

УДК 621.391.8

С. В. Дзюин, кандидат технических наук, доцент;
 Н. А. Коновалов, студент
 Ижевский государственный технический университет

ТЕСТОВЫЕ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ

Разработан регулярный метод синтеза фазоманипулированных сигналов, имеющих малый уровень боковых лепестков автокорреляционной функции и функции неопределенности в локальных областях.

Широкое применение фазоманипулированных (ФМ) сигналов в различных радиотехнических системах актуализирует задачу поиска сигналов с хорошими корреляционными свойствами, т. е. с малым уровнем боковых пиков автокорреляционной функции (АКФ) или функции неопределенности (ФН). Однако проблема синтеза сигналов, оптимальных во всей области определения аргументов корреляционной функции, не решена до настоящего времени. Кроме этого различные задачи радиотехники предъявляют к характеристикам сигналов разные требования, в том числе противоположные. Известные методы синтеза ФМ-сигналов [1–3] не дают эффективной процедуры построения многопозиционных сигналов и не позволяют оценить близость синтезированных сигналов к оптимальным для конкретной решаемой радиотехнической задачи при наличии конкретной априорной информации.

Во многих случаях практического применения ФМ-сигналов доступна априорная информация, позволяющая определить интервал возможных значений временной задержки сигнала. Это позволяет исключить из рассмотрения боковые пики АКФ, лежащие вне определенной временной или частотной области [4]. В этом случае целесообразно изменить критерии требований к АКФ сигнала. Для большинства решаемых задач вместо минимизации боковых пиков АКФ на всей области определения добиваться уменьшения значений АКФ в соответствующей окрестности центрального пика. В ряде других случаев возникает необходимость уменьшения боковых пиков АКФ в некоторой нецентральной области временных задержек.

Известно [5; 6], что для поиска и вхождения в синхронизм, улучшения наблюдаемости радиолокационной цели на фоне мешающих отражений необходимо требование малости боковых лепестков ФН (минимальности объема тела неопределенности) в той области на плоскости «временная задержка τ – доплеровский сдвиг частоты Ω », где действуют эти помехи.

Для решения указанных задач в данной работе предложены ФМ-сигналы, имеющие малые значения АКФ и ФН в локальных областях. Разработан синтез таких сигналов, который позволяет синтезировать сигналы с любым числом элементов ФМ-сигнала и априори заданным местоположением области минимальности АКФ или ФН.

1. Рассмотрим аperiodические кодовые последовательности (АКП), элементы которых принимают значения ± 1 . Эти последовательности соответствуют аperiodическим двоичным ФМ-сигналам. Нормированная АКФ N -элементной АКП $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ имеет вид

$$R(m) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-m} x_i x_{i+m}, \quad m = 0 \dots N-1. \quad (1)$$

АКП назовем локально-оптимальной (ЛО) с интервалом локальной оптимальности (ЛО-интервалом) $[p_1, p_2]$, если $|R(m)| \leq l/N$ для всех $p_1 \leq m \leq p_2$. АКП назовем локально-квазиоптимальной (ЛКО) с интервалом квазиоптимальности (ЛКО-интервалом) $[p_1, p_2]$ и локальным максимумом C , если $|R(m)| \leq C/N$ ($C \ll N$) для всех $p_1 \leq m \leq p_2$. ЛО- (ЛКО)-последовательность назовем центральной, если ЛО- (ЛКО)-интервал представляет собой некоторую окрестность центрального пика АКФ, в противном случае последовательность назовем периферийной. Сигнал, соответствующий ЛО- (ЛКО)-последовательности, будем называть ЛО- (ЛКО)-сигналом.

2. Для синтеза ЛО-сигналов с ЛО-интервалом с максимальной длительностью были использованы необходимые условия оптимальности ФМ-сигналов. Процедура поиска была реализована на ПК и заключалась в следующем. На первом этапе с применением необходимых условий оптимальности определялась блочная структура искоемых сигналов. Это позволило значительно (в десятки раз) сократить область поиска ЛО-сигналов. На втором этапе осуществлялся выбор из полученных на первом этапе ЛО-сигналов, сигналов с наибольшим для данного N ЛО-интервалом. Некоторые из полученных центральных ЛО-сигналов с максимальным ЛО-интервалом приведены в табл. 1, где АКП представлены соответствующими числовыми блочными последовательностями (каждый элемент этой последовательности равен длине соответствующего блока). Следует отметить, что для $N \leq 23$ в табл. 1 представлены сигналы с максимально возможным для данного N ЛО-интервалом. При $N > 23$ указаны некоторые из лучших по критерию максимума ЛО-интервала сигналов. Приведенный метод включает перебор и поэтому не является регулярным. К достоинствам метода относится возможность синтеза сигналов с максимальным ЛО-интервалом, а к недостаткам – практическая нереализуемость этого алгоритма при синтезе сигналов с большим числом элементов, так как это требует значительных затрат машинного времени.

Таблица 1. Некоторые локально-оптимальные сигналы

№	N	ЛО-интервал	Числовая блочная последовательность	Автокорреляционная функция (ненормированная)
1	16	10	1, 2, 2, 1, 1, 1, 6, 2	16, 1, 0, 1, 0, -1, 0, -1, 0, 1, 0, -3, 0, 3, 0, -1
2	16	10	1, 2, 1, 1, 1, 1, 5, 2, 2	16, -1, 0, -1, 0, 1, 0, 1, 0, -1, 0, 3, 0, -3, 0, 1
3	19	11	1, 1, 1, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 4	19, 0, -1, 0, -1, 0, -1, 0, -1, 0, -1, 0, 7, 0, 3, 0, -1, 0, -1
4	23	12	1, 1, 1, 2, 6, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 3	23, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, -1, 0, -1, -4, -1, ...
5	23	12	1, 1, 5, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 4	23, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, -1, 0, -1, 4, -1, ...
6	24	11	1, 4, 4, 1, 3, 1, 2, 1, 1, 2	24, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, -4, -1, 0, -3, ...
7	25	11	1, 6, 1, 2, 1, 2, 3, 3, 1, 1, 1, 2	25, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, -3, 0, 5, 0, 1, ...
8	27	10	1, 3, 1, 2, 4, 2, 5, 1, 1, 1, 1, 2, 1	27, 0, -1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, -1, -2, -5, -4, -1, ...
9	31	11	1, 2, 4, 1, 2, 2, 1, 1, 3, 2, 6, 1, 1, 1, 1, 2	31, 0, -1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, -1, 0, -1, 0, 5, -6, 1, 0, ...
10	36	9	1, 1, 2, 2, 2, 3, 8, 2, 1, 1, 2, 4, 1, 1, 1, 1, 2	36, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, -1, 2, -3, 0, -5, -4, ...

3. Для построения ЛО- и ЛКО-сигналов с большим числом элементов разработан регулярный метод синтеза.

Взаимокорреляционную (ненормированную) функцию (ВКФ) АКП $\alpha = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ и $\beta = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ обозначим через

$$R^{\alpha\beta}(i) = \sum_{k=1}^{n-1} y_k y_{k+i}, \quad i = 0 \dots n-1, \quad (2)$$

($R^{\alpha\beta}(i) = 0$).

При $\alpha = \beta$ ВКФ (2) превращается в ненормированную АКФ. Последовательность, противоположную α (т. е. полученную из α умножением всех элементов на -1), обозначим $-\alpha$. При этом имеют место равенства:

$$R^{(-\alpha)\beta}(i) = R^{\alpha(-\beta)}(i) = -R^{\alpha\beta}(i), \quad i = 0 \dots n-1. \quad (3)$$

Рассмотрим составную N -элементную АКП $\gamma = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s\}$, составленную из s n -элементных АКП ($N = sn$). АКФ (1) АКП γ можно выразить через ВКФ составляющих последовательностей в виде

$$NR(m) = \begin{cases} \sum_{j=1}^s R^{\alpha_j \alpha_j}(m) + \sum_{j=1}^{s-1} R^{\alpha_j \alpha_{j+1}}(n-m), & 0 \leq m \leq n-1, \\ \sum_{j=1}^{s-1} R^{\alpha_j \alpha_{j+1}}(m-n) + \sum_{j=1}^{s-2} R^{\alpha_j \alpha_{j+2}}(2n-m), & n \leq m \leq 2n-1, \\ \sum_{j=1}^2 R^{\alpha_j \alpha_{j+s-2}}[m-(s-2)n] + \sum_{j=1}^1 R^{\alpha_j \alpha_{j+s-1}}[(s-1)n-m], & (s-2)n \leq m \leq (s-1)n-1, \\ \sum_{j=1}^1 R^{\alpha_j \alpha_{j+s-1}}[m-(s-1)n], & (s-1)n \leq m \leq sn-1 = N-1. \end{cases} \quad (4)$$

Рассмотрим множество B_n , элементами которого являются n -позиционные АКП. Определим операцию умножения в B_n : каждой паре элементов B_n поставим в соответствие точку в n -мерном пространстве целых чисел (n -мерный вектор). Координатами этой точки являются соответствующие значения ВКФ (2). Таким образом, произведением $\alpha\beta$ будет вектор $\{R^{\alpha\beta}(0), R^{\alpha\beta}(1), \dots, R^{\alpha\beta}(n-1)\}$, где $R^{\alpha\beta}(m)$ определяется по формуле (2). Заметим, что введенная таким образом операция умножения некоммукативна, так как $R^{\alpha\beta}(i) \neq R^{\beta\alpha}(i)$. Согласно выражению (3), $(-\alpha)\beta = \alpha(-\beta) = -\alpha\beta$.

Поставим в соответствие произвольной составной АКП $\gamma = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s\}$ (α_i – некоторые n -элементные АКП) последовательность элементов множества B_n : $\hat{\gamma} = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s\}$. Последовательность $\hat{\gamma}$ назовем порождающей последовательностью составной последовательности γ . Используя введенную операцию умножения элементов B_n и известную операцию сложения векторов, запишем для порождающей последовательности функцию, формально соответствующую ненормированной АКФ:

$$\hat{R}(l) = \sum_{k=1}^{n-l} y_k y_{k+l}, \quad l = 0 \dots s-1. \quad (5)$$

Функцию $\hat{R}(l)$ назовем АКФ порождающей последовательности. Заметим, что $\hat{R}(l)$ – n -мерный вектор. Под вектором ξ^{-1} , инверсным вектору $\xi = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, будем понимать вектор $\xi^{-1} = \{x_n, x_{n-1}, \dots, x_1\}$. Из выражений (4) и (5) вытекает следующая теорема.

Теорема. Для любой N -элементной составной АКП $\gamma = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$, составленной из s n -элементных последовательностей ($N = sn$), справедливо векторное равенство

$$[R(in), R(in+1), \dots, R((i+1)n-1)] = \frac{1}{N} [R^{\wedge}(i) + R^{\wedge-1}(i+1)], \quad i := 0 \dots s-1, \quad (6)$$

где $R(m)$ – АКФ последовательности γ , а $R^{\wedge}(m)$ – АКФ соответствующей порождающей последовательности.

Из равенства (6) следует, что, формируя подходящим образом порождающую последовательность, можно добиться минимизации АКФ, соответствующей АКП в нужном интервале временных задержек. Если $R^{\wedge}(i-1) = 0$, а $R^{\wedge}(i) = \alpha_{k1}, \alpha_{k2}$, то значения АКФ $R(m)$ составной N -элементной АКП в интервале $(i-1)n \leq m \leq in-1$ полностью определяются корреляционной функцией n -элементных последовательностей α_{k1} и α_{k2} и могут быть по величине достаточно малыми. Это объясняется тем, что среднеквадратическое значение ВКФ (ненормированной) последовательностей α_{k1} и α_{k2} можно оценить величиной \sqrt{n} , тогда на интервале $(i-1)n \leq m \leq in-1$ среднеквадратическое значение АКФ составной АКП равно величине \sqrt{n} / sn и с увеличением s может быть сделано достаточно малым. Заметим, что одновременное равенство нулю $R^{\wedge}(i-i)$ и $R^{\wedge}(i)$ принципиально невозможно по причине аперiodичности рассматриваемых последовательностей.

4. Рассмотрим методы синтеза порождающих последовательностей, обеспечивающих ЛКО соответствующих АКП. Детальное изучение этого вопроса очень широко, поэтому ограничимся общими соображениями.

Для построения центральных ЛКО АКП можно воспользоваться дополнительными последовательностями. Дополнительными последовательностями называют такие последовательности, сумма значений АКФ которых при любом не нулевом значении аргумента равна нулю [1]. Известны простые рекуррентные алгоритмы построения пар дополнительных последовательностей. Один из этих алгоритмов заключается в следующем: если α_1 и β_1 – пара дополнительных последовательностей, то последовательности $\alpha_2 = \{\alpha_1, \beta_1\}$ и $\beta_2 = \{\alpha_1, -\beta_1\}$ также будут дополнительными. Таким образом, имея n_0 -элементные исходные дополнительные последовательности, легко получить $n_0 2^k$ -элементные дополнительные последовательности (k – произвольное целое число). В качестве исходных можно использовать, например, одноэлементные последовательности $\alpha = \beta = \{+1\}$. Нетрудно показать, что за счет перехода на каждом шаге к противоположным и инверсным последовательностям указанный алгоритм позволяет построить $2n^2$ различных n -элементных пар дополнительных последовательностей.

Как показано, синтез составных ЛО- и ЛКО-сигналов сводится к построению порождающих последовательностей из элементов множеств B_n . Ограничимся рас-

смотрением порождающих последовательностей, элементами которых являются некоторая пара дополнительных последовательностей и последовательности, противоположные им, то есть

$$\hat{\gamma} = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s\}, \alpha_i = \{\pm\alpha, \pm\beta\}, \quad (7)$$

где α и β – дополнительные последовательности. Заметим, что если α и β – n -элементные дополнительные АКП, то $\alpha^2 + \beta^2 = \delta(2n)$, где $\delta(k)$ – n -мерный вектор с координатами $\{k, 0, 0, \dots, 0\}$.

Рассмотрим синтез порождающих последовательностей для центральных ЛО- и ЛКО-сигналов. Для простоты ограничимся рассмотрением $R(i)$ при $i = 0, 1$, что позволяет минимизировать модуль АКФ в интервале $i \leq m \leq n$. Для порождающей последовательности (7) запишем:

$$R^{\wedge}(0) = \sum_{i=1}^s (\alpha_i)^2; \quad R^{\wedge}(1) = \sum_{i=1}^{s-1} \alpha_i \alpha_{i+1}. \quad (8)$$

Разберем два частных случая, которые представляют интерес.

Случай 1

$$R^{\wedge}(0) = \delta(N); \quad R^{\wedge}(1) = \pm\alpha\beta. \quad (9)$$

Из выражений (8) и (9) видно, что число элементов $\pm\alpha$ должно быть равно числу элементов $\pm\beta$, а $M_{\hat{\gamma}}$ – число блоков последовательности $\hat{\gamma}$ (здесь под блоком понимается максимальная подпоследовательность следующих подряд элементов $\pm\alpha$ или $\pm\beta$ без различия элементов с разными знаками). Если $M_{\hat{\gamma}} = 2$, то порождающая последовательность может быть записана в виде

$$\hat{\gamma} = \{\theta_1\alpha, \theta_2\alpha, \dots, \theta_{s/2}\alpha, \eta_1\beta, \eta_2\beta, \dots, \eta_{s/2}\beta\}, \theta_i = \pm 1, \eta_i = \pm 1.$$

Выполнение первого из равенств (9) гарантировано равенством числа элементов $\pm\alpha$ и $\pm\beta$. Для выполнения второго из равенств (9) необходимо и достаточно, чтобы число блоков двоичной последовательности $\{\theta_i\}$ было равно числу блоков последовательности $\{\eta_i\}$ и $(s+2)/4$. В качестве примера некоторых порождающих последовательностей данного типа укажем следующие: $\{\alpha, \beta\}$ ($s=2$); $\{\alpha, \alpha, -\alpha, \beta, \beta, -\beta\}$, ($s=6$); $\{\alpha, -\alpha, \alpha, \alpha, \alpha, \beta, \beta, -\beta, -\beta, \beta\}$ ($s=10$). Для любого $s = 2 \pmod{4}$, применяя полученные необходимые и достаточные условия, легко построить все возможные последовательности со свойством (9). При больших s число таких последовательностей достаточно велико и может быть легко определено. Отметим, что пропорционально росту s уменьшается значение АКФ составной последовательности в интервале $[1, n]$.

Рассмотрим лишь простейший случай – минимизация АКФ в интервале, равном длине составляющей последовательности. При этом обратим внимание, что для последовательности, приведенной выше для $s=6$, получаем $R^{\wedge}(2) = -\delta(2n)$. Следовательно, в силу (6) модуль АКФ соответствующей АКП будет уменьшен в интервале $[1, 2n-1]$.

Случай 2

$$R^{\wedge}(0) = \delta(N-n); \quad R^{\wedge}(1) = 0. \quad (10)$$

Этот случай интересен тем, что значения АКФ $R(m)$ при $1 \leq m \leq n - 1$ равны соответствующим значениям АКФ последовательности α , уменьшенным в s раз. Поэтому если α – ЛО-последовательность, то ее ЛО-интервал равен ЛО-интервалу составной АКП. Используя рассуждения, изложенные для случая 1, нетрудно найти необходимые и достаточные условия выполнения равенств (10). Порождающая последовательность тогда и только тогда удовлетворяет соотношениям (10), когда число элементов $\pm \alpha$ на единицу больше числа элементов $\pm \beta$, а суммарное число смежных блоков с элементами α, β и $-\alpha, -\beta$ (β, α , и $-\beta, -\alpha$) равно суммарному числу смежных блоков с элементами $-\alpha, \beta$ и $\alpha, -\beta$ ($-\beta, \alpha$ и $\beta, -\alpha$). Из этого условия в частности следует, что $M_{\gamma}^{\wedge} = 4k + 1$ (k – произвольное целое). Для $M_{\gamma}^{\wedge} = 5$ можно получить в числе других, например, следующие порождающие последовательности: $\{\alpha, \beta, \alpha, -\beta, \alpha\}$; $\{\alpha, \beta, -\alpha, \beta, \alpha\}$; $\{\alpha, -\beta, -\alpha, -\beta, \alpha\}$.

Предложим, один из возможных рекуррентных способов «удлинения» порождающих последовательностей такого типа. Если $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s\}$ ($\alpha_i = \pm \alpha, \pm \beta$) – порождающая последовательность со свойством (10) и $\alpha_1 = \alpha_s$, то последовательность $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{s-1}, \dots, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{s-1}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{s-1}, \alpha_s\}$ также удовлетворяет условию (10). Доказательство этого факта достаточно очевидно.

В качестве примера порождающих последовательностей, обеспечивающих уменьшение модуля АКФ $R(m)$ в интервале $1 \leq m \leq 2n - 1$ можно указать последовательности $\{\alpha, \beta, -\alpha, \beta, \alpha, -\beta, \alpha, \beta, \alpha\}$, $\{\alpha, \beta, \alpha, -\beta, \alpha, \beta, -\alpha, \beta, \alpha\}$, для которых $R^{\wedge}(0) = \delta(8n) + a^2$; $R^{\wedge}(1) = 0$; $R^{\wedge}(2) = -\beta^2$.

Каждая порождающая последовательность в зависимости от используемой пары дополнительных последовательностей приводит к различным ФМ-сигналам. Таким образом, учитывая число различных пар дополнительных последовательностей, можем заключить, что если в произвольной порождающей последовательности использовать n -элементные дополнительные последовательности, то число различных ФМ-сигналов, построенных на базе данной порождающей последовательности, будет не менее $2n^2$.

Синтез периферийных ЛО- (ЛКО)-последовательностей имеет много общего с синтезом центральных ЛО- (ЛКО)-последовательностей. Однако имеется и существенное различие: для синтеза периферийных последовательностей можно использовать совершенно произвольные (не дополнительные) АКП. Например, АКФ порождающей последовательности $\gamma^{\wedge} = \{\alpha, \alpha, -\alpha, \alpha, \alpha\}$ имеет вид $R^{\wedge}(1) = 0$, $R^{\wedge}(2) = -\alpha^2$. Следовательно, если в качестве последовательности α использовать n -элементную последовательность Баркера, то получим периферийную ЛО-последовательность с ЛО-интервалом $[n, 2n - 1]$, причем максимальное значение модуля АКФ в этом интервале равно $1/5n$, т. е. в 5 раз меньше, чем у исходного кода Баркера. Аналогично, используя некоторую n -элементную последовательность в качестве составляющей, получим периферийный ЛКО-сигнал с ЛКО-интервалом $[n, 2n - 1]$ и боковыми лепестками АКФ в данном интервале, уменьшенными в 5 раз по сравнению с исходной последовательностью.

5. Предложенный метод позволяет легко синтезировать ЛКО-сигналы с заданным максимумом АКФ в локальной области. Рассмотрим самый общий случай. Пусть требуется найти ФМ-сигнал, обеспечивающий при $1 \leq m \leq K$ значения АКФ $|R(m)| \leq C$. За порождающую последовательность примем произвольную s -элементную последовательность со свойством (10). По рекуррентному алгоритму построим дополнительные последовательности α и β с числом элементов $n \geq K$

и определим максимальный по величине боковой пик модуля АКФ последовательности α (предположим, он равен q). Тогда число элементов в порождающей последовательности должно отвечать условию $s \geq q / C$. Теперь, для того чтобы построить ФМ-сигнал с заданными свойствами, достаточно воспользоваться, например, следующей порождающей последовательностью:

$$\underbrace{\{\alpha, \beta, -\alpha, \beta, \alpha, \beta, -\alpha, \beta, \dots\}}_1, \dots, \underbrace{\{\alpha, \beta, -\alpha, \beta, \alpha\}}_k,$$

где $k > q / 4C$. При этом число дискретов $N \geq nq / C$.

Случай синтеза периферийного ЛКО-сигнала отличается от рассмотренного только выбором порождающей последовательности, соответствующей требуемой зоне минимальности.

Для того чтобы с помощью изложенного метода построить ЛО-сигнал, достаточно взять дополнительные (для центральных) или произвольные (для периферийных) последовательности с локально-оптимальной ВКФ (случай (9)) или АКФ (случай (10)). Для примера построим один такой сигнал. В качестве дополнительных последовательностей выберем ЛО-последовательности с № 1 и 2 из табл. 1. Используя порождающую последовательность $\{\alpha, \beta, \alpha, -\beta, \alpha, \beta, -\alpha, \beta, \alpha\}$ (п. 4), получим 144-элементный центральный ЛО- (ЛКО)-сигнал с ЛО-интервалом, равным 10, и ЛКО-интервалом, равным 31. Локальный максимум АКФ на ЛО-интервале равен $1/144$, а на ЛКО-интервале – $3/144$. Фрагмент модуля АКФ этого сигнала изображен на рис. 1.

6. Если задача поиска ФМ-сигналов с хорошими минимаксными свойствами АКФ имеет некоторые частные решения, то вопрос о синтезе дискретных двоичных ФМ-сигналов с малыми (равномерно распределенными) боковыми пиками функции неопределенности до сих пор остается открытым. Представленный выше регулярный алгоритм построения ЛО(ЛКО)-сигналов позволил разработать регулярный метод синтеза ФМ-сигналов с малым уровнем боковых пиков ФН в локальной области.

Пусть дана произвольная ЛКО-последовательность $\hat{\gamma} = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s\}$, составленная из n -элементных АКП. Без ограничения общности предположим, что последовательность γ центральная с ЛКО-интервалом $[1, n]$, а АКФ соответствующей порождающей последовательности принимает значения $R^{\wedge}(0) = \delta(ln) + \alpha^2$, $R^{\wedge}(1) = 0$, где $l = (s - 1)n$. Последовательность γ назовем базовой и построим на ее основе N -элементную ($N = kl + n$) АКП:

$$\eta = \underbrace{\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{s-1}\}}_1, \underbrace{\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{s-1}\}}_2, \dots, \underbrace{\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{s-1}, \alpha_s\}}_k.$$

Если базовая последовательность $\gamma = \{x_1, x_2, \dots, x_{ns}\}$, то

$$\eta = \underbrace{\{x_1, x_2, \dots, x_l\}}_1, \underbrace{\{x_1, x_2, \dots, x_l\}}_2, \dots, \underbrace{\{x_1, x_2, \dots, x_l, x_{ns}\}}_k. \quad (11)$$

Сформируем на основе АКП (11) ФМ-сигнал длительностью $T = N \tau_0$, где τ_0 – длительность единичного импульса. Как показано выше, последовательность (11) сохраняет локальные свойства базовой последовательности. Следовательно, рассматриваемый сигнал является центральным ЛКО-сигналом с ЛКО-интервалом

[1, n]. Можно показать, что для достаточно больших значений k среднее значение квадрата модуля ФН-сигнала в области минимальности $[m_1 \tau_0 \leq \tau \leq m_2 \tau_0, |\Omega| \leq P_s]$,

$[m_1, m_2]$ – ЛКО-интервал, $P_s = 2 \frac{\pi N}{T l} \left(1 - \frac{l}{N - m_1} \right)$ можно оценить сверху (приближенно) величиной $1/\pi^2 N$.

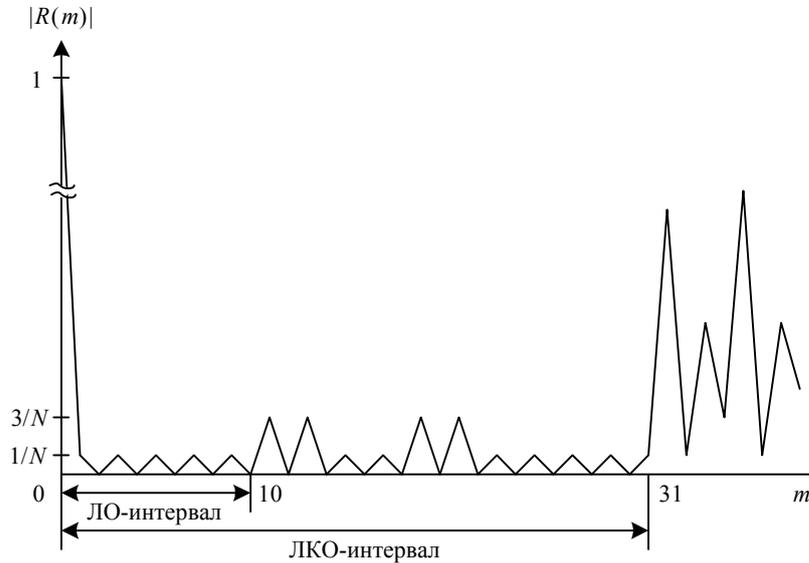


Рис. 1. АКФ тестовых фазоманипулированных сигналов

Известно [1], что среднее значение квадрата модуля ФН случайного сигнала равно $1/N$. Следовательно, предложенные сигналы позволяют уменьшить среднее значение квадрата модуля ФН в областях минимальности более чем на 10 дБ.

7. Проведенные исследования показали, что структура кодовой последовательности (11) приводит к появлению на теле неопределенности сигнала сравнительно высоких «хребтов» с «гребнями» при $\Omega = q2 \pi N/Tl$, $q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ и шириной $2\pi/T(N/(n - m) - n/l)$ в сечении $m\tau_0$. С увеличением временной задержки средняя высота «хребтов» уменьшается, а ширина растет. Недостатком сигналов с такой циклической структурой АКП является наличие центрального «хребта», расположенного на нулевой доплеровской частоте. Использование в качестве базовых ЛО-или ЛКО-последовательностей позволяет полностью исключить центральный «хребет» в интервалах оптимальности (квазиоптимальности). Этим определяется существенная необходимость локальной оптимальности (квазиоптимальности) базовых последовательностей. На рис. 2 показан фрагмент рельефа тела неопределенности произвольного сигнала с АКП (11) при базовой центральной ЛКО-последовательности. Двойной штриховкой покрыты зоны расположения «хребтов». На незаштригованных участках расположены зоны минимальности – «провалы» в теле неопределенности. В областях, покрытых одинарным штрихом, – «долинах» – значение модуля ФН понижено, но превышает значения этой функции в зонах мини-

мальности. Вертикальными штриховыми линиями показаны сечения, в которых модуль ФН подобен модулю ФН в сечении $\tau = 0$.

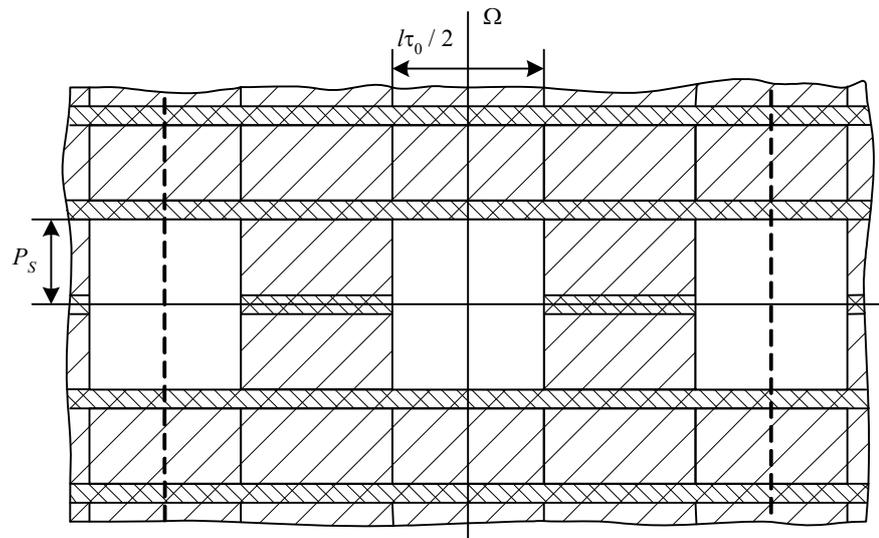


Рис. 2. Частотно-временная плоскость и тело неопределенности тестовых ФМ-сигналов

Известно [1], что обнаруживаемость сигнала с ограничением по доплеровской частоте на фоне равномерно распределенной помехи повышается при уменьшении объема квадрата модуля ФН в полосе, отвечающей возможным доплеровским сдвигам частоты. В том случае, когда мешающие отражения локализованы по дальности, вместо объема в полосе целесообразно рассматривать объем тела неопределенности в соответствующем прямоугольнике. Как показано выше, применение предложенных сигналов позволит значительно уменьшить этот объем.

Отметим, что, изменяя интервал дискретизации, можно изменять и размеры участка минимальности, но площадь участка при этом не изменяется. Площадь участка минимальности определяется структурой базовой последовательности. Максимальная площадь центрального участка равна $2\pi(1-1/k)$.

8. В качестве поясняющего примера синтезируем два центральных 528-элементных ЛКО-сигнала с центральным участком минимальности $[\tau] < 16 \tau_0$, $|\Omega| < 7,25 \cdot 2 \pi/T$. Для этого, например, можно взять базовую последовательность $\{\alpha, \beta, -\alpha, \beta, \alpha\}$, где α и β – произвольные дополнительные 16-элементные последовательности. АКП сигнала имеет вид

$$\underbrace{\{\alpha, \beta, -\alpha, \beta, \alpha\}}_1, \underbrace{\{\alpha, \beta, -\alpha, \beta, \alpha\}}_2, \dots, \underbrace{\{\alpha, \beta, -\alpha, \beta, \alpha\}}_8. \quad (12)$$

Если в качестве дополнительных последовательностей использовать ЛО-последовательности с № 1 и 2 из табл. 1, то построенный по закону (12) ЛКО-сигнал будет локально-оптимальным с ЛО-интервалом [1], равным ЛО-интервалу дополнительных последовательностей. Фрагмент модуля ФН этого сигнала приведен на рис. 3. Для иллюстрации структуры тела неопределенности этого сигнала

в центральной области минимальности на рис. 4 показана зависимость от доплеровской частоты среднего значения модуля ФН по всем значениям временной задержки, лежащим в ЛКО-интервале. Штриховой линией обозначен средний уровень модуля ФН случайного сигнала.

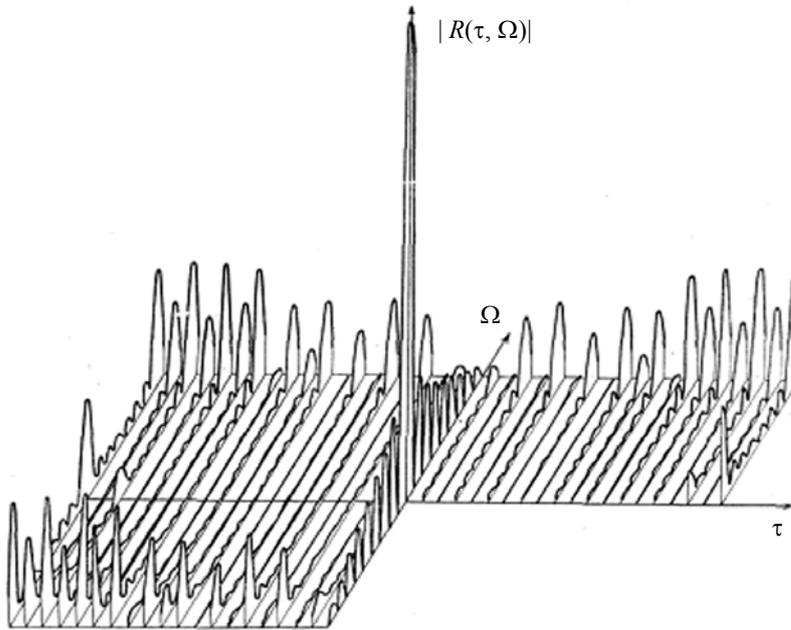


Рис. 3. Модуль ФН тестового ФМ-сигнала

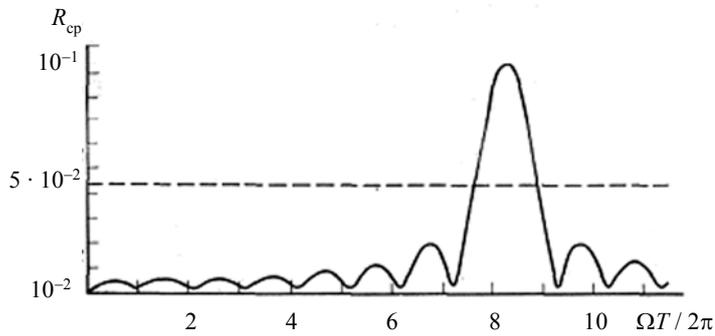


Рис. 4. Зависимость модуля ФН от доплеровского сдвига частоты

Дополнительные последовательности для второго сигнала построим по известному рекуррентному алгоритму, приведенному в п. 4. Если в качестве исходных последовательностей выбрать $\{+1\}$, то на четвертом шаге этого алгоритма получим дополнительные последовательности $\alpha = \{+1, +1, +1, -1, +1, +1, -1, +1, +1, +1, +1, -1, -1, -1, +1, -1\}$; $\beta = \{+1, +1, +1, -1, +1, +1, -1, +1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, -1, +1\}$.

В табл. 2 приведены максимальные (R_{\max}^2) и средние значения ($R_{\text{ср}}^2$) квадрата модуля ФН в различных подобластях центрального участка минимальности для первого и второго из построенных сигналов. Для сравнения в этой таблице приведены аналогичные показатели для 511-элементной усеченной M -последовательности, а также для сигнала, построенного восьмикратным повторением 63-элементной M -последовательности. Из данных таблицы видно, что преимущества ЛКО-сигналов увеличиваются при уменьшении размеров области по доплеровской частоте. Так, в области $[1 \leq \tau/\tau_0 \leq 16, |\Omega| < 2\pi/T]$ максимальное значение квадрата модуля ФН уменьшается в 20,7 раз по сравнению с усеченной M -последовательностью и в 3,2 раза по сравнению с повторяемой M -последовательностью (для сигнала 1). Среднее значение квадрата модуля ФН сигнала 2 в этой области меньше, соответственно, в 45,8 и 7,1 раз. Повторяемая M -последовательность имеет более хорошие корреляционные свойства, чем M -последовательность. Как отмечено выше, ее существенным недостатком является большая величина лепестков АКФ.

Таблица 2. Максимальные и средние значения квадрата модуля ФН в областях $[1 \leq \tau / \tau_0 \leq 16, |\Omega| < 2 \pi / T]$

v	Усеченная M -последовательность, $N=511$		Восьмикратно повторенная M -последовательность, $N=504$		ЛКО-сигнал (1)		ЛКО-сигнал (2)	
	$K = 8, N = 528$							
	R_{\max}^2	$R_{\text{ср}}^2$	R_{\max}^2	$R_{\text{ср}}^2$	R_{\max}^2	$R_{\text{ср}}^2$	R_{\max}^2	$R_{\text{ср}}^2$
1	$3,66 \cdot 10^{-3}$	$1,03 \cdot 10^{-3}$	$5,66 \cdot 10^{-4}$	$1,59 \cdot 10^{-4}$	$1,77 \cdot 10^{-4}$	$3,16 \cdot 10^{-5}$	$2,92 \cdot 10^{-4}$	$2,95 \cdot 10^{-5}$
2	$5,90 \cdot 10^{-3}$	$1,62 \cdot 10^{-3}$	$5,66 \cdot 10^{-4}$	$1,08 \cdot 10^{-4}$	$1,82 \cdot 10^{-4}$	$3,27 \cdot 10^{-5}$	$3,10 \cdot 10^{-4}$	$2,33 \cdot 10^{-5}$
3	$5,90 \cdot 10^{-3}$	$1,75 \cdot 10^{-3}$	$5,66 \cdot 10^{-4}$	$9,27 \cdot 10^{-5}$	$2,04 \cdot 10^{-4}$	$3,49 \cdot 10^{-5}$	$3,61 \cdot 10^{-4}$	$2,50 \cdot 10^{-5}$
4	$5,90 \cdot 10^{-3}$	$1,90 \cdot 10^{-3}$	$5,66 \cdot 10^{-4}$	$8,78 \cdot 10^{-5}$	$2,82 \cdot 10^{-4}$	$3,87 \cdot 10^{-5}$	$4,49 \cdot 10^{-4}$	$2,78 \cdot 10^{-5}$
5	$5,90 \cdot 10^{-3}$	$1,95 \cdot 10^{-3}$	$5,66 \cdot 10^{-4}$	$9,01 \cdot 10^{-5}$	$4,45 \cdot 10^{-4}$	$4,54 \cdot 10^{-5}$	$6,35 \cdot 10^{-4}$	$3,32 \cdot 10^{-5}$
6	$6,48 \cdot 10^{-3}$	$1,95 \cdot 10^{-3}$	$5,66 \cdot 10^{-4}$	$1,02 \cdot 10^{-4}$	$8,35 \cdot 10^{-4}$	$5,92 \cdot 10^{-5}$	$1,08 \cdot 10^{-3}$	$4,48 \cdot 10^{-5}$
7	$6,48 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,07 \cdot 10^{-3}$	$1,46 \cdot 10^{-4}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$9,87 \cdot 10^{-5}$	$2,65 \cdot 10^{-3}$	$8,03 \cdot 10^{-5}$

Предложен регулярный метод синтеза ФМ-сигналов на базе M -последовательностей, имеющих малый уровень боковых лепестков АКФ и ФН в локальных областях. Метод позволяет найти большое число требуемых сигналов со сколько угодно большим числом элементов. Важным достоинством метода является простота, а также возможность использования в адаптивных системах. Применение полученных сигналов позволяет существенно повысить помехоустойчивость радиотехнических систем в условиях локализованных известных помех, в случаях построения интегрированных радиотехнических систем, в которых интервал временных задержек может быть значительно сужен. Полученные алгоритмы позволяют создать сигналы в общем случае произвольной формы, которые могут использоваться в качестве тестовых для анализа помехоустойчивости различных систем.

Список литературы

1. Варакин, Л. Е. Теория сложных сигналов. – М. : Сов. радио, 1970.
2. Варакин, Л. Е. Широкополосные системы связи. – М. : Радио и связь, 1985.
3. Свердлик, М. Б. Оптимальные дискретные сигналы. – М. : Сов. радио, 1975.
4. Мицельмагер, Э. Е. Развитие теории и техники сложных сигналов. – М. : Радио и связь, 1983. – С. 35.
5. Свистов, В. М. Радиолокационные сигналы и их обработка. – М. : Сов. радио, 1977.
6. Справочник по радиолокации / под ред. М. Скольника. – Т. 1. Основы радиолокации ; пер. с англ., под ред. Я. С. Иццоки. – М. : Сов. радио, 1976.