

Подводя итог, отметим, что использование предложенных методов эффективнее применения метода штрафных функций, в том числе с самоадаптацией. Использование разделения задачи условной оптимизации на две подзадачи – поиск допустимых решений и выбор оптимальных из них – сокращает время расчетов и, что наиболее важно для реализации задач оптимизации, они позволяют однозначно найти оптимальное значение заданной функции и исключить возможность нахождения недопустимого решения. Акцент на допустимые решения позволяет уменьшить область поиска. Данные методы более универсальны и обеспечивают эффективную сходимость.

Список литературы

1. Исаев, С. А. Решение задач нелинейного программирования с использованием схем самоадаптации при построении штрафных функций // Исследовано в России : электрон. науч. журн. <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2005/126.pdf>.
2. Тенев, В. А. Применение генетических алгоритмов с вещественным кроссовером для минимизации функций большой размерности // Интеллектуальные системы в производстве. – 2006. – № 1. – С. 93–107.

УДК 621.88:621.78

Р. Ф. Гаффанов, аспирант;

А. В. Щенятский, доктор технических наук, профессор
Ижевский государственный технический университет

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМИЧЕСКОЙ СБОРКИ СОЕДИНЕНИЙ С НАТЯГОМ

Рассматриваются проблемы расчета технологических параметров термических соединений, а также основы решения конструкторских и технологических задач термических соединений. Предлагается вариационный подход к решению многосвязной задачи механики деформированного твердого тела и теплообмена.

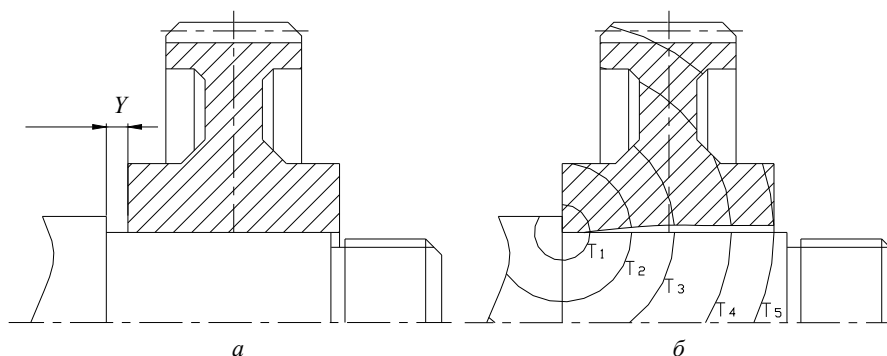
Соединения с натягом получили широкое применение благодаря возможности передавать большие по величине и различные по характеру и направлению нагрузки. Расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) деталей и нагрузочной способности соединений (НСС), собираемых различными методами, ведется с помощью аналитических и численных методов [1]. Влияние методов сборки учитывается коэффициентом трения.

Следует отметить, что при сборке продольно-прессовым методом (ППМ) в зоне контакта происходит срез, смятие микронеровностей, возникают задиры на контактных поверхностях, вследствие чего происходит уменьшение величины натяга. Сборка соединений термическим методом (ТМ) осуществляется сопряжением деталей, между которыми существует монтажный зазор, исчезающий при выравнивании температур составных частей. Анализ результатов исследования [1–3] показал, что изменение НДС, нагрузочной способности в широких пределах (20 %) обусловлено режимами варьирования температур деталей и способами нагрева. Значительное расхождение величин НДС и НСС, полученных с помощью расчетов

и экспериментально, доказывает, что влияние процессов, протекающих в зоне контакта во время формирования термических соединений (ТС), показанных на рисунке, изучено недостаточно.

Нагрузочная способность (НС), НДС и уровни параметров процессов сборки-разборки термических соединений определялись [1; 2]:

- при натяге, который был постоянным или задавался геометрией посадочных поверхностей;
- для натяга и контактной податливости стыка, не зависящих от способа и схемы создания монтажного зазора, сборки и формирования соединения;
- без учета процессов в зоне контакта и теплообмена во время формирования соединения.



Формирование термического соединения:

a – с погрешностью базирования; *б* – с термоуправляемым воздействием

Существующая теория термических соединений с натягом не учитывает условия деформирования во время технологических процессов подготовки, сборки и формирования соединений. Отсутствие научно обоснованного управляемого воздействия внешней среды на процессы, протекающие в зоне контакта, приводит к образованию зазора Y , снижению НС и перераспределению НДС.

Изменяющиеся условия контактного взаимодействия, неравномерное распределение температуры в деталях соединений, их сложные и многообразные формы требуют применения вариационных методов расчета [4–6].

Для повышения технологичности, прочности, нагрузочной способности ТС необходимо дальнейшее развитие теории на основе современных представлений механики твердого тела, теплопроводности, теплообмена, контактного взаимодействия с учетом управляющего воздействия внешней среды на этапах подготовки сборки и формирования соединения.

Анализ большого числа форм, размеров, материалов деталей соединения, способов обеспечения монтажного зазора, управляемого воздействия внешней среды и требований, предъявляемых к точности позиционирования, показал, что теория термического соединения должна основываться на современных представлениях:

- вариационного метода;
- механики деформированного твердого тела;
- теории потенциала (теплообмена);
- многосвязного термического контакта.

Вариационный подход основан на представлении реальной детали в виде элементов. Неизвестные и непрерывно распределенные температуры, напряжения, деформации, перемещения на границе и внутри тела выражаются через значения этих величин в узлах элементов.

В соответствии с теорией МКЭ перемещение любой точки внутри конечного элемента определяется соотношением [4]

$$\{x\} = [N]\{\delta\}^e = [N_i, N_j, N_m, \dots]\{\delta_i, \delta_j, \delta_m, \dots\}^T, \quad (1)$$

где компоненты $[N]$ являются функцией положения; $\{\delta\}^e$ представляет перемещение узловых точек рассматриваемого элемента. Число узлов элемента зависит от его формы и типа.

Для рассматриваемого случая осесимметричного НДС вектор перемещений узла i содержит осевые и радиальные составляющие:

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} x_{ri} \\ x_{zi} \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

Деформация определяется по известным перемещениям узлов элемента, обусловленным действием технологических нагрузок и контактного давления в соединении [4]:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta\}^{(e)}, \quad (3)$$

где

$$x_{i,j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right); \quad (4)$$

$[B]$ – матрица положения, получаемая дифференцированием $[N^e]$ по осям r, z .

Интенсивность деформации, необходимая для уточнения физико-механических свойств методом малых упругопластических деформаций, определяется [7].

В механике сплошной среды напряжения и деформации связаны соотношением [5]

$$\{\sigma\} = \{\sigma_z, \sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{rz}\}^T = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\}, \quad (5)$$

где $[D]$ – матрица упругости, содержащая характеристики материала; $\{\varepsilon\}$ и $\{\varepsilon_0\}$ – полученная и начальная деформации соответственно; $\{\sigma\}$ и $\{\sigma_0\}$ – достигнутые и начальные напряжения соответственно.

Решение термической контактной задачи связано с определением деформаций, возникающих вследствие температурного расширения или сжатия:

$$\{\varepsilon\} = [T]^T \{\varepsilon_0\}, \quad (6)$$

где

$$\{\varepsilon_0\} = \{\alpha T^{(e)}, \alpha T^{(e)}, 0\}^T, \quad (7)$$

α – коэффициент теплового расширения (сжатия); $[T]$ – матрица значения температур в узлах.

Моделирование термических процессов нагрева и охлаждения детали при сборке в математической постановке сводится к системам дифференциальных

уравнений в частных производных, определенных для деталей соединения со сложной геометрией, изменяющимся параметрам упругости и распределению температуры [3; 4]. Метод конечных элементов сводит исходную дифференциальную задачу к системе алгебраических уравнений.

При этом уравнение, которое описывает неравномерное распределение теплового поля в детали соединения, имеет вид [6]

$$\frac{d}{dx}\left(K_{xx}\frac{d\varphi}{dx}\right)+\frac{d}{dy}\left(K_{yy}\frac{d\varphi}{dy}\right)+\frac{d}{dz}\left(K_{zz}\frac{d\varphi}{dz}\right)+Q=0, \quad (8)$$

где φ – полевая функция, определяющая температуру тела (при условии, что главные направления анизотропии материала совпадают с осями координат); Q – внутренний источник тепла.

На границе детали термического соединения должно выполняться условие [6]:

$$K_{xx}\frac{d\varphi}{dx}l_x+K_{yy}\frac{d\varphi}{dy}l_y+K_{zz}\frac{d\varphi}{dz}l_z+q+h(T-T_\infty)=0, \quad (9)$$

где K_{xx}, K_{yy}, K_{zz} – коэффициенты теплопроводности; l_x, l_y, l_z – направляющие косинусы вектора к нормали к граничной поверхности; q – тепловой поток на части поверхности, кВт/м²; T_∞ – температура окружающей среды; $h(T-T_\infty)$ – конвективный теплообмен.

Распределение температуры находится при решении уравнения (9), которое, согласно теории МКЭ, можно преобразовать в систему уравнений:

$$[K]\{T\}=\{F\}, \quad (10)$$

где

$$[K]=-\sum_e[k]^e; \\ [k]^e=-\int_{V^e}[B]^T[D_T][B]dV+\int_{S^e}h[N]^T[N]dS; \quad (11)$$

$[D_T]$ – матрица коэффициентов теплопроводности; $\{F\}$ – вектор нагрузки (вектор теплопроводности), в правой части уравнения равный:

$$\{F\}=-\sum_e\{f^e\}; \quad (12)$$

$$\{f^e\}=-\int_{V^e}Q[N^e]^TdV+\int_{S_1^e}q[N^e]^TdS-\int_{S_2^e}h_\infty[N^e]^TdS; \quad (13)$$

$[N^e]$ – функция формы элемента.

Вышеприведенные формулы содержат все данные, необходимые для составления матриц элементов в задачах о переносе тепла.

При решении нестационарных задач теплопроводности уравнение (8) принимает вид

$$\frac{d}{dx}\left(K_{xx}\frac{d\varphi}{dx}\right)+\frac{d}{dy}\left(K_{yy}\frac{d\varphi}{dy}\right)+\frac{d}{dz}\left(K_{zz}\frac{d\varphi}{dz}\right)+Q=\lambda\frac{d\varphi}{dt}. \quad (14)$$

В этом случае распределение температуры в деталях соединения, контактные напряжения, изменяющиеся в процессе формирования соединения, определяются при решении системы уравнений вида

$$[C] \frac{dT}{dt} + [K] \{T\} = \{F\}, \quad (15)$$

где элемент матрицы $[C]$ равен:

$$[C] = - \int_V \lambda [N]^T [N] dV, \quad (16)$$

здесь λ – удельная теплопроводность.

Тепловые граничные условия, определяющие равенство температур на поверхностях контакта деталей соединения и равенство тепловых потоков к поверхности и от поверхности твердого тела, имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \theta_{CM}(N, t) &= \theta_T(N, t); \\ \lambda_{CM} \partial \theta_{CM}(N, t) / \partial n &= \lambda_T \partial \theta_T(N, t) / \partial n. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Из проведенного анализа следует, что вариационный подход к решению много-связных термических контактных задач позволяет определять нагрузочную способность, НДС, поля температур, режимы технологической подготовки, сборки и управляемого формирования термических соединений с учетом жизненного цикла изделия, его реальных форм и размеров.

Список литературы

1. Гречищев, Е. С. Соединения с натягом: расчеты, проектирование, изготовление / Е. С. Гречищев, А. А. Ильяшенко. – М. : Машиностроение, 1981. – 247 с.
2. Тарабасов, Н. Д. Расчеты напряженных посадок в машиностроении. – М., 1961. – 266 с.
3. Квитка, А. П. Напряженно-деформированное состояние тел вращения / А. П. Квитка, П. П. Ворошко. – Киев : Наук. думка, 1977. – 200 с.
4. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов. – М. : Мир, 1979. – 380 с.
5. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган. – М. : Мир, 1986. – 310 с.
6. Норри, Д. Введение в метод конечных элементов / Д. Норри, Д. де Фриз. – М. : Мир, 1981. – 300 с.
7. Абрамов, И. В. Разработка обобщенной математической модели упругой и упругопластической контактной задачи / И. В. Абрамов, А. В. Щенятский // Вестн. ИжГТУ. – 1998. – Вып. 1. – Ижевск, 1998. – С. 49–52.