3. Аварии и катастрофы. Предупреждение и ликвидация последствий : учеб. пособие. Кн. 5 / В. А. Котляревский, А. М. Аверченко, В. И. Заболотских [и др.] ; под ред. В. А. Котляревского и А. В.Забегаева – М.: Изд-во АСВ, 2001. – 416 с.

4. Аварии и катастрофы. Предупреждение и ликвидация последствий : учеб. пособие. Кн. 6 / В. А. Котляревский, В. А. Алексеев, Т. Г. Габричидзе [и др.]. – М. : Изд-во АСВ, 2003. – 406 с.

5. Нестационарные взаимодействия ударных и детонационных волн в газах. – М. : Наука, 1986. – 206 с.

6. *Вахрушев, В. И.* Микропроцессорные регистрирующие устройства ударных процессов с обработкой сигналов в реальном масштабе времени / В. И. Вахрушев, В. И. Заболотских ; Физико-технический институт УрО РАН. – Ижевск, 1999. – 29 с. – Деп. в ВИНИТИ 12.01.99. – № 16-В99.

7. Защита объектов народного хозяйства от оружия массового поражения : справочник / под ред. Г. П. Демиденко. – Киев : Выща шк., 1987. – 256 с.

8. Механическое действие ядерного взрыва. – М. : Физматлит, 2002. – 384 с.

9. *Цивелёв, М.* Размер зон разрушений при детонационных взрывах газо- и паровоздушных смесей углеводородных веществ // Гражданская защита. – 1995. – № 11. – С. 57–60.

10. *Уемов, А. И.* Логические основы метода моделирования. – М. : Мысль, 1971. – 311 с.

11. *Заболотских, В. И.* Методы представления и описания экспериментальной информации в ИИС автоматизации динамических ударных исследований // Вестн. ИжГТУ. – 2005. – № 3. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2005. – С. 27–33.

УДК 519.854.2

*А. М. Андреев*, кандидат технических наук, доцент;
*И. М. Штуца*, аспирант
Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

# ПОДХОД К МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

*Рассматривается подход к решению многокритериальных задач оптимизации на основе генетического алгоритма и принципа справедливого компромисса. Приводится результат решения бикритериальной задачи, множество допустимых значений которой совпадает с множеством Парето. Результат подтверждает возможность реализации принципа справедливого компромисса на основе ГА.*

## Введение

Традиционный подход к оптимизации заключается в поиске оптимума скалярной целевой функции, отражающей качество того или иного решения [1].

При решении многих научно-технических задач требуется оптимизировать решение сразу по нескольким критериям; например, при проектировании конструкций требуется достичь максимальной прочности одновременно с минимальным расходом материалов, при проектировании вычислительных устройств – максимальной производительности при минимальной стоимости производства и т. п. Часто критерии являются полярными по отношению друг к другу; ситуацию усложняет то, что каждый из критериев имеет свою размерность – производительность можно измерить в количестве типовых операций (например, сложения) в секунду, стоимость – денежных единицах.

**Линейная свертка однокритериальных функций**

Традиционный подход к многокритериальной оптимизации заключается в синтезе общей целевой функции $F$, представляющей собой линейную свертку частных по каждому из критериев функций $\overline{F_i}$, $i = \overline{1,n}$, умноженных на весовые коэффициенты $a_i$ [1; 2]:

$$F = \sum_{i=1}^{n} a_i \overline{F}_i; \quad \forall i : \overline{F}_i \geq 0. \tag{1}$$

Подход имеет недостатки, связанные со сложностью правильного выбора весовых коэффициентов.

**Оптимальность по Парето**

Пусть имеется $n$ критериев; тогда, если ставится задача максимизации по каждому из критериев, элемент $x$ соотносится с элементом $y$ [6; 7]:

- лучше, если $\forall i = \overline{1,n}\ \ \exists k = \overline{1,n}:\ x_i \geq y_i,\ x_k > y_k$;
- не лучше, если $\exists k = \overline{1,n}:\ x_k < y_k$;
- хуже, если $\forall i = \overline{1,n}\ \ \exists k = \overline{1,n}:\ x_i \leq y_i,\ x_k < y_k$;
- не хуже, если $\exists k = \overline{1,n}:\ x_k > y_k$.

Элемент $x^* \in X$ называется оптимальным по Парето, если не существует такого $x \in X$, который будет лучше $x^* \in X$. Множество Парето содержит подмножество всех элементов, каждый из которых является не хуже и не лучше всех остальных (рис. 1). Возможные решения, не вошедшие в множество Парето, можно исключить из дальнейшего рассмотрения без потери качества, т. к. они заведомо хуже хотя бы одного решения из множества Парето. Тем не менее, по результатам поиска найденное множество решений Парето может либо иметь значительное число элементов, либо не иметь их вовсе. Это заставляет использовать дополнительные критерии сравнения.

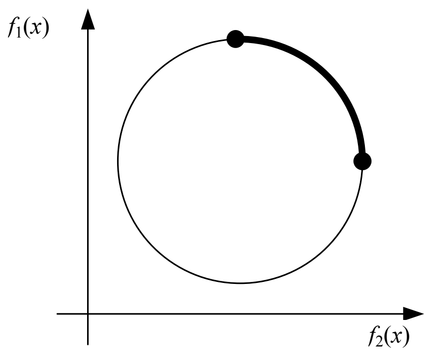


*Рис. 1.* Множество Парето для бикритериальной задачи на окружности (поиск максимума $f_1(x), f_2(x)$)

Рассмотрим следующую задачу. Пусть $x \in [0;1]$, $F(x) = \{x;\ 1-x\}$. Требуется максимизировать значение $F(x)$ по каждому из двух критериев:

$$
\begin{aligned}
&f_1(x) = x; \\
&f_2(x) = 1 - x; \\
&x \in [0;1].
\end{aligned}
\tag{2}
$$

В данном случае множество Парето составляет множество всех допустимых решений задачи, т. к. любое решение оказывается не лучше и не хуже остальных (рис. 2).

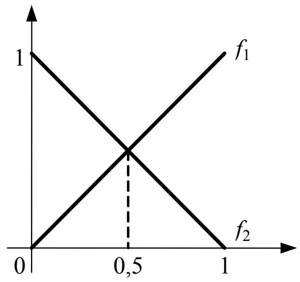


*Рис. 2.* Множество Парето, совпадающее с областью определения задачи

Несложно убедиться, что подход с применением линейной свертки к решению данной задачи $F^*(x) = a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x)$ дает оптимальные значения $x$ = 0 при $a_1 < a_2$, либо $x$ = 1 при $a_1 > a_2$. Выбор при $a_1 = a_2$ не дает решений вовсе. Человек, оказавшись в такой ситуации, предпочтет вариант, удовлетворяющий обоим критериям в равной степени, т. е. $x$ = 0,5.

**Принцип справедливого компромисса**

Пусть в области компромиссов даны два решения $x_1$ и $x_2$, качество которых оценивается критериями $F_1(x)$ и $F_2(x)$. Решение $x_1$ превосходит решение $x_2$ по критерию $F_1$, но уступает ему по критерию $F_2$. Для сравнения этих решений введем меру относительного снижения качества решения по каждому из критериев – цену уступки [6]:

$$
\alpha_1 = \frac{F_1(x_1) - F_2(x_2)}{\max\limits_{x_1,\, x_2} F_2(x)}; \quad \alpha_2 = \frac{F_2(x_1) - F_2(x_2)}{\max\limits_{x_1,\, x_2} F_2(x)}. \tag{3}
$$

Если относительное снижение критерия $F_1$ больше, чем критерия $F_2$, то следует отдать предпочтение решению $x_1$. Можно убедиться, что итерационный алгоритм к решению поставленной задачи дает $x$ = 0,5.

**Генетический алгоритм многокритериальной оптимизации**

В случае использования линейной свертки для синтеза целевой функции проблема выбора значений весовых коэффициентов стоит очень остро, т. к. от их значений зависит результат оптимизации целевой функции. Предположим, что значения одной функции $\overline{F_k}$ не изменяются на всем интервале допустимых значений целевой функции $F$. Следствием такого поведения функции становится безразличный выбор значения весового коэффициента $a_k$; критерий $\overline{F_k}$ можно исключить из рассмотрения. Ситуацию можно распространить на случай, когда подобных $\overline{F_k}$ функций окажется несколько.

Но, как поступить, если значение функции $\overline{F_k}$ изменяется незначительно на всем интервале допустимых значений целевой функции $F$? Что считать незначительным изменением значения $\overline{F_k}$? Часто такой выбор остается на совести исследователя. В этом случае интересно обратиться к теории нечеткой логики, а также к теории чувствительности. Все пространство поиска можно разделить на ряд областей, внутри каждой из которых один или несколько критериев изменяются незначительно. Точки деления являются особыми точками, т. к. эти точки отражают наиболее бескомпромиссные решения. Таких точек может оказаться несколько, и традиционные алгоритмы численной оптимизации не могут их выделить, т. к. используют различные итерационные алгоритмы, которые прекращают свою работу в случае обнаружения локального оптимума.

Таких недостатков лишен генетический алгоритм оптимизации [3–5], который одновременно исследует целевую функцию сразу в нескольких точках (количество точек исследования называется размером популяции). Еще одним преимуществом генетического алгоритма является отсутствие ограничений дифференцируемости и/или гладкости (дважды дифференцируемости) целевой функции.

Классический генетический алгоритм использует скалярную целевую функцию (фитнес-функцию) для определения вероятности решения (особи) участвовать в дальнейшем рассмотрении (эволюции). В случае многокритериальной оптимизации предлагается использовать следующую эвристику: решение (особь) продолжает участвовать в дальнейшем рассмотрении (эволюции), только если решение было выбрано с заданными вероятностями по каждому из критериев (что более всего соответствует принципу справедливого компромисса). Тогда для каждого варианта решения (особи) $j$ можно получить вероятность выбора по критерию $i$ в случае его максимизации (либо минимизации) в популяции размером $N$ (классический пропорциональный отбор [2]):

$$p_i^j = \frac{\overline{F}_i^j}{\sum_{j=1}^{N} \overline{F}_i^j} \quad \text{либо} \quad p_i^j = \frac{\max\limits^{j}(\overline{F}_i^j) + \min\limits^{j}(\overline{F}_i^j) - \overline{F}_i^j}{\sum_{j=1}^{N} \overline{F}_i^j}, \tag{4}$$

Вероятность отбора особи по всем критериям одновременно равна произведению вероятностей отбора по каждому из критериев (вероятность одновременного наступления независимых событий):

$$p^j = \prod_{i=1}^{n} p_i^j. \tag{5}$$

Преимуществом такого подхода является отсутствие необходимости задания весовых коэффициентов, отражающих важность критериев, составляющих многокритериальную целевую функцию – на каждом шаге алгоритма (поколении эволюции) вероятность отбора решения по каждому критерию является нормированной среди всех одновременно рассматриваемых вариантов (популяции).

Пусть рассматривается популяция из $N$ особей (вариантов решений) и задана целевая функция $F:\mathbb{R}^l \to \mathbb{R}^n$. Тогда для популяции $\{x_1, x_2, ..., x_N\}$ будет последовательно вычислена векторная целевая функция, по формуле (4) – определены вероятности отбора по каждому из критерию в зависимости от направления оптимизации по каждому критерию и по формуле (5) (мультипликативная свертка) – вероятность решения (особи) быть выбранной для операторов участия в скрещивании и мутации генетического алгоритма:

$$\begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_N \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} F(x_1) \\ F(x_2) \\ \cdots \\ F(x_N) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f_{11} \; f_{21} \cdots f_{1n} \\ f_{21} \; f_{22} \cdots f_{2n} \\ \cdots \\ f_{N1} \, f_{N2} \cdots f_{Nn} \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} p_{11} \; p_{21} \cdots p_{1n} \\ p_{21} \; p_{22} \cdots p_{2n} \\ \cdots \\ p_{N1} \, p_{N2} \cdots p_{Nn} \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} \prod\limits_{i=1}^{n} p_{1i} \\ \prod\limits_{i=1}^{n} p_{2i} \\ \prod\limits_{i=1}^{n} p_{Ni} \end{vmatrix}.$$

На рис. 3 представлено решение задачи с помощью предложенного алгоритма (для наглядности добавлено еще одно измерение $x_2$, оптимизация по которому не производилась).

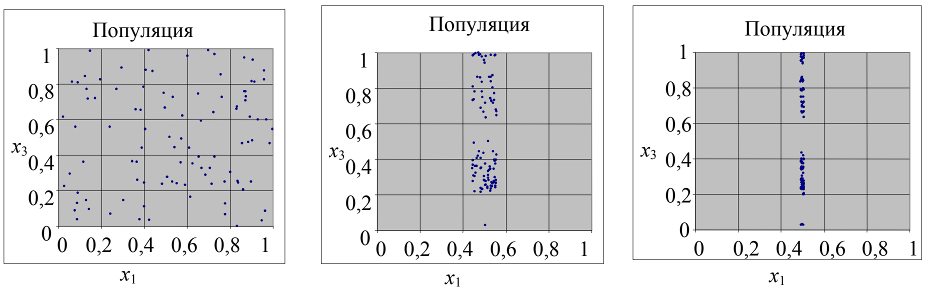


*Рис. 3*. Популяция генетического алгоритма на шаге $t$ = [0;100;200]

**Заключение**

Очевидно, что в рамках одной статьи невозможно максимально полно изложить существующие методики многокритериальной оптимизации. Помимо указанных выше критериев Парето и справедливого компромисса, в специальной литературе также рассматриваются критерии Нэша, Гурвица, гарантированного результата и др. Тем не менее, целью статьи являлось предложение об эвристике на основе генетического алгоритма, позволяющей проводить многокритериальную оптимизацию, и демонстрация примера, решенного с использованием предложенной эвристики. По результатам исследования можно сказать, что предложенная эвристика соответствует критерию справедливого компромисса.

**Список литературы**

1. *Васильев, Ф. П.* Методы оптимизации. – М. : Факториал-Пресс, 2002. – 824 с.

2. *Жиглявский, А. А.* Методы поиска глобального экстремума / А. А. Жиглявский, А. Г. Жилинскас. – М. : Наука, 1991. – 248 с.

3. *Штуца, И. М.* Подход к оптимизации (генетические алгоритмы) // Информатика и системы управления в XXI веке : тр. молодых ученых, аспирантов и студентов. – 2003. – № 1. – М., 2003. – С. 369–375.

4. *Holland, J. H.* Adaptation in natural and artificial systems. – Ann Arbor : University of Michigan Pres, 1975. – 211 p.

5. *Goldberg, D. E.* Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. – Reading(MA) : Addison-Wesley, 1989. – 372 p.

6. http://www.uran.donetsk.ua/~masters/2004/kita/shorobura/diss/index.htm

7. http://whiteline.front.ru/art_pareto.htm

УДК 621.311:658.26

*С. В. Вологдин*, кандидат технических наук, доцент;
*Е. Ю. Ленкевич*, аспирант
Ижевский государственный технический университет

# СОЗДАНИЕ ЕДИНОЙ ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УЧЕТА ТЭР В ОРГАНИЗАЦИЯХ БЮДЖЕТНОЙ СФЕРЫ УР

*Рассматриваются вопросы по созданию и эксплуатации трехуровневой информационно-аналитической системы «Учет и анализ расхода ТЭР в организациях бюджетной сферы УР» (далее ИАС). Разработанная ИАС позволяет осуществлять ввод, хранение, обработку, анализ и транспортировку информации о потреблении воды, электроэнергии, тепловой энергии и топлива (газ, уголь, дрова, мазут, дизельное топливо, нефть, торф) за различные периоды времени.*

Анализ работ по сбору и обработке информации по потреблению ТЭР бюджетными организациями Удмуртской Республики (а их в республике более тысячи) показывает, что ручной труд по обработке информации неэффективен из-за большого объема информации. В настоящее время созрела острая необходимость внедрения специализированной информационной системы для решения широкого круга задач по учету ТЭР.

Цели выполнения работ:

- создание трехуровневой иерархической ИАС (уровень организации, уровень министерства (районной администрации), республиканский уровень) для осуществления сбора, хранения информации о расходе и лимитировании ТЭР, составления энергетических паспортов зданий и организаций;
- создание автоматизированной подсистемы мониторинга, анализа эффективности использования ТЭР и воды в организациях, финансируемых республиканским и местными бюджетами;
- создание автоматизированной подсистемы определения лимитов потребления ТЭР.

Разработчиком информационно-аналитической системы учета ТЭР в организациях бюджетной сферы являются сотрудники ИжГТУ (С. В. Вологдин, Е. Ю. Ленкевич, А. В. Амиров). Заказчиком и вдохновителем единой информационно-аналитической системы учета ТЭР в организациях бюджетной сферы является автономная некоммерческая организация «Агентство по энергосбережению