The paper cosiders expressibility problem of finite group Medvedev automaton M relative to superposition of systems $\mathbf{\Phi} \cup R$, where $\mathbf{\Phi}$ consists of all Boolean functions and delay, R is the arbitrary finite system of automata. The author showed previously, that there is the testing algorithm $M \in [\mathbf{\Phi} \cup R]$ for group Medvedev automaton M with the solvable group. The present paper is devoted to solution of expressibility problem relative to system $\mathbf{\Phi} \cup R$ of arbitrary group automata.

Keywords: finite automaton, expressibility, algorithm, group

Получено: 10.05.12

УДК 531.8+692.522.3

С. И. Сачкова, аспирант; А. Э. Пушкарев, доктор технических наук, профессор Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ КАРКАСНЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ДВУХ ИСТОЧНИКОВ ВИБРАЦИИ

Рассмотрено влияние двух источников вибрации на новые строительные конструкции из термоструктурных панелей. Выявлено, что собственные частоты панелей близки к частотам бытовых машин, насосов и вентиляторов, а динамические прогибы панелей могут превысить допустимые значения.

Ключевые слова: колебания, строительные конструкции, термоструктурные панели

В последнее время нередки случаи разрушения зданий, сооружений и их конструктивных элементов из-за воздействия внешних и внутренних техногенных факторов, в большинстве случаев связанных с вибрацией. Шум и вибрации сопровождают человека не только на производстве, но и в быту, что приводит к негативным последствиям, начиная от утомления и снижения работоспособности и кончая разрушениями и человеческими жертвами. Чем больше источников вибрации, тем интенсивнее их негативное воздействие. Наряду с возникновением технических новшеств, появляются инновации и в области строительных материалов и конструкций, здания из которых в будущем будут эксплуатироваться в условиях предельной автоматизации быта, т. е. совместного действия многих приборов, что часто не принимается во внимание при проектировании новых зданий. Одна из все более широко применяемых современных строительных конструкций – это конструкции из термоструктурных панелей, состоящих из несущих металлических профилей, монолитно связанных с внутренним заполнением из теплоизоляционного материала.

Для изучения динамического воздействия вибрации на конструкции из термоструктурных панелей необходимо определить их собственную частоту и коэффициент затухания колебаний.

[©] Сачкова С. И., Пушкарев А. Э., 2012

Собственные частоты поперечных колебаний конструкции металлического каркаса панели определяются как для однопролетной балки постоянного сечения с равномерно распределенной массой. Жесткость балки находится с учетом геометрии приведенного сечения, полученного путем соединения гнутых стальных профилей каркасов двух соседних панелей в одно сечение (рис. 1, *a*).



Рис. 1. Приведенное сечение балки (a) и зависимость собственной частоты k поперечных колебаний балки от ее длины l (δ): 1 – жесткое закрепление; 2 – свободное закрепление; 3 – угловая скорость роторов оборудования с неуравновешенными частями

Расчеты показали, что первая собственная частота балки при ее жестком закреплении равна 300 с⁻¹ при длине пролета 3 м; 180 с⁻¹ при длине пролета 4 м; 100 с⁻¹ при длине пролета 5 м. Эти частоты близки к частотам бытовых машин и оборудования систем водо- и теплоснабжения и вентиляции (насосов, вентиляторов), имеющих вращающиеся части с неуравновешенной массой (см. рис. 1, δ).

Коэффициент затухания колебаний *n* в материале теплоизоляционного заполнителя определяется путем использования данных акустических испытаний, содержащихся в технических характеристиках материалов [1], полученных по методике [2]. При этом принимается допущение, что время реверберации кратно периоду коле-

баний: $n = \frac{L \ln 10}{10T_2}$. Здесь L – уровень звукового давления [3], T_2 – стандартное вре-

мя реверберации, определяемое на основе экспериментальных значений реверберационного коэффициента звукопоглощения образца [2]:

$$\alpha_{S} = b \left[0,78 \left(\frac{0,163V}{ST_{2}} - \frac{4mV}{S} \right) - \left(\frac{0,163V}{ST_{1}} - \frac{4mV}{S} \right) \right] + \frac{0,163V}{ST_{1}} - \frac{4mV}{S} ,$$

где V – объем реверберационной камеры; $b = S / S_0$ – отношение площади внутренних поверхностей камеры S к площади поверхности образца S_0 ; T_1 – среднее время реверберации пустой камеры; m – коэффициент звукопоглощения в воздухе. Зная время T_1 , определяются время T_2 и коэффициент затухания колебаний n.

Наиболее опасный динамический случай – одновременное воздействие нескольких источников колебаний. На рис. 2, *а* приведена расчетная схема размещения в здании на одной балке двух источников вибрации – роторов с неуравновешенными массами. В данном случае рассматривается система тел с тремя степенями свободы. Обобщенными координатами являются: φ_1 и φ_2 – углы поворота роторов; *x* – отклонение балки от положения равновесия.



Рис. 2. Колебания термоструктурной панели: *а* – расчетная схема; *б* – скорости и перемещения для первой формы колебаний; *1*, *2* – неуравновешенные массы; *3* – балка; *4*, *5* – роторы машин

Для составления математической модели используются уравнения Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial \phi_1} = Q_{\phi_1} \ ; \ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_2}\right) - \frac{\partial T}{\partial \phi_2} = Q_{\phi_2} \ ; \ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x \ ,$$

где T – кинетическая энергия системы; ϕ_1 , ϕ_2 , x – обобщенные скорости; Q – обобщенные силы. В обобщенных силах учтены моменты двигателей M_1 , M_2 , силы тяжести, силы упругости и демпфирования балки: $m_i g$, F_{ynp} и $F_{genn} = -\mu \dot{x}$

(µ – коэффициент сопротивления).

$$\begin{split} T &= T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5; \quad T_1 = \frac{m_1 [(\phi_1 R_1)^2 + (v_1 \dot{x})^2 + 2\phi_1 R_1 v_1 \dot{x} \cos \phi_1]}{2}; \\ T_2 &= \frac{m_2 [(\dot{\phi}_2 R_2)^2 + (v_2 \dot{x})^2 + 2\dot{\phi}_2 R_2 v_2 \dot{x} \cos \phi_2]}{2}; \quad T_4 = \frac{m_4 (v_1 \dot{x})^2}{2} + \frac{I_4 \dot{\phi}^2}{2}; \\ T_5 &= \frac{m_5 (v_2 \dot{x})^2}{2} + \frac{I_5 \dot{\phi}_2^2}{2}, \end{split}$$

где R_1 , R_2 – расстояние от центров роторов до неуравновешенных масс; $v_1 = \dot{x}_1 / \dot{x}$ и $v_2 = \dot{x}_2 / \dot{x}$ – коэффициенты, учитывающие положения роторов на балке и зависящие от формы колебаний балки; m_1 , m_2 – массы неуравновешенных грузов; m_4 , m_5 , I_4 , I_5 – массы и моменты инерции роторов, которые принимаются за однородные круглые цилиндры: $I_4 = m_4 R_1^2 / 2$; $I_5 = m_5 R_2^2 / 2$.

Перемещения и скорости определяются для первой формы колебаний балки (рис. 2, δ), тогда кинетическая энергия балки $T_3 = \frac{\kappa m_3 \dot{x}^2}{2}$, где к – постоянное число; m_3 – масса балки.

В результате получаем дифференциальные уравнения движения:

$$\ddot{\phi}_{1}R_{1}^{2}(m_{1}+0,5m_{4}) + \ddot{x}R_{1}\nu_{1}m_{1}\cos\phi_{1} = M_{1} - m_{1}g\cos\phi_{1}R_{1};$$

$$\ddot{\phi}_{2}R_{2}^{2}(m_{2}+0,5m_{5}) + \ddot{x}R_{2}\nu_{2}m_{2}\cos\phi_{2} = M_{2} - m_{2}g\cos\phi_{2}R_{2};$$

$$\ddot{x}[\nu_{1}^{2}(m_{1}+m_{4}) + \nu_{2}^{2}(m_{2}+m_{5}) + \kappa m_{3}] + \ddot{\phi}_{1}R_{1}\nu_{1}m_{1}\cos\phi_{1} - \dot{\phi}_{1}^{2}R_{1}\nu_{1}m_{1}\sin\phi_{1} + \kappa m_{3}^{2}]$$

 $x[v_{1}^{-}(m_{1}+m_{4})+v_{2}^{-}(m_{2}+m_{5})+\kappa m_{3}]+\phi_{1}R_{1}v_{1}m_{1}\cos\phi_{1}-\phi_{1}^{-}R_{1}v_{1}m_{1}\sin\phi_{1}+$ + $\ddot{\phi}_{2}R_{2}v_{2}\dot{x}m_{2}\cos\phi_{2}-\dot{\phi}_{2}^{2}R_{2}v_{2}\dot{x}m_{2}\sin\phi_{2}=v_{1}(m_{1}+m_{4})g+v_{2}(m_{2}+m_{5})g+m_{3}g-F_{ypp}-F_{gemn}$. Для аналитического решения данной системы примем допущение, что угловые скорости роторов ω_1 и ω_2 постоянны, $\ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}_2 = 0$.

Принимая за начало отсчета положение статического равновесия балки под нагрузкой (рис. 2), получаем уравнение вынужденных колебаний балки:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2 x = B\sin\phi_1 + D\sin\phi_2,$$

где $B = \dot{\phi}_1^2 R_1 \nu_1 m_1 / m_{np}$; $D = \dot{\phi}_2^2 R_2 \nu_2 \dot{x} m_2 / m_{np}$; $m_{np} = \nu_1^2 (m_1 + m_4) + \nu_2^2 (m_2 + m_5) + \kappa m_3$ – приведенная масса.

Решение этого уравнения состоит из суммы общего и частного решений, где общее решение зависит от соотношения n и k (затухающий или апериодический процесс) [4], а частное решение определяет вынужденные колебания балки под действием двух источников вибрации.

Результаты расчетов для следующих данных: $m_1 = 3 \text{ кг}$; $m_2 = 4 \text{ кг}$; $m_3 = 0,17 \text{ кг}$; $m_4 = 70 \text{ кг}$; $m_5 = 90 \text{ кг}$; $R_1 = 0,3 \text{ м}$; $R_2 = 0,4 \text{ м}$; погонная нагрузка балки $q_0 = 551 \text{ H/м}$; l = 3 м; $l_1 = l_2 = 1 \text{ м}$; $v_1 = v_2 = 0,556$; $\kappa = 0,533$; $\dot{\phi}_1 = \omega_1 = 104,7 \text{ рад/с}$; $k = 9,19 \text{ c}^{-1}$ и различных соотношений ω_1 , ω_2 , n и k приведены на рис. 3 и 4.



Рис. 3. Колебания термоструктурной панели при воздействии двух источников вибрации: $a - n = 0, 1k, \omega_1/\omega_2 = 1; \delta - n = 0, 1k, \omega_1/\omega_2 = 2; s - n = 1, 1k, \omega_1/\omega_2 = 1; c - n = 1, 1k, \omega_1/\omega_2 = 2; l - смещение$ центра балки; 2 – затухающая составляющая колебаний балки; 3, 4 – относительные смещения неуравновешенных грузов первого и второго источников вибрации соответственно



Рис. 4. Смещение центра балки при n = 0.5k(a); $n = k(\delta)$ и разных соотношениях угловых скоростей источников вибрации: $1 - \omega_1/\omega_2 = 1$; $2 - \omega_1/\omega_2 = 1$, $2; 3 - \omega_1/\omega_2 = 2$

Из рис. 3, 4 видно, что при коэффициенте затухания n = 0,1k максимальное смещение центра трехметровой балки составляют более 1/15 ее длины, в остальных случаях эта величина находится в промежутке от 1/30 до 1/15. Рассчитанные динамические прогибы балки превышают допустимые величины, указанные в п. 10.1 [5].

Таким образом, проведенное математическое моделирование и его результаты говорят о необходимости более тщательного изучения поведения новых строительных конструкций при динамических нагрузках и разработки специальных мер виброзащиты при проектировании малоэтажных зданий и сооружений, основой конструкций которых являются термоструктурные панели.

Библиографические ссылки

1. Сайт Rockwool Russia. Звукоизоляция. Материалы для звукоизоляции строительных конструкций зданий, жилых помещений. – URL: http://guide.rockwool.ru/products/ soundproofing.aspx (дата обращения: 25.04.2012).

2. ГОСТ Р 53376–2009. Материалы звукопоглощающие. Метод измерения звукопоглощения в реверберационной камере. – URL: http://vsegost.com/Catalog/48/48619.shtml (дата обращения: 25.04.2012).

3. *Блази В*. Справочник проектировщика. Строительная физика. – М. : Техносфера, 2005. – 536 с.

4. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. – М. : Высш. шк., 1980. – 408 с.

5. СНиП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия. – URL: http://www.srogen.ru/upload/files/doc/SP20.pdf (дата обращения: 25.04.2012).

**

S. I. Sachkova, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

A. E. Pushkarev, DSc in Engineering, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Mathematical model of frame building design vibrations at influence of two vibration sources

Influence of two vibration sources on new building designs made of thermasteel panels is considered. It is revealed, that natural frequencies of panels are close to frequencies of household machines, pumps and fans, and dynamic deflections of panels can exceed admissible values.

Keywords: vibrations, building designs, thermasteel panels

Получено: 26.04.12