

Рис. 3. Фрагмент второго варианта предлагаемой конструкции подшипникового узла

УДК 621.833.3.001

М. С. Третьякова, аспирант
Ижевский государственный технический университет

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ КОНТАКТНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В СПИРОИДНЫХ ПЕРЕДАЧАХ

В работе обосновывается необходимость учета повышенной деформативности шероховатых контактных поверхностей при расчете распределения нагрузки между зубьями спироидной передачи. Предлагается развитие существующей методики оценки НДС с учетом местных упругопластических деформаций контактных поверхностей. Приводятся численные примеры, демонстрирующие работоспособность предложенной методики.

Введение

Деформации контактных поверхностей оказывают решающее влияние на распределение нагрузки между зубьями в многопарной спироидной передаче и, как следствие, на прочность последней. В основном контактные задачи упругости и пластичности решены для случаев, когда деформируемые тела имеют правильную геометрическую форму, причем контактирующие поверхности предполагаются абсолютно гладкими. К настоящему времени разработаны методика и программное обеспечение для оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) упруго-нагруженной спироидной передачи. Однако принятое допущение оказывается слишком грубым и не позволяет адекватно оценить нагруженность контактирующих элементов. В самом деле, если высота микронеровностей достигает нескольких или нескольких десятков микрометров, то стоит ожидать, что дополнительное упругое перемещение из-за их наличия будет иметь этот же порядок и, как следствие, в существенной степени повлияет на размеры контактных площадок и распределение нагрузки по ним.

В настоящей работе производится оценка необходимости учета повышенной деформативности шероховатых контактных поверхностей в спироидной передаче при расчете распределения нагрузки между зубьями.

Основы примененной модели деформации контактных поверхностей

Контактирующие поверхности (зуба колеса и витка червяка) отличаются чистой обработкой: качество шлифованной поверхности витка червяка значительно выше, нежели поверхности зуба колеса, подвергающейся обычно окончательному зубофрезерованию. Поэтому можно рассматривать этот случай как контакт шероховатой поверхности зуба колеса и гладкой поверхности витка червяка. При контакте подобного рода вначале соприкасаются наиболее высокие выступы поверхности, а затем, по мере сближения поверхностей, в контакт вступает все большее число менее высоких выступов. Именно это явление, а не расплющивание отдельных более высоких выступов, в наибольшей степени определяет увеличение площади действительного контакта [1].

Форма микронеровностей, возникающих на поверхности в результате механической обработки или при трении, весьма разнообразна и зависит как от характера воздействия на поверхность, так и от физико-механических свойств материала. Тем не менее, изменение поверхности под воздействием нагрузки может быть достаточно предсказуемым. Наиболее полные данные имеются для металлических поверхностей, подвергнутых механической обработке. Как показывают профилограммы реальных поверхностей, форма микронеровностей разнообразна и далека от геометрически правильной [1].

Однако для того, чтобы рассчитывать деформацию микровыступа, его необходимо представить в виде геометрически правильного тела, так как только для таких тел в настоящее время решены задачи упругости и пластичности. Достаточно подробный анализ разработанных моделей микровыступов дан в [1]. Несмотря на большое разнообразие вариантов (плоский клин, цилиндрический штамп, сферический или конический выступ), не все они достаточно хорошо отражают действительную ситуацию. Выбор модели должен быть основан не на внешнем сходстве геометрии реальных и моделируемых выступов, а на сходстве в поведении реального микровыступа и его модели в процессе деформирования, т. е. модель выступов должна обеспечивать наилучшее совпадение результатов расчета с экспериментом.

Наиболее типичным случаем является контакт, при котором имеет место одновременно как упругая, так и пластическая деформация выступов. Упругие свойства контакта проявляются, во-первых, в упругой осадке пластически деформируемых выступов и, во-вторых, в том, что часть выступов поверхности, для которых нагрузка не превышает критическую, будет деформироваться упруго. Наиболее хорошо свойства реальных поверхностей отражает сферическая модель микронеровностей. Упругая составляющая сближения будет получена в результате упругой осадки выступов. При этом вершина выступа будет деформироваться пластически, и нагрузка распределяется по площади пластического смятия. Под влиянием этой нагрузки выступ вследствие упругой деформации основы опускается вниз. Таким образом, сближение будет складываться из упругой и пластической составляющих, т. е. [1]:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{yi} + \varepsilon_{pi}, \quad (1)$$

где ε_{yi} – упругая часть сближения выступа; ε_{pi} – пластическая часть.

Рассматривая упругую деформацию выступа как внедрение жесткого штампа в упругое полупространство, можем записать следующее выражение для упругой составляющей относительного сближения:

$$\varepsilon_{yi} = \frac{\sqrt{\pi}(1 - \mu^2) H_{\max} \cdot N_i}{2E \cdot \Delta \bar{A}_{c1}}, \quad (2)$$

где μ – коэффициент Пуассона; N_i – нагрузка, воспринимаемая единичным выступом; E – модуль упругости (модуль Юнга); H_{\max} – максимальная высота микронеровностей; $\Delta \bar{A}_{c1}$ – площадь, по которой распределены силы, действующие на упруго деформируемое полупространство – площадь единичного выступа.

Сближение единичного выступа за счет пластической деформации равно

$$\varepsilon_{ni} = \frac{N_i}{2\pi r H_{\max} C \sigma_s}, \quad (3)$$

где r – радиус закругления вершин; C – коэффициент, зависящий от чистоты поверхности сопрягаемых деталей; σ_s – предел текучести.

Важной геометрической характеристикой микронеровностей является радиус закругления вершин выступов. Расчетный радиус определяется как

$$r = \sqrt{\bar{r}_{\text{поп}} \cdot \bar{r}_{\text{прод}}}, \quad (4)$$

где $\bar{r}_{\text{поп}}$ и $\bar{r}_{\text{прод}}$ – средние значения радиусов, определенные на основании поперечных и продольных профилограмм [1].

По экспериментальным данным коэффициент C может варьироваться в пределах от 1 до 4,7 (для реальной микрогеометрии профиля этот диапазон несколько уже – от 2,7 до 3,1). При пластическом контакте значение этого коэффициента приближается к 3. Для процесса внедрения и сплющивания его значения практически одинаковы. Коэффициент может быть найден следующим образом:

$$C = 1 + \gamma + K, \quad (5)$$

где γ – угол наклона микронеровностей; K – коэффициент асимметрии профиля.

С помощью угла наклона боковых сторон неровностей к геометрической поверхности γ можно охарактеризовать форму отдельных микронеровностей. Для поперечной шероховатости при различной обработке средние значения углов были получены Б. М. Левиным [1].

Коэффициент асимметрии профиля K может быть найден через среднее арифметическое абсолютных значений отклонения профиля (y_i) от средней линии в пределах длины оценки и высоту наибольшего выступа профиля (R_q) [4]:

$$K = \frac{1}{R_q^3} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i)^3. \quad (6)$$

Особенности применения модели деформирования микронеровностей при расчете нагруженности спиройдной передачи

Как показано в [2, 3], нагруженную многопарную спиройдную передачу можно рассматривать как многократно статически неопределимую упругую систему с односторонними связями. Эффективным приемом раскрытия статической неопределимости является дискретизация упругой системы, т. е. представление контактных поверхностей в виде ячеек, в узлах M_i которых справедливо:

$$\forall M_i \in D \quad F_i \geq 0 \text{ и } S_i = 0; \quad (7)$$

$$\sum_D T_{2i}(F_i) = T_2; \quad (8)$$

$$\forall M_i \notin D \quad F_i = 0 \text{ и } S_i > 0, \quad (9)$$

где D – область контакта; F_i – усилие, действующее в i -й ячейке; S_i – зазор между ячейками поверхностей; T_2 – нагрузочный момент.

Условие (7) является, по сути, условием совместности перемещений контактирующих ячеек поверхностей.

Зазор между ячейками поверхностей S_i оценивается по следующей зависимости:

$$S_i = S_{0i} - \Delta_{\varphi 2} - w_i, \quad (10)$$

где S_{0i} – начальный зазор между ячейками поверхностей; $\Delta_{\varphi 2}$ – перемещение узла в результате сближения звеньев при нагружении передачи; w_i – упругое перемещение в каждой ячейке складывается из перемещений, обусловленных приложением нагрузки во всех ячейках области контакта:

$$w_i = \sum_D F_j v_{ij}, \quad (11)$$

где F_j – единичная нагрузка, приложенная в ячейке j ; v_{ij} – функция влияния, определяющая перемещения в i -й ячейке при приложении единичной нагрузки в ячейке j .

Предполагается, что шаг микронеровностей меньше размера ячейки, т. е. в каждой ячейке умещается несколько микровыступов. Для оценки влияния высоты микронеровностей на перемещения от контактных деформаций в (11) дополнительно нужно учесть упругие и необратимые пластические перемещения деформируемых микровыступов. Эти перемещения, согласно (2) и (3), зависят от нагрузки на единичный выступ, которая, в свою очередь, пропорциональна напряжению, действующему в рассматриваемой ячейке.

Необходимо учесть, что в ходе зацепления уровень пластического деформирования ячеек контактных поверхностей изменяется, поскольку площадки контакта и, соответственно, пики нагруженности для ячеек поверхностей перемещаются по зубьям. Поэтому предварительно выполняется расчет указанных пиков нагрузок, действующих в каждой из ячеек, и соответствующих пластических деформаций. Далее выполняется выглаживание (аппроксимация) распределения пластических деформаций и уже с этим восстановленным распределением последних расчет нагруженности повторяется.

Предложенные дополнения к расчету нагруженности были реализованы в программном пакете «SPDIAL+», разработанном в Институте механики ИжГТУ для автоматизации расчета спироидных передач.

Результаты численного исследования

В качестве объекта численного исследования была выбрана реально существующая спироидная передача (рис. 2) редуктора РЗА-С-1600 (рис. 1) – представителя размерного ряда четвертьоборотных спироидных редукторов трубопроводной арматуры. Передача характеризовалась следующими параметрами:

- межосевое расстояние $a_w = 60$ мм;
- внешний диаметр колеса $d_{e2} = 200$ мм;

- передаточное число $u = 46$;
- наружный диаметр червяка $d_{a1} = 42$ мм;
- осевой модуль витков червяка $m_x = 2,75$ мм;
- углы правого и левого профилей витка червяка в нормальном сечении $\alpha_r^{(n)} = 10$ и $\alpha_L^{(n)} = 30^\circ$.

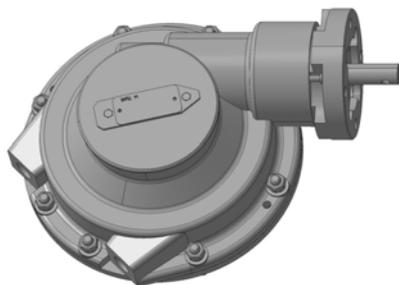


Рис. 1. Внешний вид редуктора
РЗА-С-1600

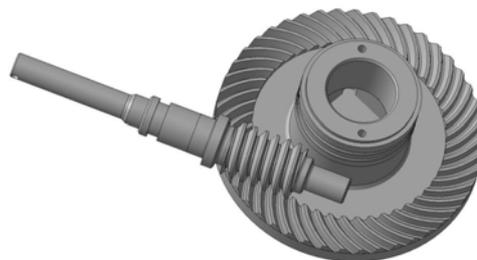


Рис. 2. Спироидная передача
редуктора РЗА-С-1600

В ходе проверки были проведены расчеты как с учетом повышенной податливости контактной поверхности вследствие шероховатости $R_a 3,2$, так и без учета, а также для различных нагрузочных моментов на спироидном колесе $T_2 = 1\ 600$ Нм; 2 000 Нм; 2 500 Нм и 3 200 Нм.

Размеры площадок контакта

Анализ площадок контакта подтверждает предположение о том, что наличие микровыступов оказывает влияние на размеры площадок контакта. Расчеты показали, что количество ячеек, находящихся в контакте, увеличивается как на левой (вогнутой), так и на правой (выпуклой) контактных поверхностях зубьев. В табл. 1 приведены результаты расчетов для различных номинальных нагрузочных моментов.

Таким образом, показано, что учет податливости шероховатой поверхности дает примерно 4 %-ное увеличение расчетных площадок контакта.

Максимальные значения контактного давления, приложенного в ячейках

Анализ максимальных значений контактного давления на различных этапах расчета (табл. 2) указывает на то, что вне зависимости от величины номинальных нагрузочных моментов и того, какая рабочая поверхность вступает в работу, контактное давление постепенно перераспределяется и в целом нагруженность зубьев понижается вследствие увеличения площадки контакта. Это позволяет сделать вывод о том, что наличие шероховатости контактных поверхностей способствует более равномерному распределению нагрузки в зацеплении.

Таким образом, показано, что учет податливости шероховатой поверхности дает примерно 17%-ное уменьшение величин контактного давления.

Таблица 1. Сравнение размеров площадок при различных номинальных нагрузочных моментах

$M_{2ном}$, Нм	Учет податливости микровыступов	Количество ячеек в контакте при нагружении по			
		левой поверхности	уменьшение величин, в %	правой поверхности	уменьшение величин, в %
1 600	нет	659	3,6	455	5,5

	есть	683		480	
2 000	нет	725	4	497	5,0
	есть	754		522	
2 500	нет	796	3,5	544	4,2
	есть	824		567	
3 200	нет	890	3,1	608	3,6
	есть	918		630	

Таблица 2. Сравнение максимальных значений контактного давления

$M_{2\text{лот}}$, Нм	Учет податливости микро- выступов	Максимальное значение контактного давления при нагружении по, МПа			
		левой поверхности	уменьшение величин, в %	правой поверхности	уменьшение величин, в %
Площадка контакта 0					
1 600	нет	588	4,2	0	–
	есть	563		0	
2 000	нет	645	6,3	0	–
	есть	604		0	
2 500	нет	693	6,4	0	–
	есть	648		0	
3 200	нет	744	24,3	0	–
	есть	563		0	
Площадка контакта 1					
1 600	нет	1 310	6,7	1 589	8,9
	есть	1 221		1 448	
2 000	нет	1 555	8,9	1 892	8,0
	есть	1 417		1 740	
2 500	нет	1 875	9,3	2 220	7,1
	есть	1 701		2 062	
3 200	нет	2 276	46,3	2 646	45,3
	есть	1 221		1 448	
Площадка контакта 2					
1 600	нет	1 385	5,9	1 745	9,0
	есть	1 302		1 588	
2 000	нет	1 678	8,4	2 085	8,1
	есть	1 537		1 916	
2 500	нет	2 047	8,9	2 465	7,2
	есть	1 865		2 287	
3 200	нет	2 520	48,3	2 954	46,3
	есть	1 302		1 588	
Площадка контакта 3					
1 600	нет	1 608	6,9	1 834	9,2
	есть	1 498		1 664	
2 000	нет	1 941	8,8	2 148	8,2
	есть	1 771		1 971	

Окончание табл. 2

$M_{2\text{лот}}$, Нм	Учет податливости микро- выступов	Максимальное значение контактного давления при нагружении по, МПа			
		левой поверхности	уменьшение величин, в %	правой поверхности	уменьшение величин, в %
2 500	нет	2 317	9,2	25 340	7,4
	есть	2 105		2 353	

3 200	нет	2 800	46,5	3 057	45,5
	есть	1 498		1 664	
Площадка контакта 4					
1 600	нет	1 489	6,9	1 880	10,1
	есть	1 387		1 690	
2 000	нет	1 801	8,8	2 142	8,4
	есть	1 643		1 962	
2 500	нет	2 143	9,2	2 537	7,5
	есть	1 946		2 347	
3 200	нет	2 574	46,1	3 055	44,7
	есть	1 387		1 690	
Площадка контакта 5					
1 600	нет	0	–	1 700	9,9
	есть	0		1 532	
2 000	нет	0	–	2 005	1,8
	есть	0		1 968	
2 500	нет	0	–	2 378	7,9
	есть	0		2 188	
3 200	нет	0	–	2 860	46,4
	есть	0		1 532	

Заключение

В работе выполнен анализ известных подходов к оценке влияния микронеровностей на податливость контактных поверхностей в отношении применимости их для расчета нагруженности многопарной спироидной передачи. Выделены особенности реализации модели податливости микронеровностей в алгоритме расчета нагруженной спироидной передачи. Впервые получены данные о влиянии микронеровностей на расчетные значения наибольших нагрузок, действующих в зацеплении, и размеры площадок контакта.

Список литературы

1. Демкин, Н. Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей / Н. Б. Демкин. – М. : Наука, 1970. – 227 с.
2. Трубачев, Е. С. Основы анализа зацепления реальных спироидных передач / Е. С. Трубачев // Вестн. машиностроения. – 2004. – № 10.
3. Трубачев, Е. С. Алгоритм оценки статической нагруженности спироидных передач / Е. С. Трубачев, А. С. Кузнецов // Информационная математика. – 2003. – № 1. – С. 196–208.
4. <http://ndtpribor.ru>.