Краткий справочник физико-химических величин. – Изд. 8-е, перераб. / под ред. А. А. Равделя и А. М. Пономаревой. – Л. : Химия, 1983. – 160 с.

7. *Сычев, М. М.* Неорганические клеи. – Л. : Химия, 1974. – 160 с.

8. Бобрышев, А. Н. Синергетика дисперсно-наполненных композитов / А. Н. Бобрышев, В. Н. Козомазов, Р. И. Авдеев. В. И. Соломатов. – М. : ЦКТ, 1999. – 252 с.

9. Штакельберг, Д. И. Самоорганизация в дисперсных системах / Д. И. Штакельберг Сычев М. М. – Рига : Зинатне, 1990. – 175 с.

10. *Токарев, Ю. В.* Роль ультрадисперсных добавок в процессах гидратации ангидритового вяжущего / Ю. В. Токарев, Г. И. Яковлев, Г. Н. Первушин, А. Ф. Бурьянов, Я. Керене // Строительные материалы, оборудование и технологии XXI века. – 2009. – № 5. – С. 18–20.

УДК 681.7.062

К. В. Шишаков, кандидат физико-математических наук Ижевский государственный технический университет

### СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ СКАНИРУЮЩИХ ЗЕРКАЛ

## Введение

Сканирующие зеркала находят широкое применение в системах поиска объектов (целей) и наблюдения протяженных поверхностей. Примером первого направления является система установления лазерной связи между малыми КА. Примером второго направления – система съемки земной поверхности с КА LANDSAT [1, 2].

В системах съемки приемные устройства состоят из матрицы последовательно установленных линеек фотодетекторов (для работы в широком диапазоне инфракрасных длин волн, причем каждая из линеек настроена на свою длину волны принимаемого излучения). Сканирование по земной поверхности осуществляется поперек траектории полета спутника с помощью управляемого зеркала [3]. При этом различают варианты одностороннего и двухстороннего сканирования (рис. 1; их эффективные развертки можно найти в справочниках).



Рис. 1. Изменение угла наклона зеркал при одностороннем (*a*) и двухстороннем (б) сканировании (сплошные линии – рабочий ход, пунктирные – холостой)

Для реализации двухстороннего сканирования обычно требуется дополнительное зеркало, односторонне сканируемое с малой амплитудой в направлении полета. Оно устанавливается в оптическом тракте и регулирует ортогональность к направлению полета полос сканирования.

<sup>©</sup> Шишаков К. В., 2009

Наука – производству

Наиболее значимыми параметрами для систем съемки традиционно считают поле обзора и пороговую температурную чувствительность на заданной пространственной частоте (т. е. при заданном пространственном разрешении). Важен также допустимый уровень искажений геометрического подобия в изображениях объектов съемки. Кроме этого для КА приходится учитывать и ограничения на потребляемую мощность. Исходя из перечисленных параметров выбирают конструкцию сканирующего зеркала и его привод. Проведем системный анализ этих вопросов.

Анализ механических параметров при одностороннем сканировании. В течение рабочего хода (режим сканирования) угол наклона ф опишем линейной зависимостью (рис. 1, *a*):

$$\varphi = \Omega(t - t_S / 2) , \quad t_1 \le t \le t_2 = t_S - t_1.$$
(1)

Здесь  $t_S$  – период цикла;  $K_t = (t_2 - t_1)/t_S$  – отношение времени сканирования к времени цикла ( $\Rightarrow t_1 = (1 - K_t)t_S/2$ );  $\Omega = 2\phi^* / K_t t_S$ ;  $\phi^*$  – амплитуда рабочего хода. Тогда угловая скорость, момент  $M_u$  на оси и мгновенная механическая мощность Pбудут ( І – момент инерции):

$$\dot{\phi} = \Omega, \ M_u = I\ddot{\phi} = 0, \ P \equiv \left| M_u \cdot \dot{\phi} \right| = 0.$$
 (2)



Puc. 2. Варианты движения сканирующих зеркал

Движение зеркал при сканировании обычно организуют в одном из трех вариантов (рис. 2): а – угловое движение по заданному закону (с помощью шагового двигателя); б – использование рекуперации энергии (понижаются требования к двигателю); в - использование кулачкового привода (для двигателей с постоянной скоростью вращения).

От выбора варианта зависит движение зеркала на холостом ходу (возврат в исходное состояние). Для зеркала на рис. 2, а его можно вычислить из минимизации одного из функционалов с граничными условиями:

$$I_1 = \int_{-t_1}^{t_1} M_u^2 dt \Rightarrow \min \text{ или } I_2 = \max \left( M_u \right( \Rightarrow \min$$
(3)

$$\phi(-t_1) = \phi^*, \phi(t_1) = -\phi^*, \dot{\phi}(-t_1) = \dot{\phi}(t_1) = \Omega.$$
 (4)

На интервале  $t \le t_1$  в первом случае получается:

$$\varphi = \varphi^* \left[ \tau^3 - \left( 1 + 2K_t \right) \tau \right] / 2K_t, \ \tau \equiv t/t_1, \tag{5}$$

и во втором

$$\varphi = \varphi^* \tau \left( \left( \tau \left( -1 - K_t \right) / K_t \right).$$
(6)

Отсюда находятся важные при выборе двигателя величины:  $\dot{\phi}^*$  – максимальная угловая скорость;  $M_u$  – максимальный момент на оси;  $P_{cp}$  – средняя за время цикла сканирования механическая мощность:

$$\dot{\varphi}^* = \varphi^* f_{\omega} / t_s, \ M_u^* = I \varphi^* f_M / t_s^2, \ P_{\rm cp} = \frac{1}{t_s} \int_0^{t_s} P dt = I \varphi^{*2} f_P / t_s^3.$$
(7)

Введенные функции f для (5) и (6), соответственно, имеют вид:

$$f_{\omega} = \frac{1+2K_t}{K_t (1-K_t)}; f_M = \frac{12}{K_t (1-K_t)^2}; f_P = \frac{8K_t^2 - 4K_t + 5}{K_t^2 (1-K_t)^2};$$
(8)

$$f_{\omega} = \frac{2(1+K_t)}{K_t(1-K_t)}; f_M = \frac{8}{K_t(1-K_t)^2}; f_P = 8\frac{K_t^2+1}{K_t^2(1-K_t)^2},$$
(9)

где выражения для  $f_{\omega}$  справедливы при  $f_{\omega} > 2 / K_t$ , когда  $\dot{\phi}^* > \Omega$ .

Из сравнения (8) и (9) видно, что во втором случае максимальный управляющий момент уменьшается в 1,5 раза, однако при этом возрастает средняя мощность (почти в 3 раза при  $K_i \sim 0.7$ ).

Для уменьшения максимального управляющего момента и средней потребляемой механической мощности применяют пружинную рекуперацию энергии (рис. 2, б). Если зеркало закреплено на пружине, имеем:

$$M_u = I\ddot{\varphi} + C\varphi \quad . \tag{10}$$

Для (5) легко графически показать уменьшение максимального момента в два раза при  $C = M_u^* / 2\phi^*$ . При этом потребляемая средняя мощность существенно не изменяется.

Если шаговый двигатель имеет постоянную скорость (частоту питания) в течение рабочего хода и «почти отключается» во время холостого хода, возвращение зеркала в исходное состояние осуществляется на резонансной частоте пружины по закону

$$\varphi = -\varphi^* \sin k\tau / \sin k, \ |\tau| < 1, \tag{11}$$

где  $k \cdot \operatorname{ctg} k = -\Omega t_1 / \varphi^* = 1 - 1 / K_t$ ,  $C = I k^2 / t_1^2$ . При этом будем иметь:

$$f_{\omega} = 2/K_t; f_M = 4k^2/(1-K_t)^2; f_P = f_M.$$
<sup>(12)</sup>

Если используются две ограничительные пружины (на краях рабочего хода зеркала), то на участке холостого хода  $|t| \le t_1 = t_1 - \Delta_t$  может быть решена задача типа (3), (4) с заменой  $\Omega$  на (–  $\Omega$ ). Пусть время «нахождения зеркала на пружине» составляет  $\Delta_t$  (при этом жесткость пружины  $C = I(\pi / \Delta_t)^2$ ). Тогда, по аналогии с (5), закон «обратного хода»

$$\varphi = \varphi^* a \Big[ \tau_1'^3 - (1 + 1/a) \cdot \tau_1' \Big], \ \tau_1' \le 1,$$
(13)

где  $\tau'_1 \equiv t/t'_1$ ,  $a = \left[1 - (1 - K_t)^2 \delta_t / K_t\right]/2$ ,  $\delta_t \equiv 1 - \Delta_t / t_1$ .

Ему соответствуют следующие значения функций в (7):

$$f_{\omega} = \frac{K_t (3 + \delta_t) - \delta_t}{\delta_t K_t (1 - K_t)}; f_M = 12 \frac{K_t (1 + \delta_t) - \delta_t}{\delta_t^2 K_t (1 - K_t)^2};$$

$$f_P = \left(9K_t^2 + 6K_t (K_t - 1)\delta_t - 3\delta_t^2 (K_t - 1)^2\right) / \delta_t^2 K_t^2 (1 - K_t)^2.$$
(14)

В сравнении с (8) для  $\delta_t = 2/3$ ,  $K_t = 0,5$  максимальная угловая скорость двигателя уменьшится на 12 %, максимальный момент на оси – на 63 %, средняя потребляемая мощность – на 60 %. При  $K_t = 0,4$  получается  $f_M = f_P = 0$  (т. е. зеркало колеблется в резонансе).

В зеркале с кулачковым приводом используется двигатель с постоянной скоростью вращения. Непрерывность контакта зеркала с кулачком обеспечивается прижимной пружиной с предварительным углом закручивания  $\varphi_0 \sim \varphi^*$ , определяемым максимальным значением угла (5). При этом наименьшее значение максимального управляющего момента достигается при  $C = M_u^* / 2\varphi^*$  и составляет  $M_u^*$ , которое вычисляется в соответствии с (8) (легко показать графически). Средняя механическая мощность здесь приближенно оценивается

$$P_{\rm cp} \approx M_u^* \Omega K_t / 2, \ f_P \approx f_M = 12 / K_t (1 - K_t)^2.$$
 (15)

Анализ механических параметров при двухстороннем сканировании. Рассмотренные режимы одностороннего сканирования обычно применяют для небольших зеркал (обладают малой инерцией). С увеличением апертуры зеркал (в высокочувствительных системах съемки) более предпочтительным становится двухстороннее сканирование [1, 2].

Рабочий ход двухстороннего сканирования опишем следующими линейными зависимостями (рис. 1, б) :

$$\varphi = \Omega(t + t_S K_t/2), \quad -t_P \le t \le 0;$$
  

$$\varphi = \Omega[-t + t_S(1 - K_t/2)], \quad t_X \le t \le t_S,$$
(16)

где  $t_P = K_t t_S$ ,  $t_x = (1 - K_t) t_S$  и справедливы соотношения (2).

Движение «свободного» зеркала (рис. 2, a) в течение холостого хода определим из минимизации  $I_2$  в (3):

$$d^{3}\varphi/dt^{3} = 0, \ \varphi(0) = \varphi(t_{X}) = \varphi^{*}, \ \dot{\varphi}(0) = \Omega, \ \dot{\varphi}(t_{X}) = -\Omega.$$
(17)

Отсюда найдем: 
$$\varphi = \varphi^* \left[ 1 + 2\left(1 - K_t\right) \left(\tau_X - \tau_X^2\right) / K_t \right], \ \tau_X \equiv t/t_X.$$
 (18)

Полученная зависимость характеризует и наименьшее значение  $I_1$  в (3), имеющего экстремали в классе функций:  $d^4 \varphi / dt^4 = 0$ .

Из выражений (16), (18) несложно получить:

$$f_{\omega} = 2/K_t; f_M = 4/K_t (1-K_t); f_P = 4/K_t^2.$$
(19)

В сравнении с (8) видно, что при  $K_t = 0,7$  максимальный момент уменьшается в 10 раз, а средняя механическая мощность – в 17 раз.

Для зеркал с двумя ограничительными пружинами (рис. 2, б), максимальный управляющий момент и потребляемая мощность определяются только исходя из требований преодоления сил сопротивления.

Для зеркал с кулачковым приводом (рис. 2, e) и прижимной пружиной, имеющей наименьшую достаточную жесткость, можно приближенно принимать  $f_{\omega}, f_{\rm M}$  в соответствии с (19), и

$$f_P \approx 4 / K_t (1 - K_t)$$
 (20)

Анализ упругих свойств сканирующих зеркал. Инерционные нагрузки, создаваемые при периодическом угловом движение больших сканирующих зеркал, вызывают заметные упругие микродеформации их поверхности. Это может привести к дополнительным угловому смещению и к искажению изображения. Влияние на ухудшение пространственного разрешения системы зависит от соотношения периода вибрации и времени накопления сигнала с одного элемента разложения.

Зависимость микродеформаций от параметров зеркал наглядно получается в рамках приближенного анализа. Ограничиваясь первой формой собственных колебаний кососимметрично изгибаемого зеркала, упругий прогиб w под действием инерционной нагрузки  $q = -\rho hy \ddot{\phi}$  опишется [7]

$$w \approx \Phi(t) y^2 / b, \ \dot{\Phi} + (\omega \delta / \pi) \dot{\Phi} + \omega^2 \Phi = -B \ddot{\varphi}, \tag{21}$$

где *у* – расстояние от оси вращения;  $b = y_{max}$  – расстояние до края зеркала;  $\rho$  – плотность материала; h – толщина зеркала;  $\delta << 1$  – логарифмический декремент затухания;  $B = b(y, y^2) / (y^2, y^2) = 5/4$  – коэффициент разложения инерционной нагрузки по первой моде (круглые скобки обозначают скалярное произведение по области пластины);  $\omega \approx (h/b^2) \sqrt{E/\rho}$  – низшая резонансная частота [7]; E – модуль Юнга.

Вызываемое упругими деформациями относительное угловое смещение элемента дискретизации ограничим заданной ошибкой є в % :

$$|(y,w)|/(y,y) \approx 3\Phi/4 \le 0,01\epsilon\Delta Y_0/2l_0.$$
 (22)

Здесь  $\Delta Y_0$  – размер проекции приемной площадки на сканируемую поверхность;  $l_0$  – расстояние до поверхности.

Для низких частот сканирования (значительно ниже первой резонансной частоты зеркала) решение (21) можно считать квазистатическим:  $\Phi \approx -B\ddot{\varphi}/\omega^2$ . Тогда из (22) с учетом (7) и  $\ddot{\varphi} = M_{\mu}/I$  будем иметь:

$$2\varphi^{*}\frac{b^{4}}{h^{2}}\frac{\rho}{E}\frac{f_{M}}{t_{S}^{2}}\frac{l_{0}}{\Delta Y_{0}} \le 0,01\varepsilon.$$
(23)

Заметим, что для закрепленного на пружине сканирующего зеркала левую часть (23) с учетом (10) необходимо умножить на 0,5. Кроме этого, если требуется по возможности уменьшить инерционные нагрузки, движение на холостом ходе следует приближать к гармонической функции.

Итак, выписанные соотношения позволяют при заданных параметрах сканирования  $K_t$ ,  $t_s$ ,  $\varphi^*$  оценить важнейшие «механические» параметры сканирующих зеркал (см. (7), (23)): максимальную угловую скорость зеркала, максимальный момент на оси, среднюю механическую мощность, относительный уровень упругих микродеформаций поверхности зеркал, а также их взаимосвязи через конструктивные параметры. Их значения, в том числе, влияют на выбор электропривода (для шаговых электродвигателей, сюда еще следует добавить момент инерции нагрузки *I*).

Ниже рассмотрим выбор механических параметров зеркал исходя из важнейших критериев сканирующих систем.

Анализ параметров сканирующих зеркал из требований пространственного разрешения. Пространственное разрешение характеризуется размерами  $\Delta X_0, \Delta Y_0$  проекции чувствительного элемента на поверхность (ортогонально направлению сканирования и вдоль его).

При сканировании земной поверхности из космоса имеет место зависимость

$$t_{S} = (1 - \mu) m \Delta X_{0} / V, \ V \equiv (r_{3}g_{3})^{1/2} (1 + l_{0} / r_{3})^{-3/2}.$$
<sup>(24)</sup>

Здесь  $\mu \ll 1 - коэффициент «перекрытия» полос сканирования;$ *m*– количество чувствительных элементов в фотолинейке при параллельном сканировании;*V*– проекция скорости полета КА на Землю;*r*<sub>3</sub> – радиус Земли,*g*<sub>3</sub> – ускорение свободного падения;*l*<sub>0</sub> – высота полета.

Примем соизмеримость  $\Delta Y_0 \sim \Delta X_0$  и длины зеркала к ширине (диаметру приемной апертуры)  $D(b \sim D)$ . Тогда условие (23) для упругих микродеформаций с учетом (24) примет вид (типа соотношения подобия)

$$(\varphi^* l_0 / m^2) (f_M / \Delta X_0^3) (D^4 / h^2) \le \text{const}.$$
 (25)

Анализ параметров сканирующих зеркал из требований температурного разрешения. Температурное разрешение тепловизионной системы обратно пропорционально величине [6, 9]

$$1/\Delta T \sim D^* (D/f)^2 (S_{\Pi} \Delta \tau)^{1/2},$$
 (26)

где  $D^*$  – удельная обнаружительная способность (в общем случае зависящая от площади  $S_{\underline{J}}$  чувствительного элемента); f – фокусное расстояние;  $\Delta \tau$  – время «на-копления» сигнала кадра.

Временной интервал  $\Delta \tau$  облучения элемента разрешения не может превышать (при наблюдении слабых объектов) интервал  $\Delta t$  «прохождения» изображения предмета через чувствительный элемент фотодетектора при сканировании [3]. Тогда с учетом  $\Delta \tau \sim \Delta t$  и

$$f^{2} / S_{\mathcal{I}} = l_{0}^{2} / \Delta X_{0} \Delta Y_{0}, \quad \Delta t = K_{t} t_{S} \Delta Y_{0} / 4 \varphi^{*} l_{0}$$
<sup>(27)</sup>

из (26) получим:

$$1/\Delta T \sim (D\Delta X_0^{1+n}/l_0)^2 (K_t m / \varphi^* l_0)^n,$$
(28)

где n = 0,5 для  $\Delta \tau \sim \Delta t$  и n = 0 для  $\Delta \tau = \text{const.}$ 

Анализ параметров сканирующих зеркал из требований ограничения потребляемой мощности. Среднюю потребляемую механическую мощность определим в соответствии с (7), (24) и известной пропорциональностью  $I \sim hb^4$  [7] (с учетом  $b \sim D$ ):

$$P \sim \left( \phi^{*2} / m^3 \right) \left( f_p / \Delta X_0^3 \right) D^4 h \,. \tag{29}$$

Выражения (25), (28), (29) позволяют согласованно варьировать значения параметров  $K_t$ , D, h при фиксированных  $m, \phi^*, l_0$ .

Эффективное согласование параметров сканирующих зеркал с критериями сканирующих систем. Такое согласование предполагает анализ задач оптимизации критериев сканирующих систем по параметрам сканирующих зеркал. В качестве важнейшего критерия тепловизионных систем выберем величину температурного разрешения (28).

1. Если максимизируется температурное разрешение без ограничений, получим  $D^4 K_t^{2n} \Rightarrow \max$ . Это соответствует известному рассуждению: пороговые характеристики систем съемки тем лучше, чем меньше шумовая полоса частот  $\Leftrightarrow$  чем дольше накапливается сигнал с одного элемента разложения  $\Leftrightarrow$  чем ближе  $K_t$  (КПД сканера) к единице.

2. Если максимизируется температурное разрешение с ограничениями на пространственное разрешение  $\Delta X_0$  и потребляемую мощность (29), будем иметь  $D^4 K_t^{2n} \Rightarrow \max$ ,  $f_v D^4 h \le \text{const.}$  Ее решение сводится к максимизации функции:

$$\Phi' = K_t^{2n} / f_p(K_t) . (30)$$

(Напомним, что n = 0,5 для  $\Delta \tau \sim \Delta t$  и n = 0 для  $\Delta \tau = \text{const.}$ )

3. Если максимизируется температурное разрешение (28) при ограничениях на разрешение  $\Delta X_0$ , потребляемую мощность (29) и амплитуду дрожания изображения (25), получим задачу:

$$D^4 K_t^{2n} \Rightarrow \max, f_p D^4 h \le \text{const}, f_M D^4 / h^2 \le \text{const}.$$
 (31)

Ее решение приводит к максимизации функции:

$$\Phi = K_t^{6n} / f_p^2(K_t) f_M(K_t), K_t \in [0,1].$$
(32)

В качестве примера рассмотрим случай n = 0.5 ( $\Delta \tau \sim \Delta t$ ). Для выписанных выше законов одностороннего сканирования (8), (9), (12), (15) несложно вычислить, соответственно,  $K_t^{opt} = 0.54$ , 0.54, 0.44, 0.5 (при этом  $\Phi^{\text{max}} \cdot 10^7 = 2.1$ , 0.8, 4,6, 1,4); а для законов двустороннего сканирования (19), (20)  $K_t^{opt} = 0.89$ ; 0.67 (при этом  $\Phi^{\max} \cdot 10^4 = 6,8; 0,5)$ . По найденному параметру  $K_t$  на основе (31) легко выбрать величины D и h.

Выписанные зависимости (30) и (32) от параметра К, могут быть использованы

также при решении задач эффективного компромиссного выбора сразу всех важнейших критериев: температурного и пространственного разрешения, потребляемой мощности и амплитуды дрожания изображения при фиксированном диаметре *D* приемной апертуры.

На практике увеличением *D* можно значительно сильнее повысить температурное разрешение (см. (28)), чем оптимизацией *K*<sub>t</sub>. На этом пути, учитывая ограни-

чения по мощности, стремятся использовать тонкие облегченные зеркала. Для них эксплуатационные микроколебания поверхности становятся важнейшим ограничивающим фактором. Здесь представляют интерес как амплитуда возбуждаемых при сканировании микроколебаний, так и скорость их затухания. В последнем случае требуется анализ пассивного и активного (если позволяет электропривод) демпфирования.

Моделирование микроколебаний поверхности сканирующих зеркал (пункт написан совместно с канд. техн. наук С. А. Бендер). Пусть сканирующее пластинчатое зеркало установлено под углом  $45^{\circ}$  к оптической оси и имеет размах сканирования  $\pm 15^{\circ}$ . При этом угол сканирования луча будет удвоенным и составит  $90^{\circ} \pm 30^{\circ}$ . В этом случае потребуется сканирующее зеркало в форме эллипса, длина которого в два раза больше ширины. В дальнейшем аппроксимируем такую форму прямоугольной пластиной со скошенными краями. Для исследования квазистатических, динамических и управляемых колебательных процессов в рамках единого формализма выберем конечно-разностный метод моделирования (в стандартных программах конечно-элементный анализа сложнее изучать динамику с обратной связью; кроме того они обычно ориентированы на модальный анализ динамики). В декартовых координатах колебания пластины переменной толщины описываются уравнением [7]:

$$\rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \left(1 + \mu \frac{\partial}{\partial t}\right) LW = q, L \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(G \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(G \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(G \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(G \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) + 2(1 - \nu) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(G \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}\right),$$

где  $G = Eh^3/12(1 - v^2)$  – цилиндрическая жесткость; q – внешняя нагрузка; h(x,y) – толщина; E, v,  $\rho$ ,  $\mu$  – соответственно, модуль Юнга, коэффициент Пуассона, плотность, коэффициент внутреннего демпфирования;  $\mu = \delta/\pi\Omega$ ,  $\Omega$  – частота колебаний,  $\delta$  – логарифмический декремент затухания.

Конечно-разностные аппроксимации оператора L и граничных условий приведены в статье [12]. Это позволило перейти от (33) к замкнутой системе обыкновенных дифференциальных уравнений  $\dot{x} = Ax + BQ_{\phi}$ . При интегрировании по времени использовался явный метод Рунге – Кутта четвертого порядка. Для конечноразностной сетки 128×64 (64×64 для консольной половины пластины) отличие от результатов, получаемых в стандартных пакетах конечно-элементного анализа, не превышало 1–3 %.



Исследовалось одностороннее сканирование с движением на холостом ходе длительностью Т<sub>\u03c0</sub> в виде гармонической функции. При этом на поверхность зеркала действовала инерционная нагрузка  $q = -\rho h x \ddot{\phi}$ . Учитывая симметрию задачи, использовалась вспомогательная модель консольного пластинчатого элемента  $b \times b$ постоянной толщины (половина сканирующего зеркала). Угловое движение такого элемента описывалось функцией  $\varphi = \frac{A_{\varphi}}{2} \left(1 - \cos \pi t / T_{\varphi}\right)$  при  $0 \le t \le T_{\varphi}$  и  $\varphi = A_{\varphi}$  при  $t > T_{\phi}$ . Для зеркала постоянной толщины с параметрами  $E = 7 \cdot 10^{10} \text{ H/m}^2$ ;  $\rho = 2700$  кг/м<sup>2</sup>;  $\delta = 5 \cdot 10^{-6}$ ;  $h_0 / b = 0,1$ ; b / a = 0,5 наблюдался прогиб в центре дальнего свободного края (используя критерии подобия, можно перейти и к другим параметрам зеркал). Переходные процессы изгибных колебаний в такой точке для трех случаев  $\tau_{\phi} = 2$ ; 1; 0,1 ( $\tau_{\phi} = T_{\phi} / T_0$ , где  $T_0$  – период низшей резонансной моды) приведены на рис. 3, а (выделенными точками на рисунке обозначены моменты окончания действия нагрузки). Возникающие после прекращения действия нагрузки свободные колебания подвергались спектральному анализу (в MATLAB). Получающиеся безразмерные амплитуды первой и второй форм колебаний в зависимости от  $\tau_{\phi}$  показаны на рис. 3,  $\delta$  . Графический вывод результатов проводился в безразмерных величинах. Для их пересчета в размерные величины используются коэффициенты: для прогибов  $k_W = 4,1570 \cdot 10^{-7}$  м; для времени  $k_T = 4,0778 \cdot 10^{-3}$  с; для частот  $1/(\pi k_T) = 78,06$  Гц.

Рассмотрим периодическое действие нагрузки с интервалом  $T_q$ . Уменьшение амплитуды свободных колебаний при наличии конструкционного демпфирования описывается как  $A_i(t) \approx A_i(T_{\varphi}) \exp[-\delta\Omega_i t/2\pi]$ . С течением времени такие амплитуды (от каждого приложения нагрузки) в худшем случае будут суммироваться, приводя к значению

$$A_{i}^{\Sigma} \approx A_{i} \left(T_{\varphi}\right) \sum_{k=0}^{\infty} \exp\left[-KD_{i}\right] = A_{i} \left(T_{\varphi}\right) / \left[1 - \exp\left(-D_{i}\right)\right], \text{ rge } D_{i} \equiv \delta\Omega_{i} T_{q} / 2\pi$$

Отсюда, совместно с рис. 3, *б*, можно производить выбор конструктивных параметров пластинчатого зеркала (с учетом расположения его резонансных частот намного выше частоты нагрузки).

Учитывая слабое затухание колебательных процессов, рассмотрим возможности их активного подавления (если полоса частот электропривода существенно выше частот микроколебаний).

Анализ возможностей активного демпфирования микроколебаний поверхности сканирующих зеркал (пункт написан совместно с канд. техн. наук С. А. Бендер). Будем наблюдать значение прогиба (*y*) зеркала в наиболее удаленной от оси точке (через двойное интегрирование сигнала акселерометра). В этом случае получаем следующую стандартную формулировку задачи наблюдения:  $\dot{x} = A_3 x + B_3 u$ ;  $y = C_1 x$ . На рис. 4, *а* показаны получающиеся ЛАЧХ и ФЧХ зеркала с конструкционным демпфированием при прежних параметрах, на рис. 4, *б* – реакция на единичную ступеньку, только изменен нормирующий коэффициент для прогибов на  $k_W = 8,4240 \cdot 10^{-8}$  м.

Рассмотрим также сигнал наблюдения с тензорезистора (измеряет относительную поверхностную деформацию в точке его прикрепления к тыльной стороне зер-

кала):  $e_n = -\frac{\hat{h}}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial n^2}$ , где  $\hat{h}$  – толщина зеркала в точке; n – направление измерения

датчика. Пусть тензорезистор установлен вдоль оси *X* вблизи центра зеркала (оси вращения), где наблюдаются наибольшие относительные деформации на низшей резонансной частоте. Полученные ЛАЧХ, ФЧХ и реакция на единичную ступенчатую функцию изображены на рис. 5, *a* и *б*.



Puc. 4



Амплитудно- и фазово-частотная характеристика

Puc. 6

При анализе системы активного демпфирования микроколебаний зеркала вводится управление моментом, прикладываемым к оси колебаний зеркала. Контур управления был построен через решение линейно-квадратичной задачи синтеза оптимального регулятора по сигналу прогиба в удаленной точке. Такой регулятор позволил уменьшить время установления на два порядка (рис. 6), по сравнению с естественным затуханием микроколебаний при слабом конструкционном демпфировании. На рис. 6, *а* видно сглаживание низшей резонансной частоты.

# Заключение

Выписанные зависимости позволяют формулировать и предварительно анализировать широкий круг задач по системному анализу параметров сканирующих зеркал.

#### Список литературы

1. Engel, I. L. The thematic mapper – an overvierv / I. L. Engel, O. Weinstein // IEEE, VGE-21. – 1983. – № 3. – Р. 258–264.

2. Lansing I. C. / Thematic mapper design description and performance prediction / I. C. Lansing, T. D. Wise // SPIE. – Vol 183, Space Optics (1979). – P. 224–234.

3. Справочник по инфракрасной технике / ред. У. Вольф, Г. Цисис. – Т. 2. – М. : Мир, 1998.

4. *Криксунов, Л. 3.* Справочник по основам инфракрасной техники. – М. : Сов. радио, 1978. – 400 с.

5. Дорофеева, М. В. Зеркальные сканирующие системы оптико-электронных приборов ИК диапазона спектра / М. В. Дорофеева, А. И. Омелаев // Оптический журнал. – 1996. – № 1. – С. 66–70.

6. Госсорг, Ж. Инфракрасная термография. Основы, техника, применение. – М. : Мир, 1988. – 416 с.

7. *Филиппов, А. П.* Колебания деформируемых систем. – М. : Машиностроение, 1970. – 736 с.

8. Ухов, Б. В. Критерий сравнения телевизоров и сканирующих оптико-механических устройств / Б. В. Ухов, Л. А. Скитева, Т. И. Митянина // Оптико-механическая промышленность. – 1983.– № 6. С. 20–24.

9. *Мирошников, М. М.* Теоретические основы оптико-электронных приборов. – Л. : Машиностроение, 1983. – 610 с.

10. Вафиади, А. В. Аналитические модели сканирующих тепловизионных приборов // Оптический журнал. – 1997. – № 1. – С. 32–36.

11. Шустер, Н. Определение основных параметров инфракрасных объективов // Оптический журнал. – 1996. – № 5. – С. 43–48.

12. Бендер, С. А. Переходные процессы в консольных пластинах при угловых перемещениях / С. А. Бендер, К. В. Шишаков // Газоструйные импульсные системы. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2000. – Т. 2. – С. 197–206.

# УДК 691.311

А. В. Пислегина, бакалавр; Г. И. Яковлев, доктор технических наук, профессор Н. Н. Серебрякова, магистрант; И. С. Маева, аспирант Ижевский государственный технический университет Керене Я., доктор, профессор Вильнюсский технический университет им. Гедиминаса, Литва

# ЭФФЕКТИВНЫЙ КОМПОЗИЦИОННЫЙ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫЙ МАТЕРИАЛ НА ОСНОВЕ ТЕХНОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ

## Введение

Производство плавиковой кислоты из флюорита посредством обработки его серной кислотой сопровождается образованием значительного количества отходов в виде безводного сульфата кальция, который имеет в своем составе небольшое количество  $CaF_2$  и называется фторангидритом. Фторангидрит в отвалах занимает большие площади и загрязняет территорию, окружающую завод «Галоген», пылящим порошком, который содержит до 2 % концентрированной серной кислоты и нарушает экологию в местах расположения этих отвалов. Данный отход производства имеет свойство гидратировать при активации известными химическими соединениями [1], поэтому возможно использование фторангидрита в качестве вяжущего при производстве строительных материалов. Применение фторангидрита в качестве сырья для приготовления легких бетонов [2] позволяет уменьшить стоимость в несколько раз за счет отсутствия дорогостоящего цемента в составе материала и упростить технологию производства.

<sup>©</sup> Пислегина А. В., Яковлев Г. И., Серебрякова Н. Н., Маева И. С., Керене Я., 2009