

УДК 621.35.035

П. А. Ушаков, доктор технических наук, профессор;

Д. А. Бекмачев, аспирант;

С. А. Широких, аспирант

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АЛЮМИНИЕВОГО ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОГО КОНДЕНСАТОРА НА RC-ЭЛЕМЕНТАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Разработана аналитическая модель алюминиевого электролитического конденсатора в виде однородной линии с распределенными параметрами со структурой слоев вида R1-Y-R2. В качестве эквивалентного представления поры в анодной или катодной фольге предложено использование математической модели RC-элемента с распределенными параметрами со структурой слоев R-C-0. Обсуждается вопрос повышения точности описания характеристик реального конденсатора по сравнению с наиболее распространенными схемотехническими моделями.

Ключевые слова: алюминиевый электролитический конденсатор, RC-элемент с распределенными параметрами, схема замещения

Алюминиевый электролитический конденсатор (АЭК) является одним из самых часто встречающихся компонентов, тем не менее, полноценное моделирование его характеристик по-прежнему представляет значительные сложности для разработчиков: характеристики реального конденсатора по абсолютной величине могут отличаться на порядок от предсказанных при моделировании [1].

Как известно, АЭК представляет собой систему, состоящую из двух алюминиевых обкладок, имеющих ненулевое сопротивление, разделенных слоем диэлектрика (рис. 1, а). Эквивалентным представлением такой системы будет RC-ЭП со структурой слоев вида R1-Y-R2 (рис. 1, б), где R1 – продольное сопротивление анодной фольги, R2 – продольное сопротивление катодной фольги, Y – эквивалентная поперечная проводимость между алюминиевыми обкладками.

В реальных конструкциях АЭК длина алюминиевых обкладок всегда значительно больше ширины, а тем более их толщины. Кроме того, электрофизические свойства алюминиевой фольги и диэлектрика выполняют по возможности однородными и изотропными. Поэтому в качестве схемы замещения такой электрохимической системы может служить однородная R1-Y-R2-линия, условное графическое обозначение (УГО) которой приведено на рис. 1, в.

Особенности конструкции заставляют рассматривать АЭК как электрохимическую систему с распределенными параметрами, реализующую импедансы с

дробностепенной зависимостью от частоты. В некоторых моделях этот факт предлагается учесть введением в схему замещения многозвенных RC-цепей с сосредоточенными параметрами. Однако, на наш взгляд, более адекватным будет использование для этой цели уже разработанных аналитических моделей RC-элементов с распределенными параметрами (RC-ЭП) [2]. Поэтому целью данной работы является разработка аналитической модели АЭК, которая бы в максимальной степени отражала особенности конструкции АЭК и свойства среды, в которой происходят электрохимические процессы, используя при этом математический аппарат теории RC-ЭП.

Очевидно, что импеданс АЭК, определяющий все его характеристики как компонента электрической цепи, является импедансом R1-Y-R2-линии, рассматриваемой в данном случае как двухполюсник. Однако для нахождения входного импеданса линии необходимо знать распределение токов и напряжений по ее длине.

Классический подход к решению этой задачи состоит в разбиении линии длиной L на отрезки малой длины ΔL , как показано на рис. 2, замене линии на этом участке цепью, содержащей элементы с сосредоточенными параметрами, определении приращений для токов и напряжений на выводах этой схемы замещения и формировании дифференциального уравнения, связывающего токи и напряжения с координатой по длине линии.

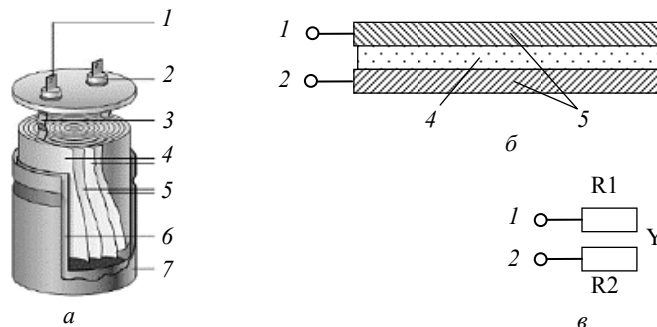


Рис. 1. Алюминиевый электролитический конденсатор: а – конструкция; б – структура слоев, обеспечивающая емкость конденсатора; в – УГО R1-Y-R2-линии, представляющей схему замещения АЭК (1 – анод, 2 – катод, 3 – соединительный проводник, 4 – диэлектрик, 5 – алюминиевые обкладки, 6 – корпус, 7 – изолятор)

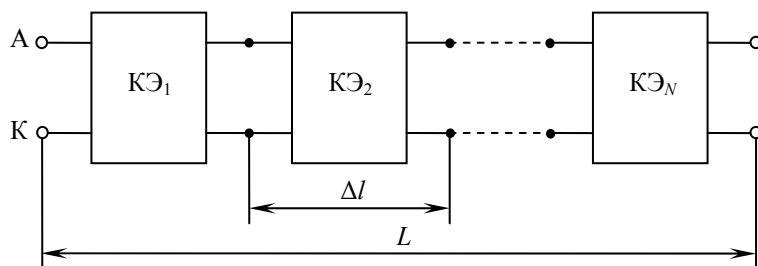


Рис. 2. Разбиение R1-Y-R2-линии на конечные элементы

Для решения поставленной задачи, прежде всего, необходимо определиться со схемой замещения конечного элемента. Чтобы определить набор необходимых элементов электрической схемы замещения, рассмотрим основные свойства элементов электрохимической системы АЭК в пределах конечного элемента.

Высокая удельная электрическая емкость АЭК определяется наличием пор в анодной и катодной фольге. Для простоты будем считать поры цилиндрическими углублениями в алюминиевой фольге, которые полностью заполнены электролитом (рис. 3, а). В этом случае сопротивление столбика электролита в поре:

$$r_p = \rho_e \frac{h}{\pi d^2}, \quad (1)$$

где ρ_e – удельное сопротивление электролита; h – глубина поры; d – диаметр столбика электролита.

Электрическую емкость между электролитом и стенками поры можно вычислить по формуле для цилиндрического конденсатора:

$$c_p = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon h}{\ln\left(\frac{d_0}{d}\right)}, \quad (2)$$

где $\epsilon_0 = 8,85$ Ф/м – диэлектрическая постоянная; ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость оксида алюминия; h – глубина поры; d – диаметр столбика электролита; d_0 – наружный диаметр оксидного слоя поры.

Сопротивление алюминия значительно меньше сопротивления электролита, а емкость столбика электролита значительно больше его индуктивности во всем диапазоне рабочих частот АЭК. Следовательно, в качестве электрического эквивалента поры можно рассматривать RC-ЭРП со структурой слоев R-C-0 (рис. 3, б), в котором сопротивление резистивного слоя соответствует сопротивлению столбика электролита в поре r_p , а емкость между слоями – емкости поры c_p . Тогда, воспользовавшись приведенными в [3] выражениями для у-параметров R-C-0 элемента, можно определить проводимость поры:

$$y_p = \frac{1}{r_p} \left(\frac{t_p^2 - s_p^2}{t_p} \right), \quad (3)$$

где t_p и s_p определяются через постоянную распространения $\theta_p = \sqrt{j\omega r_p c_p}$ следующим образом:

$$s_p = \frac{\theta_p}{sh\theta_p}, \quad t_p = \frac{\theta_p}{th\theta_p}.$$

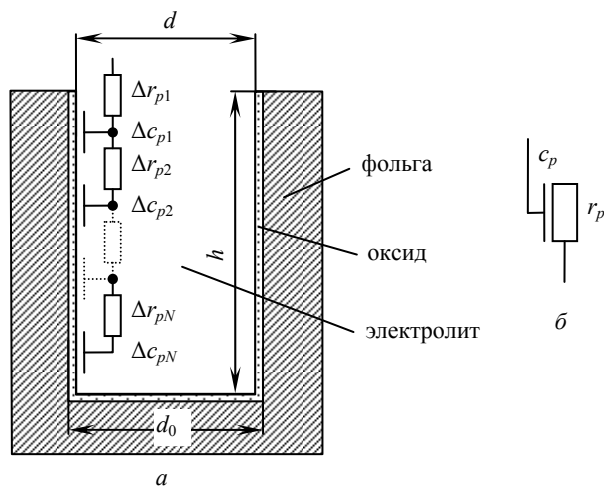


Рис. 3. Представление поры как RC-ЭРП (а) и УГО RC-ЭРП со структурой слоев R-C-0 (б)

Коэффициент увеличения площади фольги при травлении может быть измерен экспериментально как отношение емкости образца фольги после травления C_e к емкости образца фольги такой же площади S_0 до травления C_0 :

$$k = \frac{C_e}{C_0}. \quad (4)$$

Тогда концентрация пор может быть найдена как

$$n = \frac{C_e - C_0}{S_0} j\omega \operatorname{Im}\left(\frac{1}{y_p}\right) = \frac{C_0(k-1)}{S_0} j\omega \operatorname{Im}\left(\frac{1}{y_p}\right). \quad (5)$$

Общий вклад емкости пор (т. е. суммарная емкость пор) в полную емкость обкладки АЭК:

$$C_p = \frac{d_f l_f n}{j\omega \operatorname{Im}\left(\frac{1}{y_p}\right)}, \quad (6)$$

где d_f – ширина обкладки АЭК; l_f – длина обкладки АЭК.

Поскольку в общем случае геометрические размеры и концентрации пор в анодной и катодной фольгах могут быть различными, в дальнейшем будем использовать дополнительные индексы, чтобы показать принадлежность параметров к анодной или катодной фольге. Например, проводимость поры в анодной фольге y_{ap} , в катодной – y_{kp} .

Алюминиевые обкладки, как уже упоминалось ранее, обладают ненулевым сопротивлением. Поскольку мы имеем дело с КЭ, то для описания харак-

теристик элементов схемы замещения будем использовать погонные параметры. Итак, погонное сопротивление анодной фольги обозначим r_{af} , катодной фольги – r_{kf} . Неидеальность оксидных слоев анода и катода как диэлектриков учтем введением дополнительных сопротивлений утечки соответственно r_{al} и r_{cl} , являющихся частью общей проводимости Y между обкладками АЭК. Сопротивление электролита обозначим r_{sr} . Все эти параметры входят в электрическую схему замещения конечного элемента, приведенную на рис. 4.

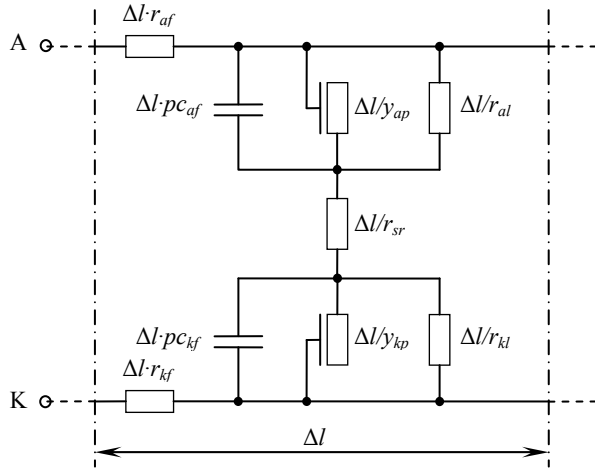
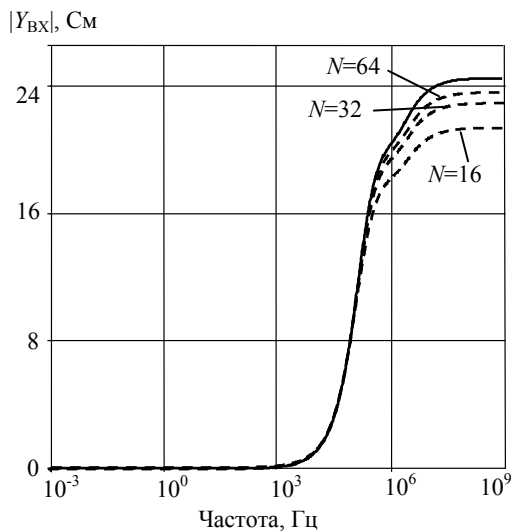


Рис. 4. Схема замещения конечного элемента АЭК

При переходе от конечного элемента к полным параметрам R1-Y-R2-линии проводимости между обкладками АЭК отдельных конечных элементов будут складываться. То есть полная проводимость между обкладками конденсатора:

$$G_{crs} = \frac{\left[\frac{(pC_{af} + Y_{ap} + G_{al})G_{sr}}{pC_{af} + Y_{ap} + G_{al} + G_{sr}} \right] (pC_{kf} + G_{kl} + Y_{kp})}{\left[\frac{(pC_{af} + Y_{ap} + G_{al})G_{sr}}{pC_{af} + Y_{ap} + G_{al} + G_{sr}} \right] + (pC_{kf} + G_{kl} + Y_{kp})}, \quad (7)$$



где $p = j\omega$ – комплексная частота; C_{af} – полная емкость анодной фольги без учета пор; C_{kf} – полная емкость катодной фольги без учета пор; G_{al} – общая проводимость утечки анодного оксидного слоя; G_{kl} – общая проводимость утечки катодного оксидного слоя; G_{sr} – общая проводимость электролита между обкладками АЭК; Y_{ap} – общая проводимость анодных пор; Y_{kp} – общая проводимость катодных пор.

Подставляя найденное выражение (6) для проводимости между обкладками АЭК в постоянную распространения R1-Y-R2-линии $\theta_c = \sqrt{R_{af} \cdot G_{crs}}$, после некоторых преобразований может быть получено следующее выражение для входного импеданса АЭК:

$$Z = \frac{R_{af} (M+1)(M+T)}{T^2 - S^2 + 2M(S+T)}, \quad (8)$$

$$\text{где } S = \frac{\theta_c}{\text{sh}\theta_c}, \quad T = \frac{\theta_c}{\text{th}\theta_c}, \quad M = \frac{R_{kf}}{R_{af}}.$$

Отсюда могут быть легко вычислены емкость и эквивалентное последовательное сопротивление АЭК:

$$C = \frac{1}{j\omega \text{Im}(Z)}, \quad ESR = \text{Re}(Z).$$

Для проверки корректности полученного аналитического выражения для импеданса АЭК было выполнено схемотехническое моделирование с использованием вместо RC-ЭРП многозвенных RC-цепей с сосредоточенными параметрами. Сравнение частотных характеристик аналитической и схемотехнической моделей показало, что с увеличением числа звеньев в схемотехнической модели АЧХ входного импеданса асимптотически сходится к АЧХ аналитической модели. Частотные характеристики аналитической и схемотехнических моделей с различным числом звеньев N приведены на рис. 5.

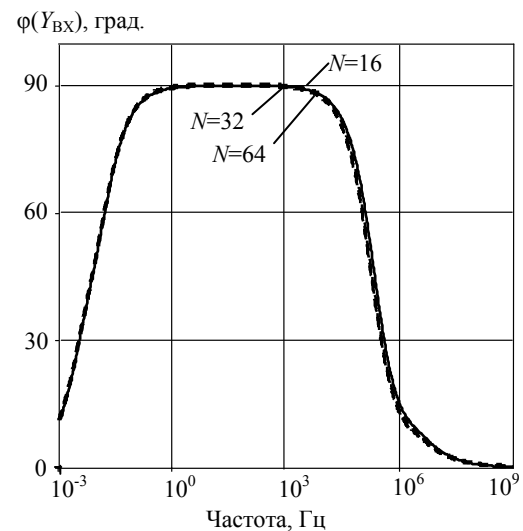


Рис. 5. АЧХ и ФЧХ входного импеданса АЭК. Сравнение аналитической и схемотехнических моделей с различным количеством конечных элементов N

Основное расхождение частотных характеристик наблюдается в области высоких частот, что может иметь принципиальное значение при моделировании работы устройств, в которых АЭК функционирует в импульсном режиме: сглаживающие фильтры источников питания, преобразователи напряжения, корректоры коэффициента мощности и др.

Причем если при использовании схемотехнической модели для сохранения точности моделирования с увеличением рабочей частоты требуется увеличение числа звеньев и, соответственно, времени вычислений, то для аналитической модели время вычислений не зависит от рассматриваемого частотного диапазона. Следовательно, можно сделать вывод о предпочтительности использования аналитической модели вместо схемотехнической, являющейся по своей сути аппроксимационной.

Другим важным преимуществом предложенной модели является установление прямой зависимости электрических параметров АЭК от свойств конструкции и материалов, например, электролита или

анодной и катодной фольг. Исследование этих зависимостей в дальнейшем может привести к разработке новых методов контроля качества при производстве АЭК и прогнозирования надежности в процессе эксплуатации.

Библиографические ссылки

1. S. G. Parler Jr. Improved Spice Models of Aluminium Electrolytic Capacitors for Inverter Applications // Presented at IEEE Industry Applications Society Conference, Oct. 17, 2002. – URL: <http://www.cde.com/tech/impedance.pdf> (дата обращения: 04.12.2013).
2. Ушаков П. А., Широких С. А. Модель алюминиевого электролитического конденсатора как элемента с распределенными параметрами // Вестн. Ижев. гос. техн. ун-та. – 2013. – № 2. – С. 91–95.
3. Ушаков П. А. Методы анализа и синтеза многослойных неоднородных RC-элементов с распределенными параметрами и устройств на их основе : автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2009. – 35 с.

* * *

P. A. Ushakov, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

D. A. Beckmachev, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

S. A. Shirokikh, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Analytical model of aluminum electrolytic capacitor based on RC-elements with distributed parameters

In this article, a construction-based representation of aluminum electrolytic capacitor (AEC) as a uniform R1-Y-R2-line with distributed parameters is used to develop an improved impedance model in analytical form. A distributed R-C-0 element is proposed as an anodic or cathodic pore equivalent. In contrast to widely used SPICE models, the analytical model presented in this paper allows achieving better accuracy when modeling the actual AEC behavior.

Keywords: aluminum electrolytic capacitor, RC-element with distributed parameters, equivalent circuit

Получено: 24.10.13