

УДК 676.05; 532.5

А. А. Калинин, кандидат технических наук, доцент;
Ю. В. Турыгин, доктор технических наук, профессор
Ижевский государственный технический университет

ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ И ИСТЕЧЕНИЯ ВЫСОКОНАПОРНОЙ СВОБОДНОЙ ЖИДКОСТНОЙ СТРУИ

Рассматриваются проблемы гидромеханики исполнительных устройств струйной промывки, основанных на подаче жидкости через питающую трубу и ее свободном струйном истечении через боковые отверстия. Изложены обоснования расчетных схем, принятые методы и варианты реализации численного моделирования течения во внутренней области трубы, а также в областях формирования и начального истечения струи. Приведены результаты моделирования потока в питающей трубе и безотрывного истечения на начальном участке струи в объемной (3D) постановке. Представлены результаты приближенного моделирования потока в областях формирования и начального истечения струи в осесимметричной постановке с образованием свободной поверхности.

Струйная техника все более широко применяется в современной практике. Высоконапорные жидкостные струи используют в различного рода агрегатах, автомойках, для очистки загрязненных поверхностей изделий в строительстве, литейном производстве, гидрорежущих устройствах и, в частности, целлюлозно-бумажной промышленности (ЦБП) для промывки загрязняющихся при производстве бумаги движущихся технологических полотен [1–3].

Определяющим для данной техники является то, как сформирован струйный поток, какие он имеет гидродинамические характеристики. В одних случаях струя только удаляет с поверхности предметов посторонние частицы, а в других случаях способна разрушить, разрезать сам предмет на части. Установить особенности процесса формирования струи, определить ее важные параметры на сегодняшний день возможно в нескольких частных случаях для так называемых затопленных струйных течений [4–9]. Для категории свободных незатопленных струй аналитических решений пока не получено, и поэтому актуально изучение и исследование подобных течений, например, с использованием методов математического моделирования.

Сведения о свободных струях, приведенные в публикациях [5; 8], относятся главным образом к струям низкого напора, т. е. к таким струям, на формирование которых существенно влияет фактор гравитации. К высоконапорным струям можно было бы относить те, которые в пределах компактной части мало изменяют форму и траекторию истечения под действием сил тяжести.

Применяемые в ЦБП моющие устройства используют метод струйной промывки жидкостью, нагнетаемой под высоким давлением (до 5–10 МПа и более). Их оснащают несколькими соплами, расположенными вдоль питающей (спрысковой) трубы [1–3]. Моющая способность струй зависит, в первую очередь, от скорости потока на выходе из сопла, от поперечного размера струи, от угла расхождения (расширения) тела струи в компактной части. Определяющую роль в процессе формирования каждой из струй играют профиль, размеры и геометрия канала сопла. Некоторое влияние на форму струи и распределение скоростей в выходном сече-

нии оказывают также форма внутренней полости питающей трубы, давление жидкости в трубе, направления и скорости потоков вблизи сопла и некоторые другие менее значительные факторы.

Для снижения вероятности засорения канал сопла делают по длине соизмеримым с его диаметром, а иногда устанавливают сопло так, чтобы оно выступало относительно внутренней поверхности трубы и было доступно для очищающих устройств, размещенных внутри. Такая особенность конструктивного исполнения создает дополнительное сопротивление истечению и существенно изменяет параметры потока, особенно в переходной зоне вблизи выходного отверстия. Вместе с тем большое количество применяемых устройств промывки оснащены соплами, не выступающими внутрь трубы.

Формирование струйного движения происходит преимущественно в некоторой ограниченной области, примыкающей к выходному сечению каждого из отверстий. Эта область включает как участки течения, прилегающие к выходному отверстию, так и участки, ограниченные профилем отверстия, например, каналом насадка или сопла, а иногда и участки струи за пределами сопла. При достаточном удалении отверстий друг от друга, как это имеет место в струйных моющих устройствах, взаимовлияние каждой из струй на параметры истечения других весьма незначительно. Как показывают предварительные оценки, область заметного изменения градиента скорости ограничена радиусом 15–30 мм, очерченным около отверстия, при расстоянии между отверстиями 200 мм. Следовательно, расчетную область моделирования процесса формирования струи можно ограничить только участком трубы, непосредственно примыкающим к отверстию.

Принципиальное значение для моделирования имеет то, что при примерно одинаковых длине и диаметре канала сопла движение жидкости в нем происходит как истечение через отверстие в тонкой стенке [8]. В этом случае наблюдается так называемое сжатие струи, т. е. она (если канал не сужающийся) отрывается от стенок канала у передней кромки, постепенно уменьшается в поперечном сечении и движется внутри канала, не касаясь его стенок. Таким образом, уже на входе в отверстие происходит образование свободной незатопленной струи, и требуется моделировать течение жидкости в неограниченном пространстве (со свободной поверхностью). Течение на начальном участке струи представляет интерес для развития общих вопросов теории струйных течений и может быть выполнено как самостоятельное исследование при различных сочетаниях начальных и граничных условий. Однако для практически важного случая устройств струйной промывки имеет место существенное взаимовлияние приграничных областей внутренней и внешней части потока и поэтому необходимо, чтобы расчетная область включала подобласти внутреннего (в трубе) и свободного (начало струи) течения.

С учетом изложенного была выполнена схема расчетной области (рис. 1).

Включение в расчетную область участков свободного истечения вызывает необходимость использования методов, которые позволяли бы рассчитывать одновременно параметры течения во внутренней и внешней частях потока и, кроме того, определять расположение и изменение границ свободной поверхности.

При такой постановке задачи как наиболее приемлемый был выбран метод контрольных объемов, который разработчики именуют как Volume of fluid (VOF) [10]. В основу метода положено поочередное (на каждом временном шаге) численное решение при стационарном течении в зафиксированных границах расчетной области, например с помощью МКЭ, а затем пространственно-временная аппроксимация

изменения конфигурации области с использованием результатов решения на предыдущем этапе в качестве начальных условий для решения задачи на последующем. По компонентам векторов скорости частиц жидкости определяются перемещения элементарных объемов жидкой фазы внутри каждого элемента, изменения в расположении и степень заполнения пограничных элементов, а также смещение совокупной линии границы всего объема. Поэтому алгоритм решения помимо итераций по основным независимым переменным (давление, скорость) содержит дополнительно шаги вычислений, связанные с переходными процессами смещения и нахождения равновесного положения свободной поверхности в пространстве.

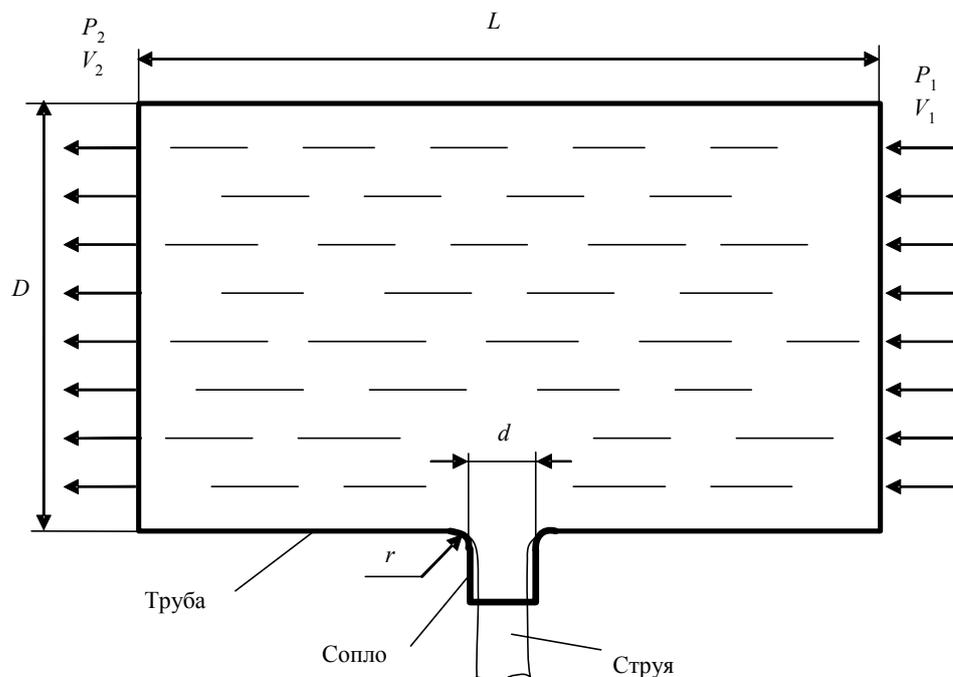


Рис. 1. Схема расчетной области формирования высоконапорной свободной струи

Численное моделирование процесса и области формирования свободной струи было выполнено с использованием пакетной реализации метода VOF в известном продукте ANSYS в составе раздела по газожидкостному анализу FLOTTRAN. Предварительно были проведены многочисленные пробные расчеты с целью оценки возможности использования метода VOF при моделировании струй при их истечении в свободное пространство. В результате численных экспериментов с вариацией в широких пределах степени дискретизации параметров итерационного процесса, методов задания исходных данных и ограничений была установлена возможность получения сходящегося решения и определены некоторые специфические особенности процесса построения модели, касающиеся, в частности, необходимости тщательного построения конечноэлементной сетки, правильного соотношения шагов итераций с размерами конечных элементов, определения приемлемых сочетаний начальных и граничных условий и др.

При построении модели геометрические параметры расчетной области выбирались исходя из геометрии реальных устройств струйной промывки и были приняты следующими: диаметр питающей трубы $D = 50$ мм, длина участка трубы, примыкающего к отверстию, $L = 80$ мм, диаметр выходного отверстия $d = 2$ мм и его длина $l = 2$ мм.

Характеристики рабочей среды и условия протекания процессов также выбирались с учетом технологий и режимов работы струйной техники, применяемых на практике. Поскольку рабочей промывочной жидкостью чаще всего является вода, то при моделировании использовались ее физические характеристики. В качестве начальных условий было принято, что жидкость подается с одной стороны трубы при равномерном распределении скоростей во входном сечении. При создании модели также предусматривалась возможность исследования течения при питании струи из транзитного (проходящего) потока. Давление на входе в трубу обеспечивалось на уровне 2 МПа путем подбора начального условия по скорости.

В целом анализ струйного истечения через боковое отверстие в трубе был разделен на два этапа. На первом этапе использовалась объемная (3D) модель участка трубы с отверстием, которая в разделе FLOTTRAN пакета ANSYS позволяет анализировать поток внутри трубы и в области истечения, но без образования внешнего участка со свободной поверхностью. Затем с помощью VOF – приложения моделировалось формирование и истечение струи со свободной поверхностью. В последнем случае анализ осуществлялся на приближенной модели, которая была построена на основе гипотезы о строении вытекающей через отверстие в стенке трубы струи, близком к осесимметричному, при условии, что диаметры отверстия и трубы по величине существенно разные.

Перечень задач при выполнении численного анализа предусматривал определение ряда параметров общего характера, а именно: распределение полей скоростей и давлений во внутренней и внешней областях потока, характеристик турбулентности, конфигурацию границ жидкой фазы на начальном участке струи. Наряду с этим использование разработанных моделей позволяет решать и такие частные вопросы, как установление влияния геометрии трубы и сопла на параметры потока, нахождение зависимостей расходных характеристик от геометрических параметров и режимов течения, выявление степени влияния транзитного (проходного) потока в трубе на области формирования и начального истечения струи и др.

Построение модели для решения задачи в объемной постановке

В качестве геометрической модели расчетной области при поперечной и продольной симметрии участка трубы с отверстием в стенке может служить фрагмент, представляющий четвертую часть рассматриваемого участка. Однако, учитывая несимметричность граничных условий на торцевых поверхностях расчетного объема, модель геометрически и по условиям течения может рассматриваться симметричной только относительно продольной плоскости. Поэтому выбранная геометрическая модель расчетной области в объемной (3D) постановке представляет собой половину рассматриваемого участка трубы с боковым отверстием, рассеченного плоскостью, проходящей через оси самой трубы и отверстия (рис. 2, а).

Построение конечноэлементной сетки было выполнено исходя из имеющихся в ANSYS штатных возможностей разбивки объемов только некоторых простейших форм на подобласти в виде гексаэдров, которые являются наиболее предпочтительными при анализе течений жидкости. При этом конфигурация сетки выстраивалась из соображений приспособленности ее к условиям течения, введения необ-

ходимой степени сгущения сеточных линий в областях со значительными градиентами основных переменных. В связи с этим имеющая сложную форму расчетная область в целом была разделена на подобласти, удовлетворяющие условиям разбивки на гексаэдральные элементы, их стыковки на границах подобластей и ориентации элементов по направлениям линий тока (рис. 2, б). Кроме того, шаг конечно-элементной сетки выбирался по условию соответствия сеточного числа Рейнольдса значению, близкому к единице.

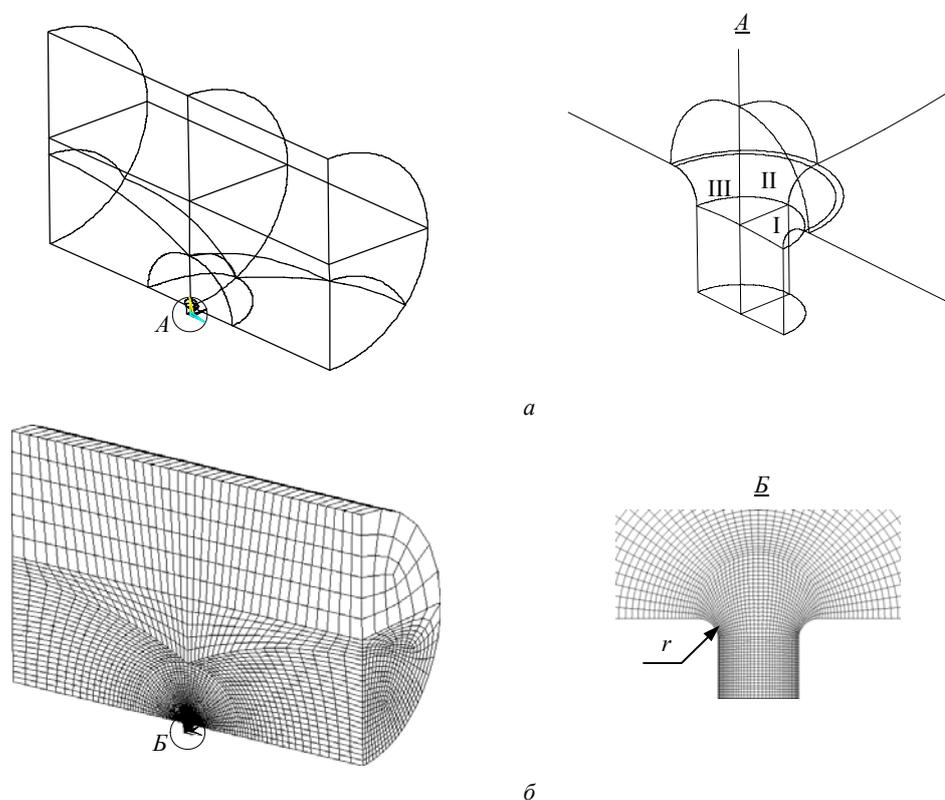
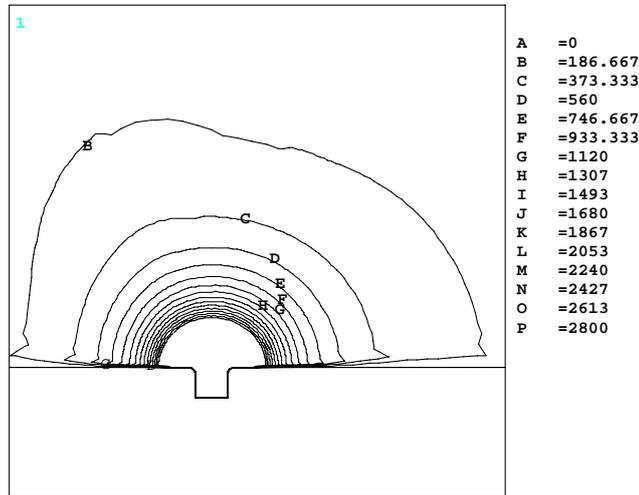


Рис. 2. Каркасная (а) и конечноэлементная (б) модели расчетной области трубы с боковым отверстием

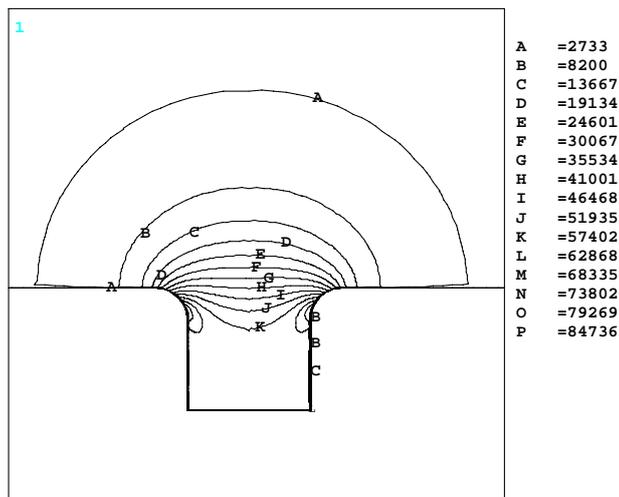
Результаты численного решения задачи в объемной постановке

А. Рассчитывались характеристики и параметры течения жидкости внутри трубы и истечения через боковое отверстие при подводе потока через одно из двух торцевых сечений (при отсутствии протока вдоль трубы). Такие условия соответствуют положению отверстия, при котором оно является последним из ряда выполненных на трубе по направлению потока вдоль ее оси и жидкость до него доходит в последнюю очередь. Стенки трубы и отверстия соединены переходной поверхностью с радиусом $r = 0,5$ мм по линии сопряжения двух цилиндров. Расчетная область была разбита на 391360 элементов. Размер элементов в месте максимального

сгущения составил около 0,005 мм. Подобранные значения скорости потока на входе в трубу для обеспечения требуемого перепада давления в 2 МПа между входом и выходом оказалось равным 0,1082 м/с. Расчет выполнялся без учета турбулентности. Для течения жидкости около стенок трубы, отверстия и переходной поверхности принималась гипотеза полного прилипания. Получены следующие данные в виде линий равного распределения скоростей (рис. 3) и давлений (рис. 4) в трубе и в области истечения через отверстие.



а



б

Рис. 3. Расчетные данные по формированию полей скоростей относительно низкого диапазона (а) и скоростей среднего и высокого уровня в области выходного отверстия (б) в 10^3 м/с

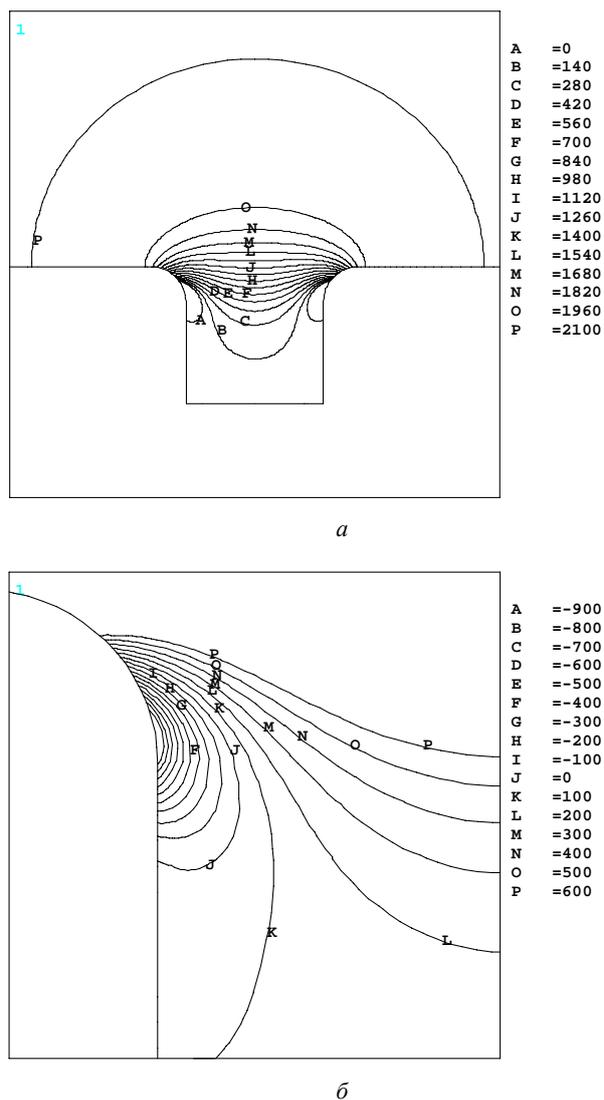


Рис. 4. Расчетные значения давлений в области выходного отверстия (а) и разряжения в месте радиусного сопряжения стенок отверстия и трубы (б) в кПа

Из данных, приведенных на рисунках, видно, что области появления значимых градиентов по скорости и по давлению, как и предполагалось, ограничиваются полусферой с радиусом приблизительно $15R$, где $R = d/2$ – половина диаметра отверстия. Причем в пределах этого участка течения скорость возрастает с 0,2 м/с до значений 30–40 м/с, а область значительных градиентов по скорости в диапазоне от 3 до 40 м/с находится в пределах полусферы с радиусом не более чем $3R$. В этих же пределах располагается область падения давления от практически соответствующего его значению на входе до 1,0–1,5 МПа. Дальнейшее ускорение потока и паде-

ние давления происходят уже собственно в канале отверстия, а именно в переходной зоне участка радиусного сопряжения трубы с отверстием и далее – в цилиндрической части отверстия. Следовательно, выбранное соотношение размеров расчетной области, а именно длины выделенного участка трубы по отношению к диаметру отверстия, составляющей $L = 40d$, позволяет в достаточной мере учесть влияние течения в полости трубы на формирование потока в области истечения. Последующие расчеты с удлиненной расчетной областью до $L = 200d$ показали, что уточнение результатов составляет от нескольких сотых до десятой доли процента.

Как было отмечено, решение задачи в объемной постановке позволяет моделировать только режим безотрывного истечения без образования свободной поверхности. Из данных, приведенных на рис. 3 и 4, видно, что в канале отверстия наблюдается характерное для такого случая сжатие струи и образование в области сжатия завихрений около стенок (застойных участков), в которых появляется разряжение и замкнутое круговое движение частиц жидкости [11]. Эта область ограничивается изолинией нулевого давления A на рис. 4, a (или та же линия J на рис. 4, b). Истечение жидкости в таком режиме наблюдается в случае, когда отверстие является достаточно протяженным. Если отверстие выполнено в тонкой стенке или длина его небольшая, то течение происходит с отрывом струи от стенок отверстия. В связи с этим для наиболее точного моделирования процессов образования и распространения струи необходимо иметь решение с учетом образования свободной поверхности. Такое решение может быть достигнуто с некоторыми допущениями при использовании осесимметричного варианта постановки задачи, т. е. на приближенной модели. Для обоснования возможности использования такого приближения были более детально изучены свойства модели и результаты имеющегося $3D$ -решения. В целом по форме расчетная область не является осесимметричной, если симметрию рассматривать относительно оси выходного отверстия или формируемой струи. Не соответствует условиям симметрии и характер подвода жидкости в расчетную область: она подается сбоку с одной стороны. Однако, благодаря значительной величине объема полости трубы по сравнению с размерами выходного отверстия, внутри трубы происходит постепенное упорядочение потока по мере его приближения к области истечения и появляется все большее соответствие его характеристик требованиям по осесимметрии. Так, линия B на рис. 3, a , соответствующая уровню скоростей $0,187$ м/с, по конфигурации существенно отличается от симметричной. Однако уже следующая линия C , соответствующая уровню скоростей $0,373$ м/с, образует контур очень близкий к симметричному. Как видно из рисунков 3, b и 4, a изолинии скоростей и давлений в пределах полусферы с радиусом $3R$ образуют контуры, которые по существу являются симметричными. И чем дальше поток продвигается в направлении выходного отверстия, тем более его параметры становятся близкими к симметричным. Это подтверждается, например, табличными данными по распределению скоростей для ряда узловых точек, расположенных на границе между переходной радиусной поверхностью и цилиндрическим каналом отверстия по линиям I, II и III (рис. 2, a). В табл. 1 в столбцах приведены данные для соответствующих по номеру, одинаковому радиальному и осевому положению узловых точек. Узлы с меньшими номерами расположены ближе к оси отверстия, а с большими – ближе к периферии.

Как видно из таблицы, отличие расчетных величин скорости в одноименных узловых точках между сечениями I и III в продольной плоскости достаточно мало и составляет в среднем $0,03$ %. Разница расчетных величин скорости между сече-

ниями I и II (или II и III), находящихся в продольной и поперечной плоскостях геометрической симметрии расчетной области, существенно больше и составляет в среднем 0,6 %.

Таблица 1. Сравнительные значения скоростей потока на входе в отверстие при отсутствии протока жидкости мимо него вдоль оси трубы

№ узла/сечения	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
I	53,22	54,15	55,12	56,51	58,21	60,19	62,64	64,94	67,27	69,39	74,66
II	53,22	54,24	55,44	57,08	58,96	61,06	63,28	65,22	67,00	68,64	62,94
III	53,22	54,16	55,14	56,54	58,24	60,20	62,65	64,96	67,28	69,40	74,62

Однако и во втором случае эта разница соизмерима с погрешностями вычислений, что позволяет обоснованно утверждать о достаточно высоком приближении к осесимметрии в строении областей формирования и начального истечения струи.

Б. Численному моделированию подвергалось течение жидкости внутри трубы и истечение через боковое отверстие при подводе потока через одно из двух торцевых сечений и при наличии протока вдоль трубы. Причем скорость протока жидкости была задана хоть и небольшой (около 2 м/с) по сравнению со скоростью истечения, но вполне с ней соизмеримой. Такая величина скорости была выбрана в предположении, что рассматриваемое отверстие является первым, например, из 20 выполненных на трубе по направлению потока. Геометрические характеристики расчетной области и основные параметры конечноэлементной модели были взяты такими же, как и в варианте расчета А. В данном расчете также не учитывалось влияние турбулентности и принималась гипотеза полного прилипания при течении около стенок. Основной задачей при выполнении расчета по варианту **Б** было установление степени влияния проходного потока внутри трубы на области формирования и начального истечения струи. Получены следующие данные в виде изолиний распределения скоростей (рис. 5) в трубе вблизи области истечения.

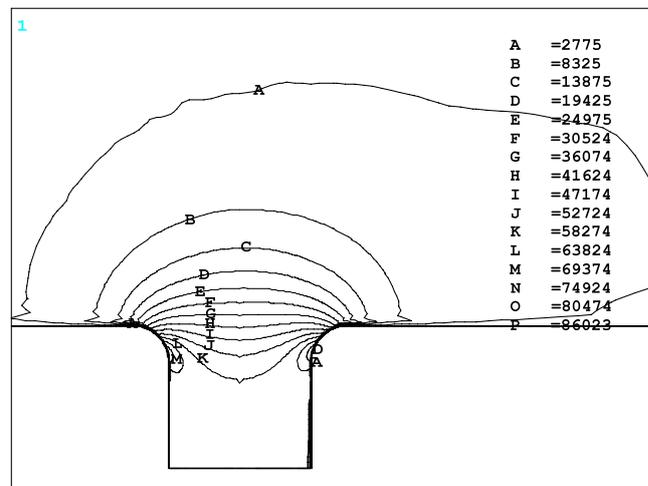


Рис. 5. Расчетные данные по распределению скоростей при наличии протока жидкости вдоль трубы в 10^3 м/с

Из данных, приведенных на рисунке, видно, что в отличие от варианта расчета **A** влияние течения внутри трубы на формирование поля скоростей в области выходного отверстия проявляется в большей мере. Несимметричность в конфигурации изолиний на рис. 3, *a* заметна на уровне сравнительно невысоких скоростей порядка 0,187 м/с, а в варианте расчета **B** она проявляется в более широком диапазоне по скорости вплоть до 2,775 м/с. Причем область, ограниченная линией *A* (2,775 м/с), на левой половине рисунка по-прежнему находится в пределах радиуса $3R$, а на правой половине – удлинилась в сторону входного сечения трубы на расстояние до $5R$. Однако следующая линия *B* (8,325 м/с) уже имеет небольшое отклонение от симметричности. Контуры линий *C*, *D*, *E* и последующих еще более приближаются к симметричным.

При дальнейшем продвижении потока в направлении выходного отверстия также, как и в варианте расчета **A**, его параметры мало отличаются по условию симметричности. Это можно видеть по распределению скоростей для тех же самых узловых точек, расположенных на границе между переходной радиусной поверхностью и цилиндрическим каналом отверстия по линиям I, II и III (рис. 2, *a*).

Таблица 2. Сравнительные значения скоростей потока на входе в отверстие при наличии протока жидкости мимо него вдоль оси трубы

№ узла/сечения	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
I	53,10	54,05	55,48	57,42	59,65	62,15	64,48	66,53	68,19	69,12	64,21
II	53,10	53,95	55,21	56,99	59,06	61,40	63,51	65,35	66,96	67,99	62,00
III	53,10	54,00	55,38	57,29	59,54	62,13	64,54	66,67	68,41	69,35	64,25

Как видно из табл. 1 и 2, отличие расчетных величин скорости в одних и тех же точках между вариантами расчетов **A** и **B** незначительно и составляет примерно 1–1,4 %. Если рассматривать изменения внутри потока между одноименными точками сечений I, II и III, то несколько увеличилась разница в значениях скоростей между сечениями I и III в продольной плоскости и достигла величины в среднем 0,15 %. Также возросла разница расчетных величин скорости между сечениями I и II (или II и III), находящихся в продольной и поперечной плоскостях геометрической симметрии расчетной области, и составила в среднем 1,5 %. В целом расчетные данные вариантов **A** и **B** подтверждают предположение о наличии некоторого влияния геометрии примыкающих к выходному отверстию граничных поверхностей и протока жидкости мимо него вдоль оси трубы на характеристики областей формирования и начального истечения струи. В ряде случаев неоднородность потока на выходе может в какой-то мере изменить структуру тела струи и даже ее траекторию. Однако если рассматривать достаточно короткий участок струи длиной до 100–200 ее диаметров, то в этом случае влияние отклонения от осесимметрии на струю в начале истечения будет весьма незначительным, поскольку в обоих вариантах расчетов отклонение соизмеримо с погрешностями вычислений. Это позволяет с достаточной степенью приближения осуществить моделирование областей формирования и начального истечения струи в осесимметричной постановке.

Моделирование области формирования и истечения струи в осесимметричной постановке без образования свободной поверхности

Первоначально для более точной оценки приемлемости приближенного варианта моделирования было получено решение для случая безотрывного истечения на

осесимметричной модели при тех же условиях, что были использованы в объемном варианте.

В пространственной интерпретации расчетная область была задана в форме ступенчатого цилиндра, у которого образующая плоскость соответствует конфигурации сечения в продольной плоскости симметрии 3D-модели (рис. 6, *a*). Построение конечноэлементной сетки областей формирования и начального истечения струи было выполнено с использованием таких же пропорций и степени дискретизации, что и в варианте объемного моделирования. Движение жидкости при истечении также рассматривалось как установившееся. Рассчитывалось истечение из полости цилиндрической формы через центральное отверстие при подводе потока через боковую цилиндрическую поверхность (при отсутствии протока мимо отверстия в каком-либо направлении). Такая схема подвода жидкости и формирования потока в полости большого цилиндра расчетной области с некоторым приближением соответствует картине течения внутри реальной трубы с боковым отверстием, которое выполнено последним в ряду по направлению потока вдоль ее оси, куда жидкость доходит в последнюю очередь. Стенки большого цилиндра и малого, имитирующего выходное отверстие, соединены переходной поверхностью с радиусом $r = 0,5$ мм. Образующее расчетную область плоское сечение было разбито на 4500 элементов. Размер элементов в месте максимального сгущения, как и в варианте 3D, составил около 0,005 мм. Подбранное значение скорости потока на входе для обеспечения требуемого перепада давления в 2 МПа между входом и выходом оказалось равным 0,0157 м/с. Численное моделирование было выполнено без учета турбулентности. Для течения жидкости около стенок трубы, отверстия и переходной поверхности принималась гипотеза полного прилипания.

Были получены результаты по картинам формирования полей скоростей и давлений, которые выявили одинаковый характер распределения этих параметров вблизи места выхода жидкости (в пределах полусферы с радиусом 3-4R), в области переходной радиусной поверхности и в полости канала отверстия.

Сравнение результатов осесимметричного и объемного вариантов моделирования в областях формирования и начального истечения показало, что они отличаются незначительно. Это подтверждается в частности аналогичным расположением линий равных скоростей в диапазоне от 4 до 70 м/с, показанных на рис. 6, *б* и 6, *в* в виде двух совмещенных фрагментов, из которых левый (*a*) изображает результат решения объемной задачи, а правый (*б*) – решение задачи в осесимметричном варианте постановки.

Аналогичные сравнительные данные были получены и для распределения давлений. Таким образом, полученное приемлемое совпадение результатов численного моделирования истечения жидкости при использовании осесимметричной модели по сравнению с более точной объемной моделью позволяет перейти к моделированию свободного истечения струи в осесимметричной постановке.

Построение модели области формирования и свободного истечения струи в осесимметричной постановке

На следующем этапе анализа с целью получения результатов при моделировании истечения струи в свободное пространство была использована аналогичная по форме приведенной на рис. 6 приближенная осесимметричная модель расчетной области. Ее каркасное изображение в виде четверти объема показано на рис. 7, *a*. Построение конечноэлементной сетки в общем было выполнено с использованием таких же пропорций и степени дискретизации, что и в предыдущих

вариантах. В отличие от 3D-варианта по более простой лучевой конфигурации была выполнена сетка элементов в полости большого цилиндра, соответствующего в данной модели основной части полости трубы, где скорости течения и градиенты сравнительно невысокие. Также несколько изменена сетка в области начального истечения (малого цилиндра), где ее сгущение было смещено к линии предполагаемой границы свободной поверхности (рис. 7, б). Поскольку контур границы очерчен кривой, то для придания соответствующей формы и расположения сгущению сетки область начального истечения была подразделена на несколько подобластей (рис. 7, а, увеличение А).

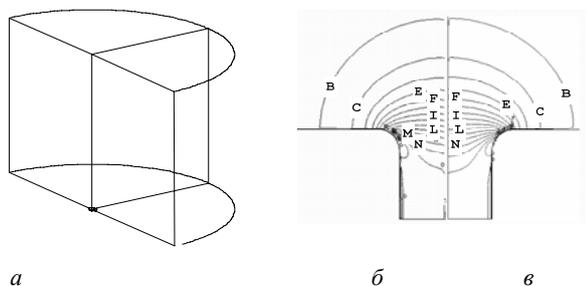


Рис. 6. Каркасное изображение модели расчетной области в осесимметричном варианте (а) и сравнительные данные по формированию полей скоростей (по совокупности изолиний одинакового уровня скорости) для объемного (б) и осесимметричного (в) вариантов моделирования

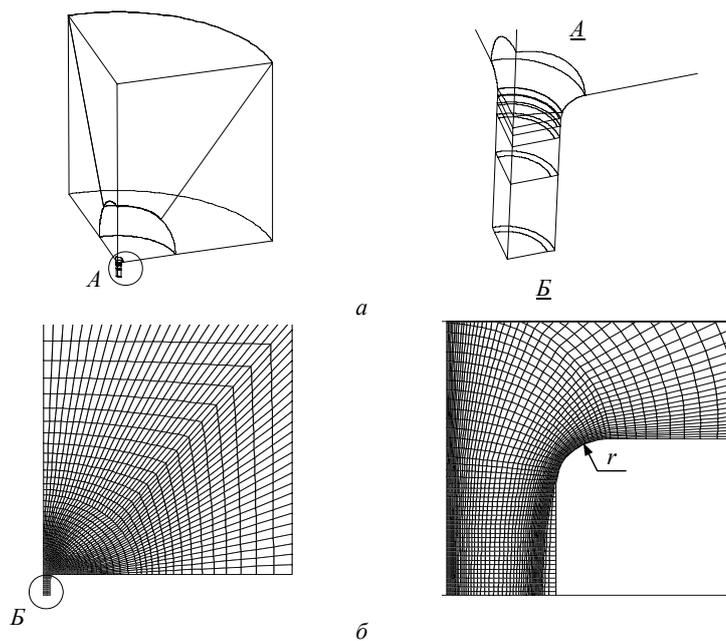


Рис. 7. Каркасная (а) и конечноэлементная (б) модели расчетной области в осесимметричном варианте

На данном этапе моделирования предполагалось, что движение жидкости при истечении в свободное пространство может также рассматриваться как установившееся. Но в отличие от первого этапа алгоритм решения был реализован с учетом возникновения свободной поверхности в динамике и возможности определения ее границы в пространстве. Такую возможность дает применение метода VOF совместно с методом МКЭ, реализованном во FLOTRANе пакета ANSYS. Достижение искомого решения напрямую имеет определенные трудности, поскольку заранее весьма сложно определить очертание границ свободной поверхности. В связи с этим можно предположить, что режиму установившегося движения жидкости при свободном истечении через отверстие во всех случаях предшествуют переходные режимы, обусловленные начальным периодом формирования струи во времени. Поэтому возможно нахождение устойчивого (равновесного) состояния потока через постепенное пошаговое приближение к нему от какого либо заранее известного и подающегося простому определению неустойчивого. Например, такое просто определяемое начальное состояние возникает при внезапном открытии выпускного отверстия в сосуде, заполненном жидкостью под давлением. Необходимость анализа неустановившегося движения жидкости переводит задачу в разряд гидродинамических. В одних случаях как результат могут быть интересны характеристики переходных процессов, а в других случаях – существование и параметры возможного равновесного состояния, к которому стремится гидравлическая система при неизменных условиях подвода жидкости. Подобное равновесное состояние в том или ином виде возникает при образовании струи со вполне определенной устойчивой конфигурацией через некоторый промежуток времени после начала подачи жидкости через сопло. Длительность временного промежутка, а следовательно, и продолжительность расчетов зависит в первую очередь от того, насколько близко к равновесному состоянию выбраны начальные условия, соответствующие некоторому неравновесному состоянию. Кроме того характеристики самого равновесного состояния зависят также от геометрии полости сосуда и выпускного отверстия, свойств жидкости, факторов внешнего воздействия на свободную поверхность струи и др.

Результаты численного решения задачи свободного истечения струи в осесимметричной постановке

Рассчитывалось поведение численной модели истечения из полости цилиндрической формы через центральное отверстие при подводе потока через боковую цилиндрическую поверхность, что приближенно имитирует формирование потока в трубе около и внутри выходного отверстия, которое выполнено последним в ряду по направлению движения жидкости. Сопряжение отверстия с основным объемом выполнено по радиусу $r = 0,5$ мм. Образующее расчетную область плоское сечение было разбито на 7120 элементов при размере элементов в месте максимального сгущения около 0,005 мм. Ряд условий по подводу жидкости и сопротивлению течению около стенок были приняты такими же, как и в предыдущих случаях.

Численное моделирование было выполнено на основе анализа гидродинамической (transient) модели без учета турбулентности. Было принято, что в начальном состоянии расчетная область частично заполнена (за исключением канала отверстия) неподвижной жидкостью не находящейся под давлением. Анализировался процесс, протекающий во времени и обусловленный подачей жидкости в основной объем (ограниченный первоначально установленными границами) расчетной области. По мере развития процесса определялись не только параметры течения жид-

кости в основном объеме, но и постепенное заполнение ею канала отверстия, происходящие в связи с этим изменения в расположении, протяженности границ свободной поверхности, размеров и конфигурации пространства, занимаемого жидкой фазой, а также параметры состояния жидкости в новых границах.

Определение устойчивого (равновесного) состояния потока было выполнено через постепенное пошаговое приближение к нему от заданного неустойчивого начального. Шаг по времени процесса моделирования был установлен 10^{-4} с. Соответствие состояния системы установившемуся течению было достигнуто на 60-м шаге, когда относительная погрешность вычислений (невязка) по основным параметрам (скорость, давление) составила 10^{-6} . Ход процесса контролировался, в том числе по изменению контуров распределения жидкости при ее течении в отверстии (рис. 8). Для равновесного состояния (установившегося течения) получены следующие данные в виде линий равного распределения скоростей (рис. 9) и давлений (рис. 10) в трубе и в области истечения через отверстие.

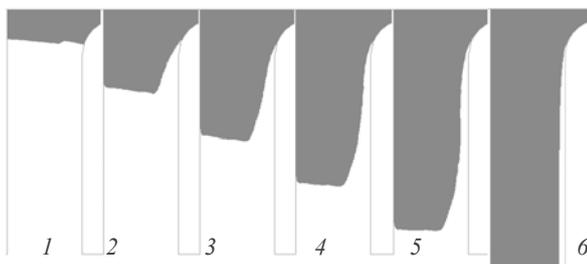


Рис. 8. Последовательные изображения процесса распространения жидкости в области истечения в моменты времени:
 $1 - 10^{-4}$ с; $2 - 2 \times 10^{-4}$ с; $3 - 3 \times 10^{-4}$ с; $4 - 4 \times 10^{-4}$ с; $5 - 5 \times 10^{-4}$ с; $6 - 6 \times 10^{-3}$ с
 (по завершению счета)

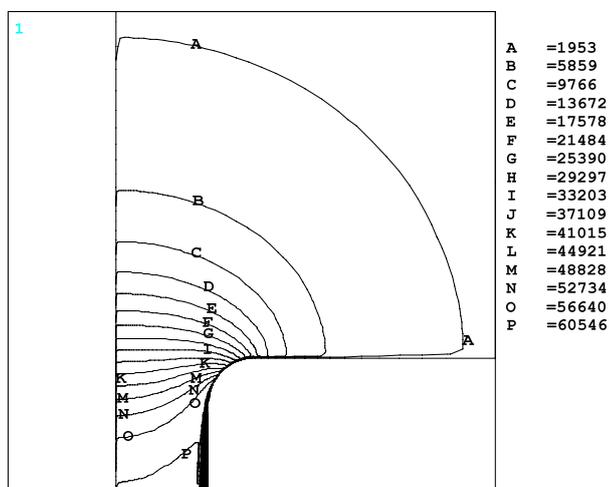


Рис. 9. Расчетные данные по формированию полей скоростей в области истечения в 10^3 м/с

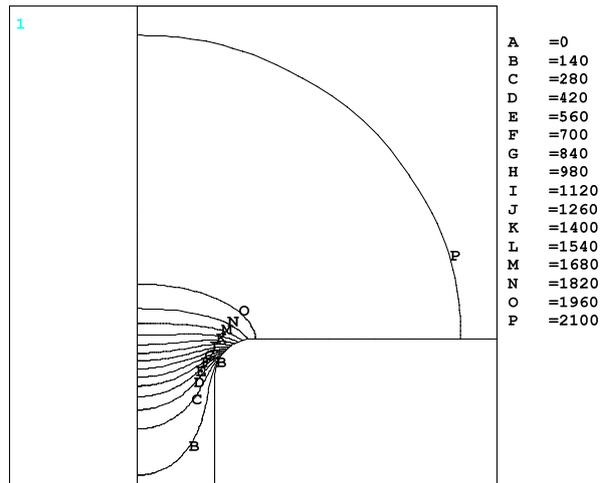


Рис. 10. Расчетные данные по распределению давлений в области истечения в кПа

Из данных, приведенных на рис. 9, 10, видно, что в целом характер сформированных полей скоростей и давлений во многом аналогичен тому, что получен при решении задачи в объемной постановке. Наиболее схожие результаты, если сравнивать с объемным вариантом решения, видны, например, в области значительных градиентов по скорости в диапазоне от 3 до 40 м/с, непосредственно примыкающей к выходному отверстию (рис. 11) и ограниченной полусферой с радиусом приблизительно $3R$ (где $R = d/2$ – половина диаметра отверстия).

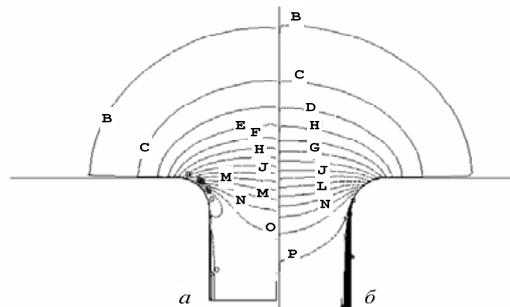


Рис. 11. Сравнение результатов решения по формированию полей скоростей (по изолиниям одинакового уровня скорости) для объемного (а) и осесимметричного (б) вариантов моделирования

Заметные отличия в картине сформированных полей скоростей видны на входе в отверстие и далее в самом отверстии. Это обусловлено тем, что в первом случае (рис. 11, а) моделировался безотрывный режим истечения, а во втором (рис. 11, б) – отрывное течение с образованием свободной поверхности. При безотрывном течении

за кромкой отверстия образовалась характерная зона сжатия струи и кольцевая замкнутая полость с разряженным пространством внутри (см. рис. 4, *a* и 4, *б*). В случае свободного истечения (рис. 11, *б*) области разряжения не возникают, также наблюдается некоторое сжатие струи, которая в пределах исследуемого участка не расширяется и граница потока при этом не примыкает к стенке отверстия. Разница в условиях истечения сравниваемых вариантов обуславливает не только различие в распределении скоростей частиц жидкости в полости отверстия, но и является причиной изменения расходных характеристик при одинаковом напоре в полости, питающей трубы. Расчетная величина объемного расхода составила в первом случае $1,06 \times 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$, а во втором – $0,82 \times 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$.

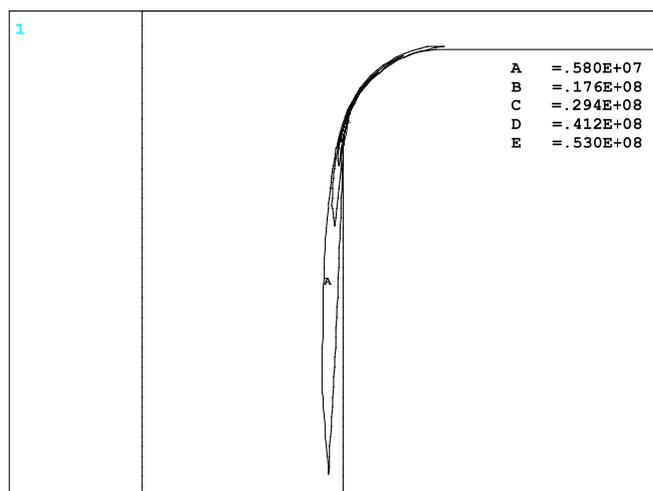
Из данных, приведенных на рис. 11, *б*, видно, что на начальном участке истечения наблюдается определенная степень сжатия струи, а также значительная неравномерность в распределении скоростей слоев жидкости по толщине струи. Сжатие струи свидетельствует о наличии поперечной составляющей скорости потока, а неравномерность в скоростях слоев вдоль оси струи обуславливает сохранение внутреннего течения в струе на некотором участке свободного движения. Тот и другой факторы имеют существенное влияние на поведение струи в фазе ее распространения. Кроме того, определенное влияние на структуру струи на начальном участке истечения может оказать турбулентный слой, условия для возникновения которого создаются при резком повышении скорости течения около стенок преимущественно в области переходной радиусной поверхности.

Моделирование свободного истечения струи с учетом фактора турбулентности

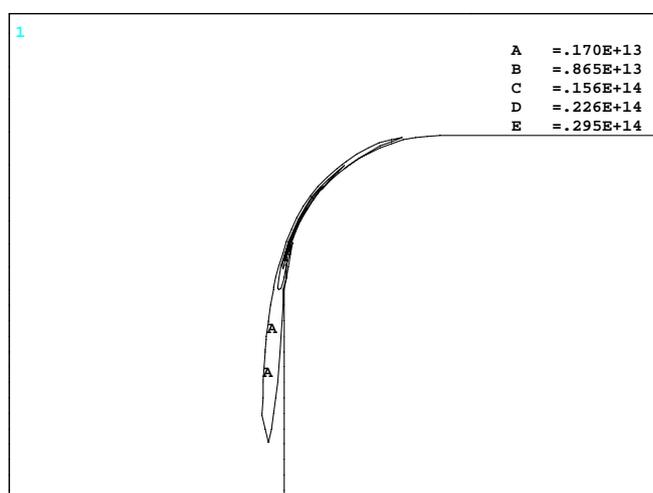
Результаты моделирования истечения через отверстие позволяют утверждать, что при средней скорости жидкости на входе в отверстие и в его канале около 70 м/с в данных областях потока создаются условия для возникновения турбулентности. Локальное значение числа Рейнольдса при такой скорости в области истечения составляет $1 \dots 2 \times 10^5$, что значительно превосходит критическую величину Re , равную $1 \dots 2 \times 10^3$. Поэтому важно определить степень турбулизации потока и его основные характеристики для более точного описания процессов не только начального истечения, но и последующего распространения струи.

В качестве основы для анализа турбулентной струи была принята разработанная ранее модель свободного истечения в осесимметричной постановке, в которую были внесены необходимые дополнения, позволяющие учесть фактор турбулентности. С этой целью были проанализированы применяемые в гидромеханике методы моделирования турбулентных течений, и для рассматриваемого случая была выбрана $k-\varepsilon$ -модель турбулентности [4]. Для обеспечения возможности сопоставления результатов моделирование производилось при тех же исходных (начальных) значениях параметров и ограничениях, которые были приняты на предыдущем этапе анализа (свободное истечение в осесимметричной постановке без учета турбулентности).

Проведенные расчеты позволили получить основные параметры потока, а также и некоторые удельные характеристики интенсивности турбулентности. Основная особенность истечения с отрывом проявляется в том, что высокоскоростная часть потока движется в контакте со стенкой на очень коротком отрезке пути и поэтому зона турбулентности не получает большого развития. Это подтверждается приведенными на рис. 12 изображениями областей, которые выделяются из общего потока по таким параметрам, как кинетическая энергия турбулентности (ENKE) и энергия диссипации (ENDS).



a



б

Рис. 12. Расположение участков турбулентности, характеризуемой показателями ENKE (а) и ENDS (б)

Полученные данные по распределению скоростей и давлений в некоторых частях расчетной области незначительно отличаются от полученных ранее при моделировании без учета турбулентности. Так, практически не обнаруживаются отличий в картинах полей скоростей и давлений на всех участках расчетной области со сравнительно низкими скоростями (до 3 м/с) и участке ускорения струи (от 3 м/с до 40 м/с), примыкающем к выходному отверстию (области формирования струи). В то же время можно наблюдать определенные изменения в структуре и характеристиках потока внутри отверстия (в области начального истечения струи). Напри-

мер, на рис. 13 для сравнения приведены графики распределения скоростей в выходном сечении для вариантов моделирования без учета (*a*) и с учетом (*б*) турбулентности. На графиках нулевая точка по оси абсцисс соответствует положению оси симметрии струи. Из рисунка видно, что при турбулентном истечении несколько снизилась скорость в наружных слоях струи (на величину около 1 %), что определенным образом влияет на ее поведение при последующем распространении в пространстве. Кроме того турбулентность вызывает увеличение и поперечных составляющих скорости, что также может повлиять на степень расширения струи при ее дальнейшем движении.

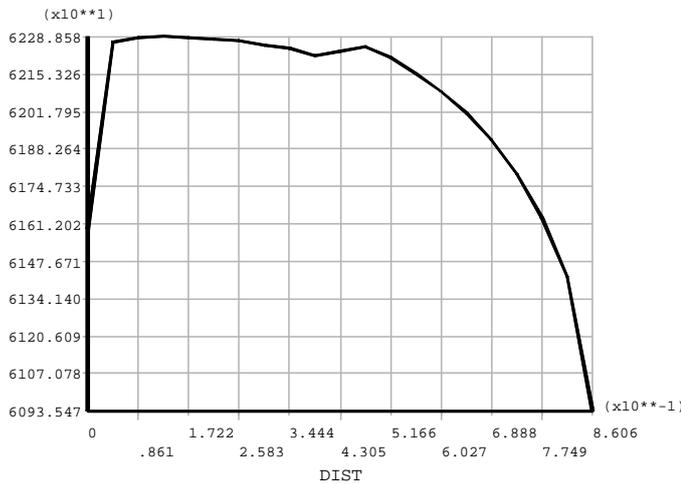
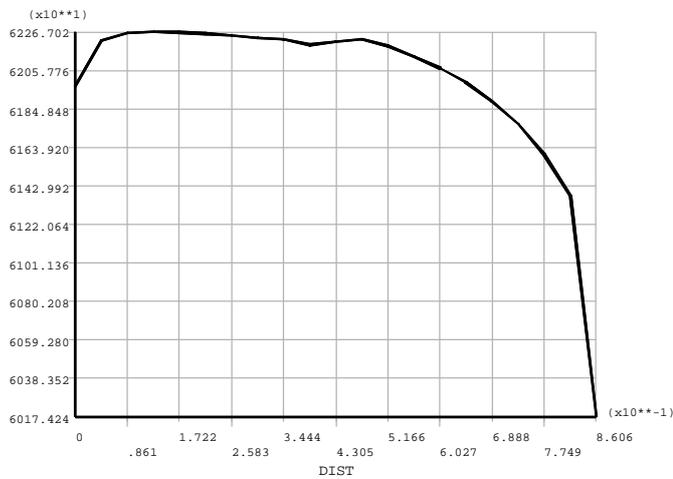
*a**б*

Рис. 13. Распределение скоростей в выходном сечении канала отверстия для вариантов моделирования без учета (*a*) и с учетом (*б*) турбулентности

По результатам анализа процессов формирования и начального истечения струи, обоснования принятых вариантов построения моделей, выбора методов решения основных задач, численного моделирования безотрывного и отрывного режимов в объемной и осесимметричной постановке сформулированы следующие выводы:

- проанализированы основные физические характеристики и особенности гидромеханики исполнительных устройств струйной промывки, связанные с движением жидкости в питающей трубе и ее свободным истечением через боковое отверстие и определяющие процессы формирования и начального истечения струи;
- сформулированы основные задачи исследования гидромеханики сопряженных процессов внутреннего ограниченного течения и свободного струйного истечения;
- предложены расчетные схемы, принципы моделирования течения во внутренней области трубы, а также в областях формирования и начального истечения струи с использованием нескольких моделей разных видов;
- получены результаты объемного моделирования потока в внутренней области и безотрывного истечения в отверстии, позволившие установить распределение полей скоростей и давлений в основном объеме трубы, в областях формирования и начального истечения струи;
- выполнены расчетные обоснования возможности исследования участков формирования и свободного истечения струи с использованием модели в осесимметричной постановке;
- получены результаты моделирования потока в областях формирования и начального истечения струи в осесимметричной постановке и с образованием свободной поверхности, позволившие установить распределение полей скоростей и давлений, а также определить расположение границ жидкой фазы на участке свободного истечения;
- предложенные подходы и разработанные модели областей формирования и начального истечения струи дают возможность проведения численных исследований влияния геометрии трубы и канала отверстия, характера образующихся полей скоростей и давлений на характеристики начальной части струи, а также на поведение струи при ее дальнейшем распространении.

Список литературы

1. Чичаев, В. А. и др. Оборудование целлюлозно-бумажного производства. – Т. 2. Бумагоделательные машины. – М. : Лесная промышленность, 1981. – С. 112–117.
2. Руфф, Х. Для очистки одежды машин // Целлюлоза, бумага, картон. – 2002. – № 6. – С. 26–28.
3. Альшиц, С. Д. Современные конструкции sprays бумаго- и картоноделательных машин. – М. : ВНИПИЭИЛеспром, 1974. – С. 3–60.
4. Теория турбулентных струй / Г. Н. Абрамович, Т. А. Гиршович и др. ; под ред. Г. Н. Абрамовича. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, гл. ред. физ.-матем. лит., 1984. – С. 306–318.
5. Вулис, Л. А. Теория струй вязкой жидкости. – М. : Наука, 1965. – С. 7–19.
6. Гуревич, М. И. Теория струй идеальной жидкости. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, гл. ред. физ.-матем. лит., 1979. – С. 55–58.
7. Мартыненко, О. Г. и др. Теория ламинарных вязких струй. – Минск : Наука и техника, 1986. – 286 с.
8. Чугаев, Р. Р. Гидравлика. – Л. : Энергоиздат. – 1982. – 403 с.
9. Дулов, В. Г. Газодинамика процессов истечения / В. Г. Дулов, Г. А. Лукьянов. – Новосибирск : Наука, 1984. – 234 с.

10. Hirt, C. W. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free Boundaries / C. W. Hirt, B. D. Nichols // J. Comput. Physics. – 1981. – Vol. 39. – P. 201–225.
11. Суов, Б. Н. Истечение жидкости через насадки. – М. : Машиностроение, 1968. – С. 9–28.

УДК 519.863

В. А. Тенев, доктор физико-математических наук, профессор
Ижевский государственный технический университет

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ГЕНЕТИЧЕСКИМИ АЛГОРИТМАМИ

На основе генетического алгоритма с вещественным кодированием предложен метод решения задач многокритериальной оптимизации. Рассмотрена возможность решения задач с несколькими критериями различной природы без использования дополнительных оценок важности и сопоставимости критериев.

Многокритериальная оптимизация основана на отыскании решения, одновременно оптимизирующего более чем одну функцию. В этом случае ищется некоторый компромисс, в роли которого выступает решение, оптимальное в смысле Парето.

Решение \mathbf{x} называется доминируемым, если существует решение \mathbf{y} , не хуже чем \mathbf{x} , т. е. для любой минимизируемой функции $f_i(\mathbf{x}), i = \overline{1, m}$ выполняется

$$f_i(\mathbf{x}) \geq f_i(\mathbf{y}), i = \overline{1, m}. \quad (1)$$

Если решение не доминируемо никаким другим решением, то оно называется недоминируемым, или оптимальным в смысле Парето.

Классические методы, относящиеся к многокритериальной оптимизации, определяют основные направления скаляризации векторного критерия [1].

1. Построение области Парето и предоставление лицу, принимающему решение (ЛПР), возможность выбора единственного из Парето-оптимальных решений.

2. Последовательная оптимизация скалярных критериев после введения для них приоритетов с назначением или без назначения уступок. Этот метод скаляризации основан на процедуре упорядочивания критериев по важности и построении процедур последовательной оптимизации сначала по первому критерию, затем по второму, третьему и т. д. Наиболее характерными для данной группы являются методы последовательного достижения частных и последовательных уступок.

Для метода последовательного достижения частных целей характерно поэтапное решение задач векторной оптимизации. Каждый этап – достижение определенной цели, т. е. выбор решения, связанного с одним компонентом векторного критерия, например с достижением на этапе j соотношения

$$f_j(\mathbf{x}) \leq \overline{F}^j, \quad (2)$$

где \overline{F}^j – максимально допустимое значение f_j .