

УДК 536.24.01

С. А. Королёв, кандидат физико-математических наук, доцент

О. И. Широбокова, студентка

Ижевский государственный технический университет

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ БИОГАЗОВОЙ УСТАНОВКИ
С УЧЕТОМ ТЕПЛООБМЕНА С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

Разработана функциональная математическая модель работы биогазовой установки с учетом теплообмена с окружающей средой. Проведен анализ эффективности применения биогазовых установок в климатических условиях Удмуртской Республики.

В условиях постоянного развития экономики и промышленности спрос на энергоресурсы растет, при этом запасы традиционных видов топлива истощаются. В связи с этим актуальным вопросом является переход на нетрадиционные возобновляемые источники энергии. Одним из таких источников является биогаз, получаемый из органических отходов.

Биогазовые технологии являются эффективным способом обезвреживания и переработки разнообразных органических отходов растительного и животного происхождения, включая экскременты животных, с одновременным получением высококалорийного газообразного топлива – биогаза – и высокоэффективных экологически чистых органических удобрений. Биогазовые технологии – это решение проблем энергетики, агрохимии и экологии.

Технология производства биогаза

Схема биогазовой установки представлена на рис. 1 [1].

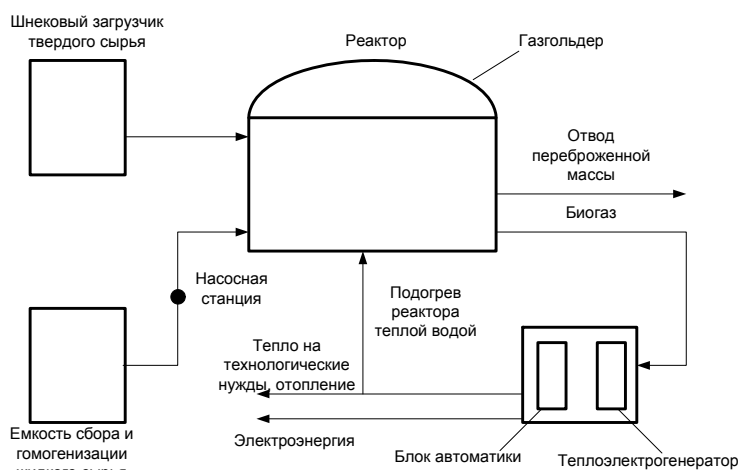


Рис. 1. Схема биогазовой установки

Жидкие биоотходы перекачиваются насосами в емкость сбора и гомогенизации сырья. Твердые отходы доставляются по транспортной ленте, грузовиками или другим способом в специальный шнековый загрузчик.

Из емкости гомогенизации и загрузчика твердых отходов биомасса поступает в реактор (ферментатор). Реактор является газонепроницаемым, полностью герметичным резервуаром из кислотостойкого железобетона. Эта конструкция теплоизолируется слоем утеплителя. Внутри реактора поддерживается фиксированная для микроорганизмов температура: мезофильный режим (25–40 °С), термофильный режим (40–60 °С). Внутри реактора биомасса постоянно перемешивается механическим или гидравлическим способом.

Среднее время гидравлического отстаивания внутри реактора (в зависимости от субстратов) – 20–40 дней. На протяжении этого времени органические вещества внутри биомассы метаболизируются (преобразовываются) микроорганизмами. Период брожения определяет объем реактора.

На выходе имеем два продукта: биогаз и биоудобрения. Биогаз сохраняется в емкости для хранения газа – газгольдере. Газгольдер герметически накрывает реактор сверху.

Математическая модель работы биогазовой установки

Математическая модель представляет функциональный оператор, преобразующий пространство вектора входных параметров и управляющих переменных в выходные параметры (рис. 2).

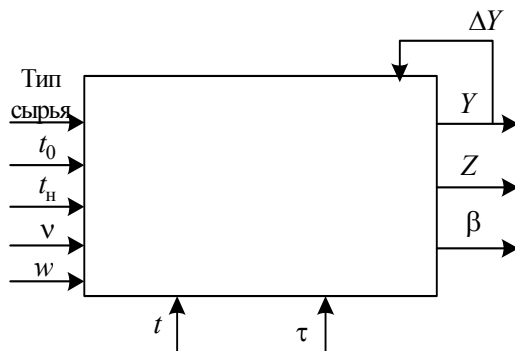


Рис. 2. Модель работы биогазовой установки

Входные параметры модели:

- t_0 – температура загружаемого сырья, °С;
- t_n – температура наружного воздуха, °С;
- v – влажность сырья, %;
- w – объем загружаемого сырья за 1 цикл, т.

Выходные параметры модели:

- Y – выход биогаза, м³;
- ΔY – потребление биогаза установкой, м³;
- Z – выход удобрений, т;
- β – процентное содержание метана в биогазе, %.

Управляющие переменные:

- t – температурный режим, °С;
- τ – время ферментации, сут.

Алгоритм расчета биогазовой установки состоит из следующих этапов:

- 1) расчет объема биореактора;
- 2) расчет выхода биогаза;
- 3) расчет энергопотребления и теплообмена биореактора.

Модель основывается на данных, полученных экспериментальным путем. В табл. 1 представлено количество и естественная влажность отходов различных животных [2].

Таблица 1. Количество и влажность отходов различных животных

Виды животных	Среднесуточное количество отходов b , кг/сут.	Влажность отходов v_0 , %
КРС	55,0	85
Свиньи	5,1	85
Птица	0,16	75

Вместимость реактора установки выбирается следующим образом: по количеству животных определяется объем отходов в день:

$$S_0 = nb, \quad (1)$$

где n – количество голов животных; b – количество отходов в сутки с одной головы.

При заданной влажности определяется количество влажного сырья:

$$S = S_0 \frac{100 - v_0}{100 - v}, \quad (2)$$

где v_0 – естественная влажность сырья; v – существующая влажность сырья.

Затем определяем вместимость реактора:

$$w = S_0 \tau, \quad (3)$$

где τ – время ферментации в сутках.

Например, при существующей влажности сырья КРС 92 % 100 кг сырья естественной влажности (85 %) соответствует 187,5 кг сырья влажностью 92 %.

Выход биогаза обычно определяется в литрах или кубических метрах на килограмм сухого вещества, содержащегося в навозе. Пусть Y_0 – выход биогаза с 1 кг сухого сырья. В табл. 2 показаны значения выхода биогаза на килограмм сухого вещества для разных видов сырья после 25 дней ферментации при мезофильном режиме и 12 дней при термофильном режиме [2, 3].

Таблица 2. Выход биогаза и содержание метана

Тип сырья	Выход биогаза Y_0 , м ³ на кг сухого вещества	Содержание метана β , %
Навоз КРС	0,34	65
Свиной навоз	0,58	68
Птичий помет	0,62	60

Тогда выход биогаза из влажного сырья:

$$Y = Y_0 w \frac{100 - v}{100}. \quad (4)$$

В зависимости от температуры выделяют два режима получения биогаза: мезофильный и термофильный. При мезофильном режиме в биореакторе поддерживается температура от 25 °С до 40 °С. Оптимальная температура 37 °С, а оптимальное время ферментации 25 суток. Термофильный режим ферментации проходит при температуре свыше 40 °С. Оптимальная температура 56 °С, а оптимальное время ферментации 12 суток [2].

Расход биогаза, потребляемый самой установкой для поддержания температурного режима,

$$\Delta Y = \frac{Q}{\mu},$$

где Q – количество тепла, необходимого установке на 1 цикл; μ – теплота сгорания биогаза.

Теплота сгорания метана $\mu_{\text{CH}_4} = 8900 \text{ ккал/м}^3$, содержание метана в биогазе $\approx 60\text{--}68\%$, тогда теплота сгорания биогаза $\mu = 5340\text{--}6050 \text{ ккал/м}^3$, или $\mu = 22\text{--}25 \text{ МДж/м}^3$.

Полезный выход биогаза равен $(Y - \Delta Y) \text{ м}^3$, процент потребления биогаза установкой составляет $\frac{\Delta Y}{Y} \cdot 100\%$.

Количество тепла, необходимого для поддержания температурного режима установки с учетом тепловых потерь, рассчитывается по формуле

$$Q = Q_{\text{нагр}} + Q_{\text{тп}}, \quad (5)$$

где $Q_{\text{нагр}}$ – количество тепла, необходимое для нагрева сырья до температуры ферментации; $Q_{\text{тп}}$ – теплопотери в окружающую среду.

Количество тепла на нагрев сырья определяется по формуле

$$Q_{\text{нагр}} = wC(t - t_0), \quad (6)$$

где w – масса загружаемого сырья; C – теплоемкость сырья, принятая в расчетах $C = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$; t – температурный режим установки; t_0 – естественная температура сырья.

Температура сырья t_0 летом принималась равной 20 °С, а зимой 10 °С [2].

Теплопотери биореактора в окружающую среду:

$$Q_{\text{тп}} = Q_1 + Q_2 + Q_3, \quad (7)$$

где Q_1 – теплопотери через стенки реактора над землей; Q_2 – теплопотери через стенки под землей; Q_3 – теплопотери через крышу (рис. 3).

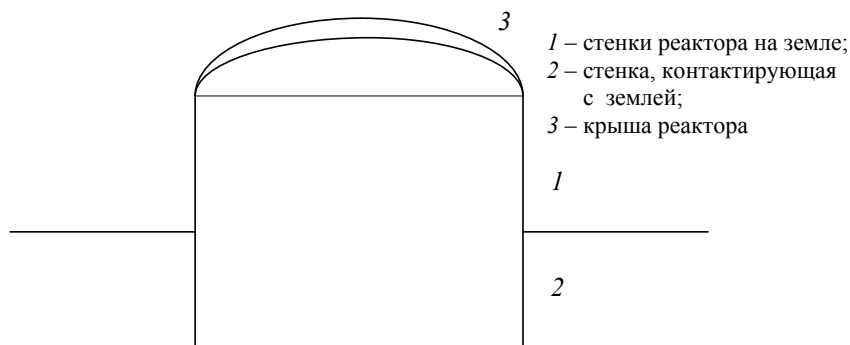


Рис. 3. Схема теплообмена

Теплопотери через стенки над землей определяются по формуле

$$Q_1 = \frac{t - t_{\text{н}}}{R_1} S_1, \quad (8)$$

где t – температурный режим установки; $t_{\text{н}}$ – температура наружного воздуха; S_1 – площадь поверхности теплообмена; R_1 – сопротивление теплопередаче стенки реактора над землей, $\frac{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Вт}}$ [4].

Сопротивление теплопередаче стенки над землей определяется по формуле

$$R_1 = \frac{1}{\alpha_{\text{в}}} + R_{\text{б}} + R_{\text{из}} + \frac{1}{\alpha_{\text{н}}}, \quad (9)$$

где $\alpha_{\text{в}}$, $\alpha_{\text{н}}$ – коэффициенты теплоотдачи внутренней и наружной поверхностей стенки биореактора, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$; $R_{\text{б}}$, $R_{\text{из}}$ – термическое сопротивление бетонной стены и слоя утеплителя, $\frac{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Вт}}$ (рис. 4).

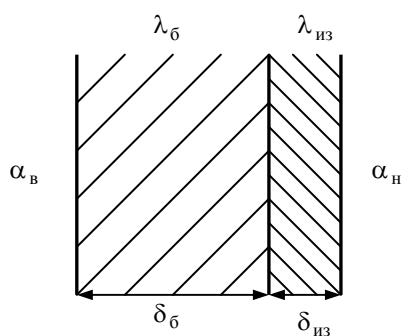


Рис. 4. Схема теплообмена стенки реактора

Сопротивление однородного слоя стенки реактора определяется по формуле

$$R = \frac{\delta}{\lambda},$$

где δ – толщина слоя; λ – коэффициент теплопроводности материала слоя.

Тепловые потери через стенки реактора под землей определяются по формуле

$$Q_2 = \sum_i \frac{t - t_3}{R_2^i} S_2^i. \quad (10)$$

Сопротивление теплопередаче принимается по зонам шириной 2 м:

$R_2^1 = 2,1 \frac{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Вт}}$; $R_2^2 = 4,3 \frac{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Вт}}$; $R_2^3 = 8,6 \frac{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Вт}}$ [5]; S_2^i – площадь поверхностей теплообмена. Температура земли t_3 на глубине до 0,5 м принимается зимой равной -5°C , а летом 10°C , на глубине ниже 0,5 м температура земли не зависит от времени года и принимается равной 2°C .

Тепловые потери через крышу биореактора определяются по формуле

$$Q_3 = \frac{t - t_n}{R_3} S_3. \quad (11)$$

Сопротивление теплопередаче крыши биореактора:

$$R_3 = \frac{1}{\alpha_v} + R_{vp} + R_{gt} + R_{iz} + \frac{1}{\alpha_n}, \quad (12)$$

где R_{vp} – сопротивление теплопередаче воздушной прослойки, при толщине про-

слойки более 0,2 м $R_{vp} = 0,15 \frac{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Вт}}$; R_{gt} – сопротивление теплопередаче газголь-

дера, можно принять $R_{gt} = 0,15 \frac{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Вт}}$ (рис. 5) [4].

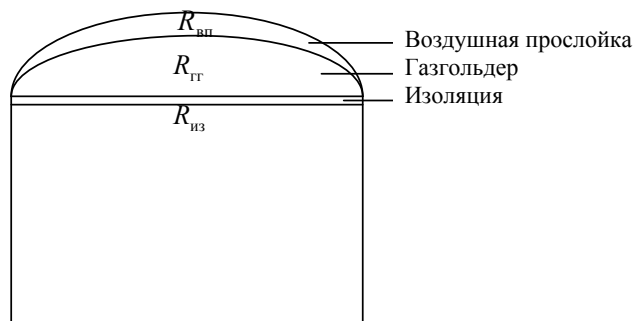


Рис. 5. Схема теплообмена крыши биореактора

В качестве утеплителя взяты плиты минераловатные с коэффициентом теплопроводности $\lambda_{из} = 0,076 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$, толщиной $\delta_{из} = 10 \text{ мм}$.

Средняя температура наружного воздуха t_n летом принималась равной 20°C , а зимой равной -10°C [3].

Анализ эффективности применения биогазовых установок

На основе приведенной модели были рассчитаны характеристики биогазовых установок для различных условий применения.

В табл. 3 представлены данные по выходу биогаза при различных объемах загружаемого сырья и влажности 85 %.

Таблица 3. Выход биогаза при различных объемах загружаемого сырья

Объем загружаемого сырья, т	Выход биогаза, м ³		
	КРС	Свиньи	Птица
20	1 020	1 740	1 860
40	2 040	3 480	3 720
60	3 060	5 220	5 580
80	4 080	6 960	7 440
100	5 100	8 700	9 300
200	10 200	17 400	18 600
400	20 400	34 800	37 200

Как видно из таблицы, выход биогаза из сырья свиней и птицы превышает выход биогаза из сырья КРС примерно в 1,8 раз.

На рис. 6 показана зависимость выхода биогаза от объема загружаемого сырья при влажности сырья 85 %.

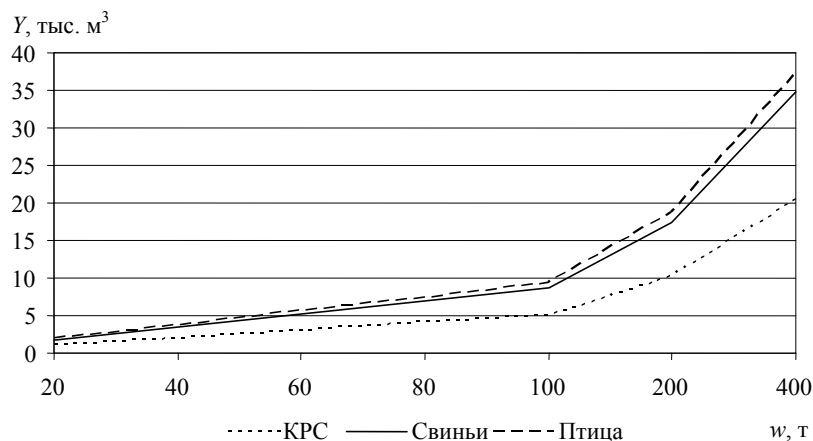


Рис. 6. Зависимость выхода биогаза от объема загружаемого сырья для различных видов сырья (при влажности 85 %)

Выход биогаза сильно зависит от влажности сырья. В табл. 4 и на рис. 7 представлены данные по выходу биогаза при различных значениях влажности сырья при объеме загрузки 100 тонн.

Таблица 4. Выход биогаза при различных значениях влажности сырья

Влажность, %	Выход биогаза, м ³		
	КРС	Свиньи	Птица
75	-	-	15 500
80	-	-	12 400
85	5 100	8 700	9 300
87	4 420	7 540	8 060
90	3 400	5 800	6 200
92	2 720	4 640	4 960
95	1 700	2 900	3 100

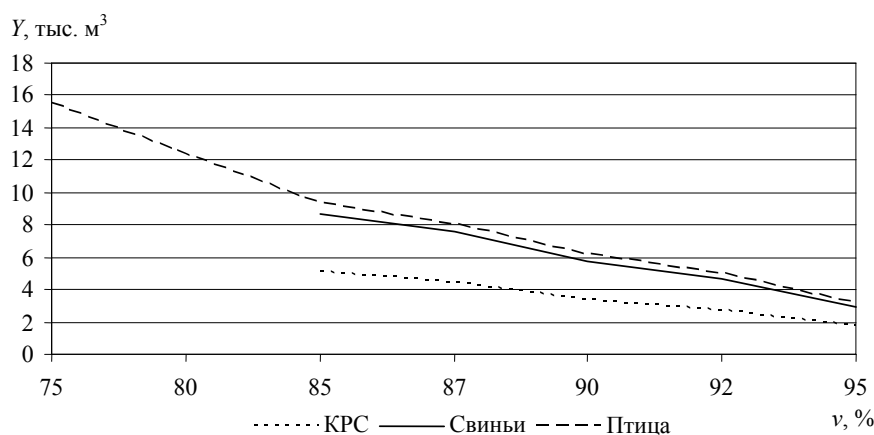


Рис. 7. Зависимость выхода биогаза от влажности для различных видов сырья (при объеме загрузки 100 т)

Из приведенных данных видно, что при увеличении влажности сырья от 85 до 95 % выход биогаза с фиксированного объема сырья снижается в 3 раза.

Было рассчитано потребление биогаза установкой на нагрев сырья и поддержание температурного режима. Рассматривались два случая: с использованием утеплителя и без него. Потребление биогаза установкой для различных видов сырья зимой и летом при мезофильном режиме приведено в табл. 5.

Таблица 5. Потребление биогаза установкой для различных видов сырья

Объем загружаемого сырья, т	КРС, %				Свиньи, %				Птица, %			
	без утеплителя		с утеплителем		без утеплителя		с утеплителем		без утеплителя		с утеплителем	
	лето	зима	лето	зима	лето	зима	лето	зима	лето	зима	лето	зима
20	40,7	62,8	18,8	27,1	23,9	36,8	11,0	15,9	22,3	34,5	10,3	14,8
40	33,6	51,9	16,3	23,5	19,7	30,4	9,5	13,8	18,4	28,4	8,9	12,9
60	30,1	46,6	15,0	21,7	17,7	27,3	8,8	12,7	16,5	25,5	8,2	11,9
80	28,0	43,2	14,2	20,7	16,4	25,3	8,3	12,1	15,3	23,7	7,8	11,3
100	26,4	40,8	13,6	19,9	15,5	23,9	8,0	11,7	14,5	22,4	7,5	10,9
200	22,3	34,4	12,1	17,8	13,0	20,2	7,1	10,4	12,2	18,9	6,6	9,8
400	19,0	29,4	10,9	16,2	11,1	17,2	6,4	9,5	10,4	16,1	6,0	8,9

На рис. 8–11 представлены зависимости потребления биогаза установкой для рассматриваемых случаев.

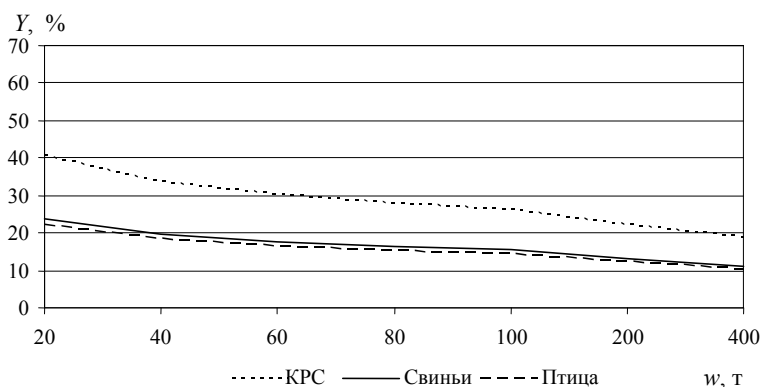


Рис. 8. Зависимость потребления биогаза установкой от объема загружаемого сырья для различных видов сырья без использования утеплителя для летнего периода

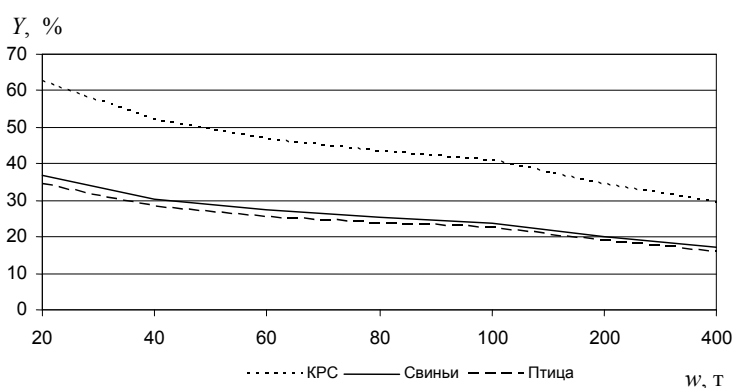


Рис. 9. Зависимость потребления биогаза установкой от объема загружаемого сырья для различных видов сырья без использования утеплителя для зимнего периода

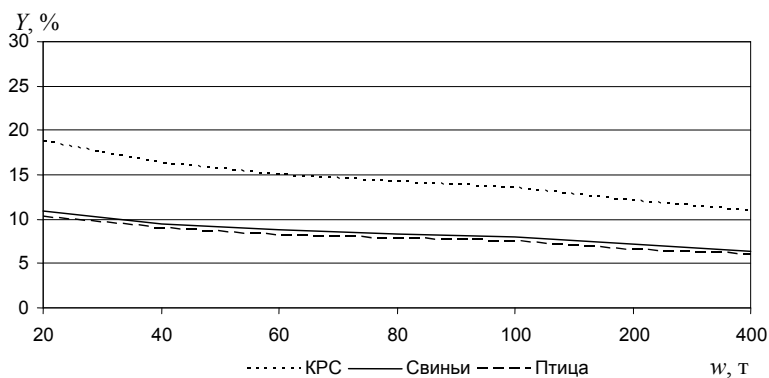


Рис. 10. Зависимость потребления биогаза установкой от объема загружаемого сырья для различных видов сырья с использованием утеплителя для летнего периода

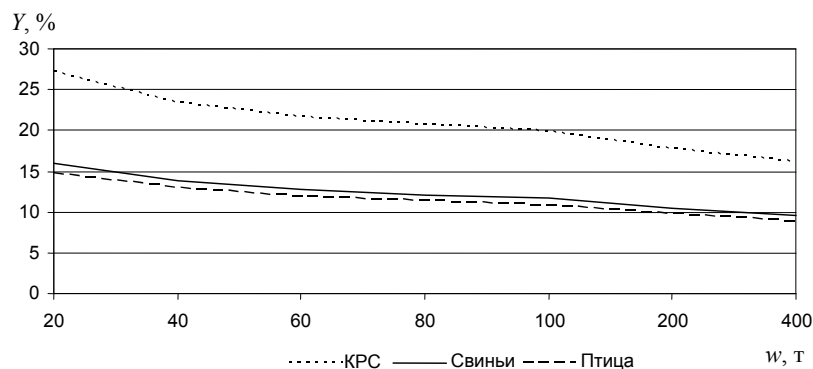


Рис. 11. Зависимость потребления биогаза установкой от объема загружаемого сырья для различных видов сырья с использованием утеплителя для зимнего периода

Потребление биогаза установками малого объема (20–40 т) без использования утеплителя составляет для сырья КРС 30–40 % летом и 50–60 % зимой, для сырья свиней и птицы 20–25 % летом и 30–35 % зимой. Применение утеплителя позволяет снизить тепловые потери и потребление биогаза примерно в 2 раза. Установка объемом 100 т с использованием утеплителя потребляет в среднем на сырье КРС 17 % вырабатываемого биогаза, на сырье свиней и птицы 10 %.

Общий расход тепла включает расход тепла на нагрев сырья и теплопотери в окружающую среду. Он не зависит от типа сырья, а зависит от размеров установки, температуры окружающей среды и температуры сырья. Доли расхода тепла на нагрев и теплообмен с окружающей средой при различных температурных режимах с использованием утеплителя приведены на рис. 12–13.

При мезофильном режиме с использованием утеплителя потери тепла в окружающую среду составляют около 40–60 % от общего расхода тепла, и с увеличением объема загружаемого сырья он уменьшается. При термофильном режиме с использованием утеплителя потери тепла на окружающую среду составляют около 20–40 %. Общий расход тепла при термофильном режиме на 15–30 % выше, чем при мезофильном.

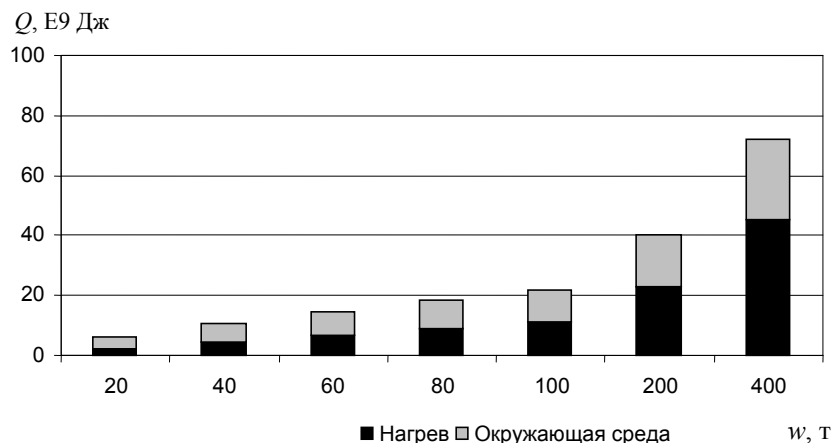


Рис. 12. Диаграмма распределения расхода тепла при мезофильном режиме с использованием утеплителя

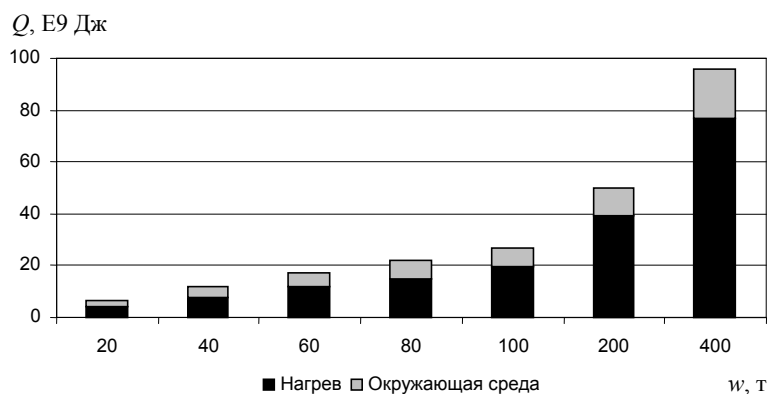


Рис. 13. Диаграмма распределения расхода тепла при термофильном режиме с использованием утеплителя

Рассмотрено поведение установки при различных температурных режимах в зависимости от температуры окружающей среды (рис. 14).

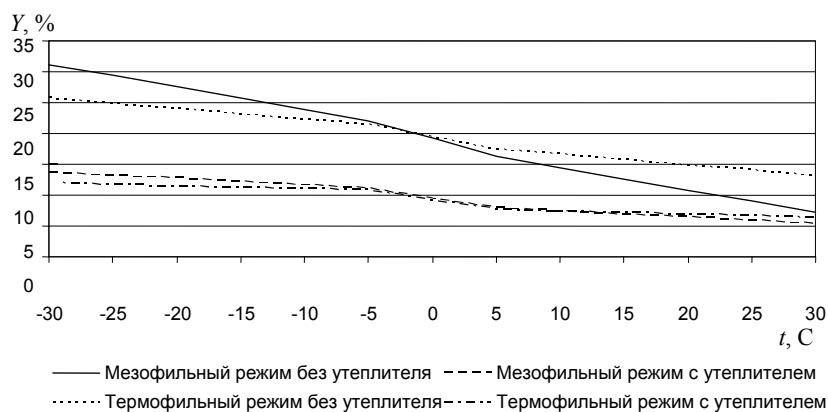


Рис. 14. Зависимость потребления биогаза установкой от температуры окружающей среды

Из приведенных данных видно, что без применения утеплителя потребление биогаза установкой сильно меняется (от 10 до 30 %) при изменении наружной температуры. При наличии утеплителя колебания потребления биогаза незначительны (от 5 до 15 %). Для районов с суровым климатом наиболее эффективно применение установок с использованием утеплителя. При мезофильном режиме она потребляет от 5 до 14 % и при термофильном – от 10 до 15 % биогаза.

Для Удмуртской Республики наиболее эффективно применение установок, работающих при мезофильном и термофильном режимах с использованием утеплителя. При этом потребление биогаза установкой на самообеспечение практически не зависит от резких изменений температуры окружающей среды.

Список литературы

1. Информационные материалы о биогазовых установках. – www.zorg.ua
2. Веденеев, А. Г. Биогазовые установки в Кыргызской Республике. – Бишкек : Типография «Евро», 2006.
3. Параметры и оптимизация процесса получения биогаза. – <http://bio-energetics.ru>
4. Исаченко, В. П. и др. Теплопередача. – М. : Энергоиздат, 1981. – 417 с.
5. СНиП II-3-79. Строительная теплотехника – М. : Минстрой России, 1996. – 28 с.

УДК 517.929.2

А. А. Айзикович, кандидат физико-математических наук, доцент

Д. С. Кочурова, студентка

Ижевский государственный технический университет

О СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНОГО РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ
ВТОРОГО ПОРЯДКА

Приведены неосцилляционные свойства решений линейных разностных уравнений второго порядка и вытекающие из них следствия.

Рассмотрим разностное уравнение

$$\Delta(p\Delta y) + qy = 0 \quad (1)$$

с постоянными коэффициентами, удовлетворяющими неравенствам $p > 0, q > -p$, заданное на множестве целочисленных значений $t \in I = [a, b+2] = \{a, a+1, \dots, b+2\}$, $a, b \in \mathbb{Z}$; здесь $\Delta y(t) = y(t+1) - y(t)$ – правая разность.

В работе получены неосцилляционные свойства решений уравнения (1), частично являющиеся разностными аналогами соответствующих свойств решений линейного дифференциального уравнения второго порядка [1].

Определение. Аргумент t_0 – обобщенный нуль функции $y(t)$, если $y(t_0) = 0$, и $t_0 > a$ – обобщенный нуль, если существует положительное число k , $1 \leq k \leq t_0 - a$, такое, что $(-1)^k y(t_0 - k)y(t_0) > 0$ и $y(t_0 - k + 1) = \dots = y(t_0 - 1) = 0$ при $k > 1$.

Определение. Разностное уравнение (1) неосцилляционно на I , если любое его нетривиальное решение имеет не более одного обобщенного нуля I .

Чередование обобщенных нулей

Теорема 1. Если $y_1(t), y_2(t)$ – линейно независимые решения уравнения (1) и хотя бы одно из решений имеет не менее двух обобщенных нулей, то их обобщенные нули чередуются.

Доказательство. Решением уравнения (1) может быть одна из пар:

$$y_{1,2} = (1 \pm w)^t, \text{ если } \frac{q}{p} = -w^2, \text{ или } y_1 = (1 + w^2)^{\frac{t}{2}} \cos \varphi t, \quad y_2 = (1 + w^2)^{\frac{t}{2}} \sin \varphi t, \text{ если}$$

$$\frac{q}{p} = w^2, \text{ при этом } \cos \varphi t \text{ и } \sin \varphi t \text{ считаются положительными.}$$