

УДК 623.593

Н. Ю. Афанасьева, кандидат технических наук, доцент;*В. А. Афанасьев*, студент;*Ю. В. Веркиенко*, доктор технических наук, профессор;*В. В. Коробейников*, кандидат технических наук, доцент

Ижевский государственный технический университет

МОДЕЛИ СВЕТОВЫХ МИШЕНЕЙ И ИХ ИДЕНТИФИКАЦИЯ

В статье рассматриваются модели световых мишеней и их идентификация. Впервые предложена идентификация математической физической модели мишени.

Световая мишень для определения координат пролета пуль или снарядов через заданную плоскость регистрации содержит линейные протяженные источники света (излучатели) и установленные по другую сторону от снопа траекторий оптико-электронные преобразователи (датчики). Излучатель с датчиком образует световой экран (плоскость). Совокупность таких экранов, наклоненных под различными углами относительно плоскости регистрации (мишени), образует световую мишень [1].

Принцип действия световой мишени заключается в следующем. При пересечении пуль или снарядом светового экрана часть светового потока от излучателя к датчику затеняется. В результате на выходе усилителя фототока датчика формируется электрический сигнал, время появления которого совпадает со временем начала пересечения пуль светового экрана. Если параметры расположения экранов известны, то из системы уравнений для точек встречи траектории с экранами можно определить, в частности, координаты пролета через плоскость регистрации.

Проведенные исследования (в том числе результаты моделирования и натурных испытаний) показали, что для определения координат с погрешностью до 1...3 мм необходимо знать параметры расположения экранов с погрешностью, примерно на порядок меньшей, т. е. до 0,1...0,3 мм. Установить с такой точностью или измерить положение световых экранов в коридоре тира или на местности практически невозможно. Поэтому единственным конструктивным решением оказалась идентификация модели световой мишени.

Желательно иметь физическую математическую модель, полученную с помощью геометрических соотношений, вытекающих из расположения световых экранов в пространстве, с учетом баллистической траектории полета пули.

Мишень с параллельными функциональными экранами является инвариантной к углам наклона траектории, т. е. к позиции. Мишень с четырьмя экранами не инвариантна к углам наклона траектории.

Так как по конструктивным соображениям не удастся совместить отсчетную плоскость с плоскостью мишени, то инвариантная световая мишень становится неинвариантной по отношению к положению позиции. Поэтому световые мишени с минимальным количеством экранов (4-5 шт.) целесообразно использовать в случае неизменной позиции, например в случае стрельбы со станка.

Отсутствие инвариантности к положению позиции побудило провести дополнительные исследования. В связи с высокой стоимостью датчика предложено использовать каждый датчик для образования нескольких (2-3) экранов. Это позволило

использовать не минимальное, а необходимое для обеспечения инвариантности количество световых экранов.

Для составления модели световой мишени воспользуемся правой системой координат, принятой во внешней баллистике [2]. В случае мишени удобнее воспользоваться системой координат мишени (рис. 1), плоскость YOZ которой совпадает с плоскостью мишени, ось OY вертикальна, а ось OX горизонтальна и направлена по направлению стрельбы. Уравнение блокирующей плоскости $P(a, b, r)$ представим в следах [3, 4]

$$x + ay + bz = r, \quad (1)$$

где $a = \operatorname{tg} \gamma$; $b = -\operatorname{tg} \beta$.

Траекторию в окрестности мишени примем прямолинейной и зададим в параметрической форме (рис. 2)

$$x = x_m + l; \quad y = y_m + mp; \quad z = z_m + np, \quad (2)$$

где $l = \cos \alpha$, $m = \cos \beta$, $n = \cos \gamma$ – направляющие косинусы траектории; p – параметр, представляющий собой расстояние вдоль траектории между точками $A(x_m, y_m, z_m)$ и $B(x, y, z)$, $x_m = 0$.

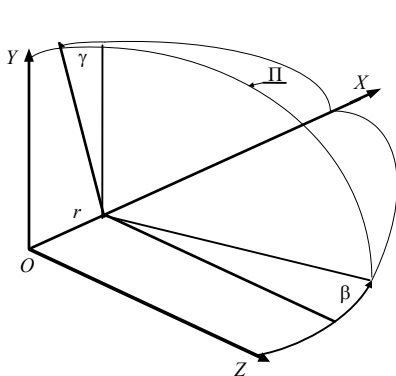


Рис. 1. Задание плоскости уравнением в следах

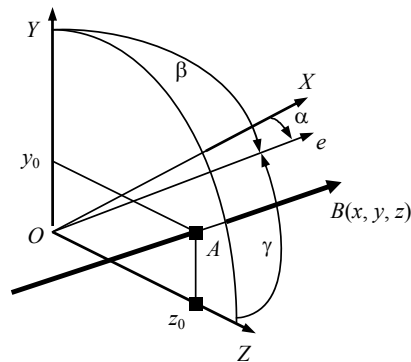


Рис. 2. Задание прямой в параметрической форме

Задание пространственного положения относительно системы координат $X'Y'Z'$, связанной с позицией в точке O' , формализуется с помощью матричных преобразований, используемых в САПР и робототехнике [5, 6]. Параллельный перенос из точки O системы координат XYZ в точку O' системы $X'Y'Z'$ описывается матричным уравнением

$$P^T(x', y', z') = P^T(x - x_p, y - y_p, z - z_p), \quad (3)$$

где T – индекс транспонирования; $P^T(x', y', z')$ – вектор-строка соответствующих координат.

Обозначим через $M(x, \alpha)$, $M(y, \beta)$, $M(z, \gamma)$ матрицы вращения относительно осей X , Y , Z соответственно на углы α , β , γ . В правой системе координат при поворотах против часовой стрелки имеем

$$M(x, \alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & s_1 \\ 0 & -s_1 & c_1 \end{bmatrix}; \quad M(y, \beta) = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & -s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & c_2 \end{bmatrix}; \quad M(z, \gamma) = \begin{bmatrix} c_3 & s_3 & 0 \\ -s_3 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где $c_1 = \cos \alpha$, $c_2 = \cos \beta$, $c_3 = \cos \gamma$, $s_1 = \sin \alpha$, $s_2 = \sin \beta$, $s_3 = \sin \gamma$ представляют собой направляющие косинусы и синусы.

Переход от системы координат XYZ к системе $X_3Y_3Z_3$ (рис. 3) производится параллельным переносом в точку (x_p, y_p, z_p) и поворотом последовательно относительно оси Y' на угол курса ψ , относительно оси Z_1 на угол подъема ϑ^* и относительно оси X_2 на угол свала φ . В результате получим

$$(x_3, y_3, z_3)^T = M(x_2, \varphi) M(z_1, \vartheta^*) M(y, \psi) (x_0, y_0, z_0)^T, \quad (5)$$

где $x_0 = x - x_p$; $y_0 = y - y_p$; $z_0 = z - z_p$; $x_p = -L$.

Углы бросания и курса находятся по координатам двух точек прямой (рис. 4) следующим образом:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{z_p - z_n}{L}; \quad \operatorname{tg} \vartheta = \frac{y_n - y_p}{L}; \quad \operatorname{tg} \vartheta^* = \frac{\operatorname{tg} \vartheta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}. \quad (6)$$

Направляющие косинусы прямой с углами бросания ϑ и курса ψ , соответствующими (6), равны

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi + \operatorname{tg}^2 \vartheta}}; \\ m &= \frac{\operatorname{tg} \vartheta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi + \operatorname{tg}^2 \vartheta}}; \\ n &= \frac{\operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi + \operatorname{tg}^2 \vartheta}}. \end{aligned} \quad (7)$$

В окрестности мишени на блокируемом участке длиной 4...6 м вдоль оси OX траектория заменяется прямой, касательной траектории в точке попадания в мишень (плоскость регистрации $X'Y'Z'$ на рис. 3). Точка пересечения этой прямой с плоскостью позиции образует условную (фиктивную) точку вылета с координатами y_p^*, z_p^* .

Из уравнений плоскости (1) и прямолинейной траектории (2) для точки встречи в случае постоянного ускорения (замедления) J имеем

$$lv_m \tau_i \left(1 + \frac{J}{2v_m} \tau_i \right) + mva_i \tau_i \left(1 + \frac{J}{2v_m} \tau_i \right) + nv_m b_i \tau_i \left(1 + \frac{J}{2v_m} \tau_i \right) + a_i y_m + b_i z_m = R_i; \quad (8)$$

$$R_i = r_i - x_m; \quad \tau_i = t_i - t_m, \quad i = 1, \dots, k; \quad x_m = r_0.$$

Здесь v_m — скорость у мишени в точке x_0 . Обозначим

$$\xi_1 = lv_M; \quad \xi_3 = mv_M; \quad \xi_5 = nv_M; \quad \xi_2 = y_M; \quad \xi_4 = z_M; \quad (9)$$

$$x_{1i} = \tau_i \left(1 + \frac{J}{2v_M} \tau_i \right); \quad x_{3i} = a_i x_{1i}; \quad x_{5i} = b_i x_{1i}; \quad x_{2i} = a_i; \quad x_{4i} = b_i.$$

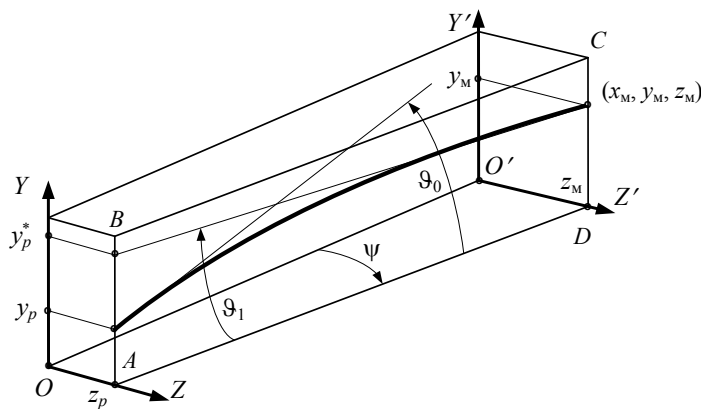


Рис. 3. Коридор стрельбы: $ABCD$ – плоскость стрельбы; ψ – угол направления (курса) стрельбы; θ_0, θ_1 – углы бросания и падения; y_p, z_p – координаты точек вылета (позиции); y_p^*, z_p – координаты условной точки вылета (при прямолинейном движении и попадании в ту же точку (x_M, y_M, z_M)); x_M – дальность плоскости $P_0(0, 0, x_M)$, совпадающей с плоскостью $X'Y'Z'$

Введем матричную форму записи

$$X\xi = R, \quad (10)$$

где $\xi^T = (\xi_1, \dots, \xi_5)$ – вектор-строка неизвестных; $R^T = (R_1, \dots, R_5)$ – вектор-строка свободных членов; X – матрица наблюдений:

$$X^T = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & \cdots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} & \cdots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} & \cdots & x_{5k} \end{pmatrix}.$$

В случае $k = 5$ и $|X| \neq 0$ система имеет единственное решение, если отношение (коэффициент замедления) $\frac{J}{2v_M}$ известно. Если $k > 5$, то для сглаживания ошибок

измерений можно искать решение по методу наименьших квадратов [7]. Если коэффициент замедления не известен, то добавлением шестой информационной плоскости получим систему уравнений, позволяющую определить величину этого отношения. Рассмотрим это на примере частного расположения плоскостей. Пусть

имеем плоскость регистрации $P_0(0, 0, r_0)$ и информационные плоскости $P_1(a, 0, r_1)$, $P_2(a, 0, r_2)$, $P_3(0, b, r_3)$, $P_4(0, b, r_4)$, $P_5(0, 0, r_5)$, $P_6(0, 0, r_6)$. Плоскости $P_5(0, 0, r_5)$, $P_6(0, 0, r_6)$ параллельны плоскости регистрации (позволяют определить скорость полета пули); плоскости $P_1(a, 0, r_1)$, $P_2(a, 0, r_2)$ параллельны и повернуты относительно боковой оси на угол γ (являются функциональными для определения вертикальной координаты); плоскости $P_3(0, b, r_3)$, $P_4(0, b, r_4)$ параллельны и повернуты относительно вертикальной оси на угол β (являются функциональными для определения боковой координаты).

Тогда система (10) примет вид

$$\begin{pmatrix} x_{11} & a & ax_{11} & 0 & 0 \\ x_{12} & a & ax_{12} & 0 & 0 \\ x_{13} & 0 & 0 & b & bx_{13} \\ x_{14} & 0 & 0 & b & bx_{14} \\ x_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ y_m \\ \xi_3 \\ z_m \\ \xi_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 R_6 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Из двух последних уравнений системы (11) имеем

$$\frac{J}{2v_m} = \frac{R_5 \tau_6 - R_6 \tau_5}{R_6 \tau_5^2 - R_5 \tau_6^2}. \quad (12)$$

Найдем ξ_1 , например, из пятого уравнения и подставим в четыре предыдущих. В результате получим

$$\begin{pmatrix} a & ax_{11} & 0 & 0 \\ a & ax_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & bx_{13} \\ 0 & 0 & b & bx_{14} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_m \\ \xi_3 \\ z_m \\ \xi_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 - \frac{x_{11}}{x_{15}} R_5 \\ R_2 - \frac{x_{12}}{x_{15}} R_5 \\ R_3 - \frac{x_{13}}{x_{15}} R_5 \\ R_4 - \frac{x_{14}}{x_{15}} R_5 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

т. е. система распадается на две системы

$$\begin{pmatrix} a & ax_{11} \\ a & ax_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_m \\ \xi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 - \frac{x_{11}}{x_{15}} R_5 \\ R_2 - \frac{x_{12}}{x_{15}} R_5 \end{pmatrix}; \quad (14)$$

$$\begin{pmatrix} b & bx_{13} \\ b & bx_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_m \\ \xi_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_3 - \frac{x_{13}}{x_{15}} R_5 \\ R_4 - \frac{x_{14}}{x_{15}} R_5 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Из них

$$y_m = \frac{x_{12} \left(R_1 - \frac{x_{11}}{x_{15}} R_5 \right) - x_{11} \left(R_2 - \frac{x_{12}}{x_{15}} R_5 \right)}{a(x_{12} - x_{11})} = \frac{x_{11} R_2 - x_{12} R_1}{a(x_{11} - x_{12})}; \quad (16)$$

$$z_m = \frac{x_{14} \left(R_3 - \frac{x_{13}}{x_{15}} R_5 \right) - x_{13} \left(R_4 - \frac{x_{14}}{x_{15}} R_5 \right)}{b(x_{14} - x_{13})} = \frac{x_{13} R_4 - x_{14} R_3}{b(x_{13} - x_{14})}. \quad (17)$$

Таким образом, если коэффициент замедления $\frac{J}{2v_m}$ не известен, то следует

использовать шесть информационных блокирующих плоскостей, определяя $\frac{J}{2v_m}$

по (12) и вычисляя затем $x_{1i} = \tau_i \left(1 + \frac{J}{2v_m} \tau_i \right)$ согласно (9).

Если коэффициент замедления известен, то для определения координат можно обойтись информационными плоскостями $P_1, \dots, P_5$, определяя y_0, z_0 по (16) и (17).

Рассмотрим дополнительно два первых уравнения системы (11), связанных с вертикальной координатой y_0 . Представим эту систему двух уравнений в виде

$$x_{11} \xi_1 + ax_{11} \xi_3 = R_1 - ay_m; \quad (18)$$

$$x_{12} \xi_1 + ax_{12} \xi_3 = R_2 - ay_m. \quad (19)$$

Так как определитель этой системы равен нулю, то единственное решение имеет место, если $\Delta_{\xi_1} = 0$, т. е.

$$\Delta_{\xi_1} = \begin{vmatrix} x_{11} & R_1 - ay_m \\ x_{12} & R_2 - ay_m \end{vmatrix} = 0. \quad (20)$$

Отсюда находим решение, совпадающее с (16). Его можно преобразовать к виду

$$y_m = \frac{R_1}{a} + \frac{R_2 - R_1}{a} K_y^*, \quad K_y^* = \frac{x_{11}}{x_{11} - x_{12}}. \quad (21)$$

Аналогично из третьего и четвертого уравнений следует

$$z_m = \frac{R_3}{b} - \frac{R_4 - R_3}{b} K_z^*, \quad K_z^* = \frac{x_{13}}{x_{13} - x_{14}}. \quad (22)$$

Следовательно, для определения координат в случае известного отношения $\frac{J}{2v_m}$ достаточно четырех информационных плоскостей, образующих две пары параллельных и наклоненных под острым углом относительно одной из осей OX или OY плоскостей.

Представляет практический интерес построить мишень с минимальным количеством информационных плоскостей, используя дополнительно априорные сведения о параметрах траектории. Покажем, что достаточно трех информационных плоскостей $P_1(a_1, 0, r_1)$, $P_2(0, b_2, r_2)$, $P_3(0, 0, r_3)$. Последняя плоскость параллельна отсчетной плоскости $P_0(0, 0, r_0)$ и вместе с ней образует базу $r_0 - r_3$ для определения горизонтальной проекции скорости. Первая плоскость является функциональной для определения вертикальной координаты y_0 , а вторая – боковой координаты z_0 . В случае неидеальной установки плоскостей считаем, что имеем дело с $P_1(a_1, b_1, r_1)$, $P_2(a_2, b_2, r_2)$ и $P_3(a_3, b_3, r_3)$.

Далее ограничимся вертикальной координатой, т. к. для боковой координаты все будет аналогично. Запишем уравнение (8) с учетом (9) для световых экранов P_1 и P_3 :

$$x_{11}(\xi_1 + a_1\xi_3 + b_1\xi_5) = R_1 - a_1y_m - b_1z_m; \quad (23)$$

$$x_{13}(\xi_1 + a_3\xi_3 + b_3\xi_5) = R_3 - a_3y_m - b_3z_m. \quad (24)$$

Обозначим отношение времен через $K_y = \frac{\tau_1}{\tau_3}$ и

$$K_y^* = \frac{x_{11}}{x_{13}} = K_y B_y; \quad B_y = \frac{1 + \frac{J}{2v_m}\tau_1}{1 + \frac{J}{2v_m}\tau_3}. \quad (25)$$

Составим отношение уравнений (23) и (24)

$$K_y^* = \frac{R_1 - a_1y_m - b_1z_m}{R_3 - a_3y_m - b_3z_m} \frac{\xi_1 + a_3\xi_3 + b_3\xi_5}{\xi_1 + a_1\xi_3 + b_1\xi_5}. \quad (26)$$

Вторую дробь в (26) с учетом значений ξ_1 , ξ_3 и ξ_5 по (9) преобразуем к виду

$$B_\xi = \frac{\xi_1 + a_3\xi_3 + b_3\xi_5}{\xi_1 + a_1\xi_3 + b_1\xi_5} = \frac{1 + a_3\frac{m}{l} + b_3\frac{n}{l}}{1 + a_1\frac{m}{l} + b_1\frac{n}{l}}. \quad (27)$$

Воспользуемся принципом жесткости траектории [8] и введем фиктивную позицию (y_p, z_p) на дальности L . Тогда

$$\frac{m}{l} = \frac{y_m - y_p}{L}; \quad \frac{n}{l} = \frac{z_m - z_p}{L}, \quad (28)$$

и при подстановке в (27) получим

$$B_{\xi} = \frac{\left(1 - a_3 \frac{y_p}{L} - b_3 \frac{z_p}{L}\right) + \frac{a_3}{L} y_M + \frac{b_3}{L} z_M}{\left(1 - a_1 \frac{y_p}{L} - b_1 \frac{z_p}{L}\right) + \frac{a_1}{L} y_M + \frac{b_1}{L} z_M}. \quad (29)$$

В результате для K_y^* в соответствии с (26) получим отношение двух полных полиномов второго порядка относительно искомых координат y_M, z_M :

$$K_y^* = \frac{A_0 + A_1 y_M + A_2 z_M + A_5 y_M z_M + A_6 y_M^2 + A_7 z_M^2}{1 - A_3 y_M - A_4 z_M - A_8 y_M z_M - A_9 y_M^2 - A_{10} z_M^2}, \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= A^{-1}[R_1 a_3 - (L - a_3 y_p - b_3 z_p) a_1]; \quad A_2 = A^{-1}[R_1 b_3 - (L - a_3 y_p - b_3 z_p) b_1]; \\ B_1 &= A^{-1}[R_3 a_1 - (L - a_1 y_p - b_1 z_p) a_3]; \quad B_2 = A^{-1}[R_3 b_1 - (L - a_1 y_p - b_1 z_p) b_3]; \\ A_0 &= A^{-1}(L - a_3 y_p - b_3 z_p) R_1; \quad A = (L - a_1 y_p - b_1 z_p) R_3; \\ A_5 &= A_8 = -A^{-1}(a_3 b_1 + a_1 b_3); \quad A_6 = A_9 = -A^{-1} a_1 a_3; \quad A_7 = A_{10} = -A^{-1} b_1 b_3. \end{aligned} \quad (31)$$

Как видно, соответствующие коэффициенты при нелинейных членах числителя и знаменателя одинаковы ($A_5 = A_8, A_6 = A_9, A_7 = A_{10}$). Отметим также, что влияние неустойчивости позиции y_p, z_p ослабляется в L раз, т. е. есть основание считать, что позиция постоянна. Коэффициенты при нелинейных членах в L раз меньше остальных коэффициентов, и поэтому модель можно упростить до вида

$$K_y^* = \frac{A_0 + A_1 y_M + A_2 z_M}{1 - A_3 y_M - A_4 z_M}. \quad (32)$$

Аналогично, рассматривая P_2 и P_3 , получим

$$K_z^* = \frac{B_0 + B_1 z_M + B_2 y_M}{1 - B_3 z_M - B_4 y_M}, \quad (33)$$

где

$$K_z^* = K_z B_z; \quad K_z = \frac{\tau_2}{\tau_3}; \quad B_z = \frac{1 + \frac{J}{2v_M} \tau_2}{1 + \frac{J}{2v_M} \tau_3}. \quad (34)$$

Разрешив систему уравнений (32), (33) относительно y_0, z_0 , получим

$$y_M = \frac{(K_y^* - A_0)(B_1 + K_z^* B_3) - (K_z^* - B_0)(A_2 + K_y^* A_4)}{(A_1 + K_y^* A_3)(B_1 + K_z^* B_3) - (A_2 + K_y^* A_4)(B_2 + K_z^* B_4)}; \quad (35)$$

$$z_m = \frac{(K_z^* - B_0)(A_1 + K_y^* A_3) - (K_y^* - A_0)(B_2 + K_z^* B_4)}{(A_1 + K_y^* A_3)(B_1 + K_z^* B_3) - (A_2 + K_y^* A_4)(B_2 + K_z^* B_4)}. \quad (36)$$

Очевидно, что модели (35) и (36), аналогично моделям (32) и (33), представляют собой дробно-рациональные функции. Однако полиномы в числителях и знаменателях, кроме линейных относительно K_y^* , K_z^* членов, содержат слагаемые с произведениями $K_y^* K_z^*$. Характерно, что знаменатели моделей (35) и (36) одинаковы.

Достоинством моделей (32), (33) или аналогичных с полными квадратичными полиномами в числителях и знаменателях является инвариантность структуры по отношению к переносу начала координат и повороту координат мишени, т. е. структура модели при линейных преобразованиях координат остается неизменной. Модели (32), (33) или (35), (36) являются регрессионными. Их структура установлена исходя из математических физических моделей, но первичные параметры положения световых экранов в них не присутствуют. В случае идентификации определяются коэффициенты этих дробно-рациональных моделей. Если вместо приборных коэффициентов K_y^* , K_z^* использовать коэффициенты K_y , K_z , не учитывающие замедления движения пули, то коэффициенты дробно-рациональных моделей «берут нагрузку на себя» и достигается требуемая точность определения координат. Однако в случае другой позиции или другого коэффициента замедления возникает почти систематическая погрешность. Поэтому в случае переноса позиции можно не проводить новой идентификации модели, а произвести несколько выстрелов, измерить координаты попадания, сравнить их с рассчитанными с помощью модели и определить поправки. Следует также отметить, что в случае пяти экранов и совмещения отсчетного экрана с мишенью дробно-рациональные модели практически сохраняют инвариантность по отношению к позиции. Если совмещение конструктивно невозможно, то инвариантность отсутствует. Кроме того, в мишенях с минимальным количеством световых экранов нет инвариантности по отношению к коэффициенту замедления. Полученные выше соотношения в случае необходимого количества световых экранов справедливы при идеальном расположении световых экранов, которое на практике невозможно обеспечить.

Поэтому остается актуальной задача идентификации математической физической модели и получения решения с ее помощью. В этом случае необходимо ввести опорный световой экран с известными параметрами $P_0(a_0 = 0, b_0 = 0, R_0)$. Так как установить экран идеально невозможно, то примем, что мишень параллельна опорному экрану. Несмотря на то что это не так, ввиду небольшого отклонения от параллельности ошибки параллакса будут небольшими. База R_0 определяет масштаб координат мишени и, соответственно, масштаб скорости и ускорения. Уравнение опорного светового экрана

$$lv_m(t_0 - t_m) \left[1 + \frac{J}{2v_m}(t_0 - t_m) \right] = r_0. \quad (37)$$

Уравнения информационных световых экранов

$$lv_m \tau_i \left(1 + \frac{J}{2v_m} \tau_i \right) + mva_i \tau_i \left(1 + \frac{J}{2v_m} \tau_i \right) + nv_m b_i \tau_i \left(1 + \frac{J}{2v_m} \tau_i \right) + a_i y_m + b_i z_m = r_i, \quad i = 1, \dots, k.$$

Здесь индекс «м» соответствует скорости и координатам в плоскости мишени.

В режиме функционирования, когда параметры световых экранов известны, в уравнениях имеется 7 неизвестных $lv_m, mv_m, nv_m, \frac{J}{2v_m}, y_m, z_m$ и t_m . Следовательно, в случае неизвестного коэффициента замедления всего необходимо $k+1=7$ световых экранов, а в случае известного – $k+1=6$.

В режиме идентификации, когда параметры световых экранов не известны, в уравнениях имеются неизвестные $lv_m, mv_m, nv_m, \frac{J}{2v_m}, a_i, b_i, r_i$ и t_m . Если коэффициент замедления известен, то в случае n выстрелов будем иметь $N = (k+1)n$ уравнений и $M = 4n + 3k$ неизвестных. Из условия $N \geq M$ получим минимальное количество выстрелов для идентификации $n_{\min} = 9$. Избыток уравнений для усреднения, например, в случае решения по методу наименьших квадратов характеризуется таблицей.

Как видно из таблицы, избыток уравнений для усреднения относительно невелик, а число уравнений достаточно большое. Чтобы уменьшить количество уравнений, можно проводить идентификацию несколько раз, например по 10 выстрелам, а затем усреднить результаты. Кроме того, можно принять скорость и коэффициент замедления во всех выстрелах постоянными, что также позволит уменьшить количество неизвестных. Еще один прием, позволяющий сократить количество неизвестных, заключается в следующем. Воспользуемся принципом «жесткости траектории» [2, 8], на основании которого можно считать, что касательные к траекториям в плоскости мишени проходят через фиктивную позицию с координатами $(-L, y_p, z_p)$, так что фиктивные углы бросания и курса удовлетворяют условиям

n	N	M	M_1
10	60	58	31
15	90	78	36
20	120	98	41
25	150	108	46
30	180	138	51

$$\operatorname{tg}(\theta_0 + \Delta\theta) = \frac{y_m - y_p}{L}; \quad \operatorname{tg}(\psi_0 + \Delta\psi) = -\frac{z_m - z_p}{L}, \quad (38)$$

где во втором случае взят противоположный знак с учетом положительного направления углов против часовой стрелки в правой системе координат. Направляющие косинусы траектории при этом

$$l = \frac{L}{\sqrt{L^2 + (y_m - y_p)^2 + (z_m - z_p)^2}}; \quad m = l(y_m - y_p); \quad n = l(z_p - z_m). \quad (39)$$

В результате для всех выстрелов имеем постоянные неизвестные y_p, z_p, v_m и $\frac{J}{2v_m}$, так что общее число неизвестных стало равно $M_1 = n + 3k + 3$, и начиная с $n = 20$ (см. таблицу) количество уравнений в 3 раза больше количества неизвестных.

Таким образом, обоснованы регрессионные и математические физические модели световых мишеней и возможность их идентификации. Установлена область применения моделей с минимальным и полным количеством световых экранов.

Предложен способ сокращения количества неизвестных при идентификации математической физической модели.

Список литературы

1. Световая мишень : пат. РФ № 2002119340/0224 от 06.02 / Н. Ю. Афанасьева, Ю. В. Веркиенко, В. С. Казаков, В. В. Коробейников.
2. Ермолаев, С. И. Внешняя баллистика / С. И. Ермолаев, Л. Б. Комаров, Е. В. Чурбанов. – Л. : ВМАКВ им. А. М. Крылова, 1958. – 688 с.
3. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев ; под ред. Г. Гроше, В. Циглера ; пер. с нем. – М. : Наука; Лейпциг, Тойбнер, 1981. – 719 с.
4. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М. : Наука, 1974. – 320 с.
5. Шахинтур, М. Курс робототехники. – М. : Мир, 1990. – 527 с.
6. Математика и САПР. Кн.1: Основные методы и теория полюсов / пер. с франц. под ред. Н. Г. Волкова. – М. : Мир, 1988. – 206 с.
7. Бородюк, В. П. Статистическое описание промышленных объектов / В. П. Бородюк, Э. К. Лецкий. – М. : Энергия, 1971. – 111 с.
8. Наставления по стрелковому делу : Основы стрельбы из стрелкового оружия. – М. : Воениздат, 1985. – 640 с.

УДК 621.384.3+621.365

М. С. Вологодина, аспирант;

Ю. О. Михайлов, доктор технических наук, профессор
Ижевский государственный технический университет

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНФРАКРАСНОГО НАГРЕВАТЕЛЯ

Рассматривается модель инфракрасного нагревателя. Процессы, протекающие в нем, моделируются в различных системах координат (осесимметричной, цилиндрической и криволинейной). Учет взаимодействия с окружающей средой и наличие в конструкции нагревателя отражающего элемента приводят к сопряженной задаче теплообмена.

Системы инфракрасного лучистого отопления являются эффективным средством создания комфортных тепловых условий на рабочих местах при существенной экономии расхода энергоносителей. Они представляют собой установки, в состав которых входят излучающие трубы (излучатель), отражатель, блок горелок или отдельные горелки, система дымоудаления и блок автоматики (дистанционное управление). В данной статье рассматривается конструкция инфракрасного нагревателя, состоящая из горелочных устройств, излучателя и отражателя. В качестве горючего применяется природный газ или пропан-бутановая смесь. Окислителем служит окружающий воздух. Высокотемпературные продукты сгорания проходят по излучателю, отдавая тепло стенкам трубы. Наружная поверхность трубы охлаждается за счет теплового излучения и свободной конвекции. Для направления теплового потока с излучателя на заданную зону используется отражатель.

При построении математической модели ставятся следующие ограничения и предполагаются некоторые допущения: