ДЭФ-П определим как прямое параметрическое дискретное преобразование Фурье (ДПФ-П):

$$S_{N,\theta} = (1/N) F_{N,\theta} X_N, \qquad (9)$$

где $0 \le \theta \le 1$, и обратное ДПФ-П:

$$X_N = F^*_{N\theta} S_{N,\theta}, \qquad (10)$$

где * – символ комплексного сопряжения.

ДПФ-П позволяет расширить понятие периодичности, из которого N-периодичность (круговая перестановка внутри интервала $[0, N-1]$) следует как частный случай. Параметрическая N-периодическая решетчатая функция задается в следующем выражении:

$$X_\theta(n) = X(n \bmod N)\ W_N^{\theta\ ent\ [n/N]}, \qquad (11)$$

где $ent\ [.]$ – операция взятия целой части.

Для ДПФ-П справедливы теоремы линейности, сдвига, корреляции и равенство Парсеваля. Энергетический спектр параметрической N-периодической решетчатой функции $X_\theta(n)$ (11) инвариантен к ее сдвигу. Более подробно свойства параметрического ДПФ рассмотрены в [4].

Алгоритм СДПФ-П позволяет вычислять значения спектра $S_N^{(r)}(k,\theta)$ на $(k+\theta)$ частоте по отсчетам входного сигнала $x(n+r)$, $n=\overline{0,N-1}$, из скользящего окна длиной в N отсчетов, при сдвиге сигнала в окне на r отсчетов влево:

$$S_N^{(r)}(k,\theta)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n+r)W_N^{(k+\theta)n}, \qquad (12)$$

где $W_N^{(k+\theta)n}=\exp\left[-j\dfrac{2\pi}{N}(k+\theta)n\right]$, $n,k=\overline{0,N-1}$; $r=0,1,2\ldots$; $0\le\theta\le1$.

Таким образом, при $r=0$:

$$S_N^{(0)}(k,\theta)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{(k+\theta)n}, \qquad (13)$$

а при $r=1$:

$$S_N^{(1)}(k,\theta)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n+1)W_N^{(k+\theta)n}. \qquad (14)$$

Введя переменную $m=n+1$, выражение (14) преобразуется к виду:

$$S_N^{(1)}(k,\theta)=\sum_{m=1}^{N}x(m)W_N^{(k+\theta)(m-1)}. \qquad (15)$$

Изменив пределы суммирования в (15) и проведя для компенсации вычитание члена с $m=0$ и прибавление члена с $m=N$, получим:

$$S_N^{(1)}(k,\theta)=\sum_{m=0}^{N-1}x(m)W_N^{(k+\theta)m}W_N^{-(k+\theta)}-$$
$$-x(0)W_N^{-(k+\theta)}+x(N)W_N^{(k+\theta)(N-1)}$$

или $$S_N^{(1)}(k,\theta)=W_N^{-(k+\theta)}\left\{\begin{matrix}\left[\sum_{m=0}^{N-1}x(m)W_N^{(k+\theta)m}\right]- \\ -x(0)+x(N)W_N^{(k+\theta)N}\end{matrix}\right\}.$$

Так как $W_N^{(k+\theta)N}=W_N^{\theta N}=\exp(-j2\pi\theta)$, окончательно получим:

$$S_N^{(1)}(k,\theta)=W_N^{-(k+\theta)}\times$$
$$\times\left[S_N^{(0)}(k,\theta)-x(0)+x(N)\exp(-j2\pi\theta)\right]. \qquad (16)$$

Изменив в (16) индексирование отсчетов во времени так, чтобы входные отсчеты $x(n)$ и входные отсчеты $S_N^{(r)}(k,\theta)$ имели одни и те же значения индекса времени, уравнение СДПФ-П запишем в следующем виде (сравни с (6)):

$$S_N^{(n)}(k,\theta)=W_N^{-(k+\theta)}\times$$
$$\times\left[S_N^{(n-1)}(k,\theta)+x(n)-x(n-N)\exp(-j2\pi\theta)\right]. \qquad (17)$$

Из соотношения (17) непосредственно следует, что данное уравнение может быть реализовано в виде секции модифицированного комплексного фильтра на основе частотной выборки (МФОЧВ):

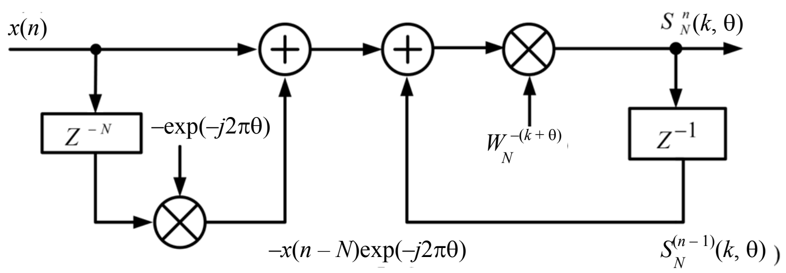


Рис. 5. Структура секции МФОЧВ, реализующая скользящее СДПФ-П на k-й частоте, при $0\le\theta\le1$, z^{-q} – задержка на q отсчетов

Необходимо отметить, что установившееся (верное) значение спектра сигнала на k-й частоте на выходе модифицированного КИХ-фильтра будет получено лишь при появлении отсчета $S_N^{(N-1)}(k,\theta)$. Это связано с тем, что переходная характеристика фильтра СДПФ-П (как и переходная характеристика фильтра СДПФ) имеет длину в N отсчетов. Кроме того, необходимо $S_N^{(N-1)}(k,\theta)$ после выхода на установившийся режим подвергнуть (один раз!) операции комплексного сопряжения. Необходимость данной операции связана с тем, что умножения в модифицированном КИХ-фильтре (рис. 5) (в процессе выхода на установившийся режим) проводятся на $W^{-(k+\theta)}$, а не на $W^{(k+\theta)}$, как того требует ДПФ-П. При $\theta=0$ СДПФ-П переходит в СДПФ, предложенное в [3], рис. 4. При $\theta=1/2$ структура модифицированного КИХ-фильтра преобразуется к следующему виду:

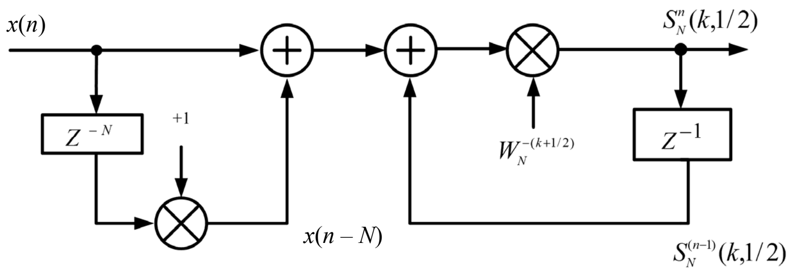


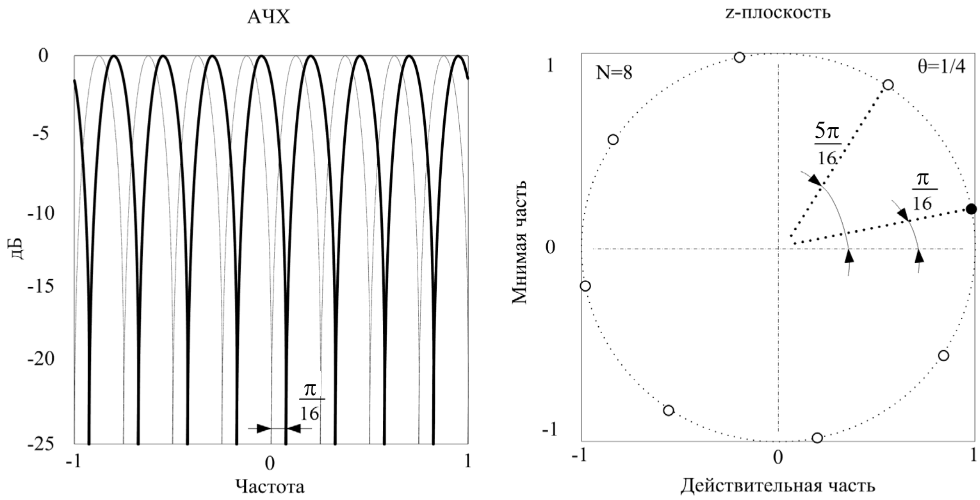
Рис. 6. Структура модифицированного КИХ-фильтра, реализующая СДПФ-П на k-й частоте, при $\theta = 1/2$

Интересно отметить, что этот частный случай СДПФ-П в [3] отмечен просто как малоизвестное свойство СДПФ.

Дадим пояснения по сути процессов, описываемых уравнением СДПФ-П (17), с точки зрения теории фильтрации.

Отметим при этом, что именно существование обобщения ДПФ в виде параметрического ДПФ и проведение авторами анализа скользящего ДПФ-П позволили вскрыть сущность происходящих явлений.

Предложенное авторами обобщение гребенчатого фильтра (см. структуру модифицированного ФОЧВ, рис. 5) позволило осуществить поворот распределения нулей амплитудно-частотной характеристики гребенчатого фильтра на угол $\dfrac{2\pi}{N}\theta$ (сравни рис. 7 с рис. 3), решив тем самым проблему фиксированности множества частот.



а *б*

Рис. 7. Характеристики обобщенного гребенчатого фильтра:
а – АЧХ (фоном изображена АЧХ стандартного гребенчатого фильтра); *б* – распределение нулей

Отметим еще один очень важный момент. Предложенная модифицированная структура гребенчатого фильтра позволяет также решить и проблему неточного представления коэффициентов ФОЧВ, не теряя при этом одно из важных достоинств данного вида фильтров – возможности рекуррентного вычисления скользящих значений спектра.

Опираясь на свойства дискретного преобразования Фурье, дадим краткие пояснения о сути закономерностей, лежащих в основе алгоритма параметрического СДПФ (в том числе и стандартного СДПФ).

Множитель $W_N^{-(k+\theta)}$ в выражении (17) осуществляет сдвиг на один отсчет базисной функций ДПФ-П (не сигнала!) (рис. 8).

При сдвиге исходного сигнала на один отсчет влево нет необходимости находить вновь все значения проекции $S_N^{(1)}(k,\theta)$ на базисную функцию:

$$S_N^{(1)}(k,\theta) = x(1)W_N^0 + x(2)W_N^k + ... + x(N)W_N^{k(N-1)}.$$

Отсчеты $\overline{2, N-2}$ $S_N^{(1)}(k,\theta)$ могут быть получены из предыдущего значения $S_N^{(0)}(k,\theta)$. Для определения $S_N^{(1)}(k,\theta)$ необходимо лишь вычислить два значения проекции сигнала на базисную функцию. Первый член суммы $\left[-x(0)W_N^{-(k+\theta)}\right]$ вычесть, а второй член суммы $\left[x(N)\exp(-j2\pi\theta)W_N^{-(k+\theta)}\right]$ сложить с $S_N^{(0)}(k,\theta)W^{-(k+\theta)}$.

В табл. 1, для N = 8, θ = 1/2, указанные выше члены выделены квадратами, а почленные произведения, содержащиеся в $S_N^{(1)}(k,\theta)$ и в $S_N^{(0)}(k,\theta)$, приведены до операции суммирования.

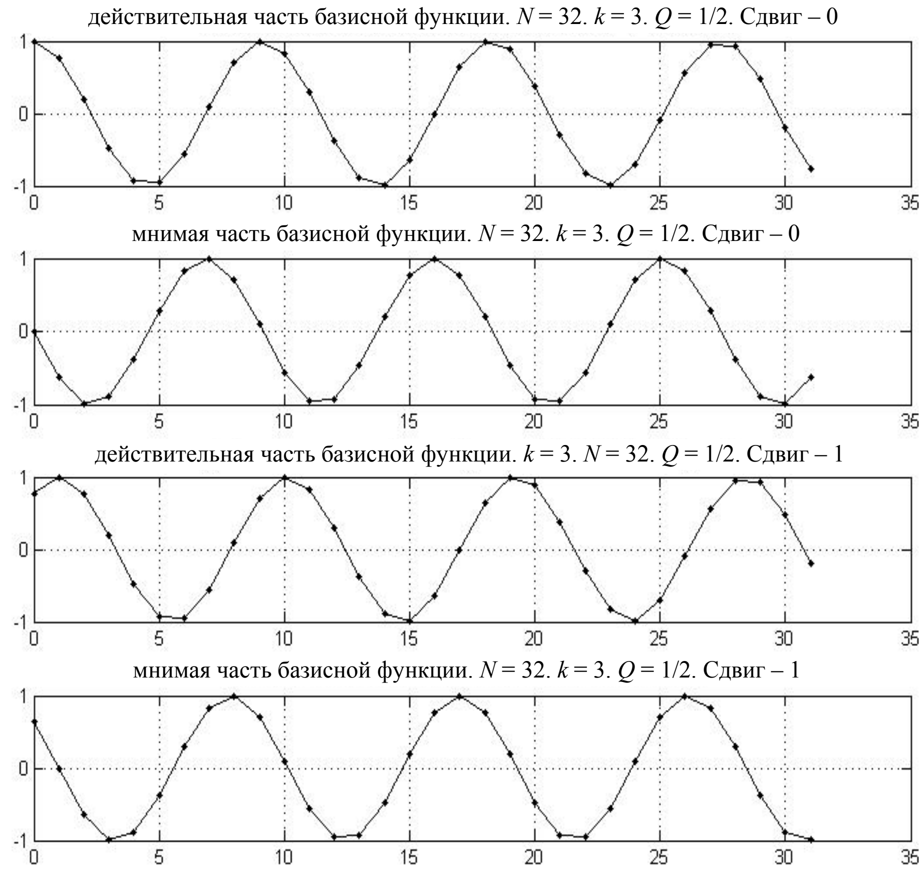


Рис. 8. Сдвиг базисной функции ДПФ-П

Таблица 1. **Проекция сигнала на базисную функцию**

n	n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x(n)$		2.0211	0.5018	–1.9983	0.2723	0.3368	0.1378	–1.6106	–1.0075
$x(n+1)$		0.5018	–1.9983	0.2723	0.3368	0.1378	–1.6106	–1.0075	–0.5144
$S_N^{(0)}(k,1/2)$	Re	2.0211	–0.4636	–1.4130	–0.1042	–0.0000	0.0527	1.1389	–0.9308
	Jm	0	–0.1920	–1.4130	–0.2515	0.3368	–0.1273	–1.1389	0.3856
$S_N^{(1)}(k,1/2)$	Re	0.5018	1.8462	0.1925	–0.1289	–0.0000	–0.6163	0.7124	–0.4752
	Jm	0	0.7647	0.1925	–0.3112	0.1378	1.4880	–0.7124	0.1968
$S_N^{(0)}(k,1/2)\times$	Re	–1.8673	0.5018	1.8462	0.1925	–0.1289	–0.0000	–0.6163	0.7124
$\times W_N^{-(k+1/2)}$	Jm	0.7735	–0.0000	0.7647	0.1925	–0.3112	0.1378	1.4880	–0.7124

Оценим вычислительные затраты при реализации СДПФ-П. Учитывая, что одно комплексное умножение состоит из двух действительных сложений и четырех действительных умножений, а одно комплексное сложение требует двух действительных сложений, и, принимая во внимание число операций, необходимых при выполнении ДПФ, алгоритма Герцеля и стандартного СДПФ [2, 3], сравним предлагаемый метод с существующими методами (табл. 2).

Важным преимуществом предлагаемого однобинового СДПФ-П перед стандартным однобиновым СДПФ является то, что данный алгоритм, как и алгоритм Герцеля, позволяет задавать любую резонансную частоту фильтра (переменная (k+θ) может быть любой в диапазоне от 0 до $(N-1)$), но, в отличие от алгоритма Герцеля, требует существенно меньших вычислительных затрат (рис. 9).

Таблица 2. **Сравнение числа операций при вычислении бина ДПФ различными алгоритмами**

Метод	Число операций необходимых для выхода на установившийся режим $S_N^{(N-1)}(k,\theta)$		Вычисление следующего значения $S_N^{(N)}(k,\theta)$	
	Действительные умножения	Действительные сложения	Действительные умножения	Действительные сложения
ДПФ	$4N$	$4N$	$4N$	$4N$
Алгоритм Герцеля	$N+2$	$2N+1$	$N+2$	$2N+1$
Скользящее ДПФ-П $\theta = 0{,}1/2$	$4N$	$4N$	4	4
Скользящее ДПФ-П $\theta \neq 0{,}1/2$	$4N$	$4N$	6	5

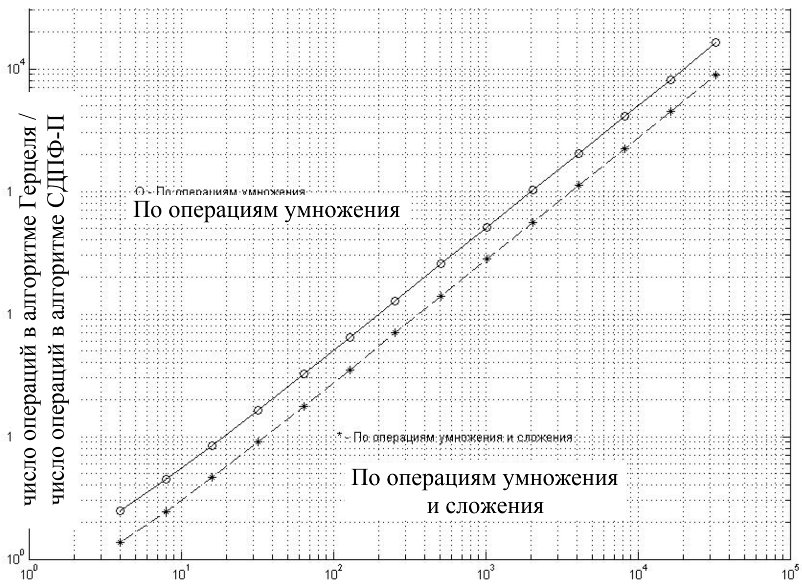


Рис. 9. Экономия вычислений в алгоритме СДПФ-П по отношению к алгоритму Герцеля. Длина действительной последовательности $N = 2^r$; $r = 2,3,...,15$

Заключение

Предлагаемое скользящее однобиновое параметрическое дискретное преобразование Фурье имеет следующие преимущества:

- N может быть произвольным положительным числом, а не только целой степенью двух;
- не требуется накопления данных до начала вычислений;
- алгоритм не требует двоично-инверсной перестановки данных;
- после получения установившегося значения количество операций не зависит от N (табл. 2);
- при тех же преимуществах, что и алгоритм Герцеля, предлагаемый алгоритм однобинового СДПФ-П требует существенно меньших вычислений.

Также предложено обобщение структуры гребенчатых фильтров, существенно расширяющее спектр их эффективного приложения, в частности, при разработке обобщенных фильтров на основе частотной выборки (ФОЧВ).

Библиографические ссылки

1. Применение цифровой обработки сигналов / под ред. Э. Оппенгейма ; пер. с англ. под ред. А. М. Рязанова. – М. : Мир. 1980. – 552 с.

2. *Рабинер Л., Гоулд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М. : Мир, 1978. – 848 с.

3. *Лайонс Р.* Цифровая обработка сигналов / пер. с англ. – 2-е изд. – М. : Бином-Пресс, 2011. – 654 с.

4. *Пономарева О. В.* Развитие теории спектрального анализа дискретных сигналов на конечных интервалах в базисе параметрических дискретных экспоненциальных функций // Цифровая обработка сигналов. – 2010. – № 2. – С. 7–11.

* * *

O. V. Ponomareva, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
N. V. Ponomareva, Head of software testing department, JSC "Computer", Izhevsk

Modifying the filter based on frequency sampling for digital processing of stochastic processes with hidden periodicity

The paper considers the modification of the filter based on the frequency sampling as the algorithm of a sliding one-bin parametric DFT (SDFT-P)), which allows computing recursively the value of the k-th bin of the N-point parametric DFT (DFT-P) from a sliding window of N samples from a set of frequencies, the number of which is varied by the parameter.

Keywords: filter based on the frequency sampling, discrete random process, range, parametric discrete Fourier transformation, hidden periodicity

Получено: 13.11.12