

УДК 621.923.01

С. А. Шияев, кандидат технических наук, доцент
Ижевский государственный технический университет
имени М. Т. Калашникова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РОТАЦИОННОМ ЛЕНТОЧНОМ ОХВАТЫВАЮЩЕМ ШЛИФОВАНИИ

Представлена разработка математической модели тепловых процессов при ротационном ленточном охватывающем шлифовании бунтовой проволоки.

Ключевые слова: машиностроение, шлифование, тепловые процессы, математическое моделирование

Общее состояние поверхностного слоя детали определяется не только температурой в зоне контакта детали и инструмента, но и всем пространственно-временным температурным полем. При выборе технологического режима необходимо знать распределение температуры в процессе шлифования в обрабатываемой заготовке. Поэтому возникает необходимость управления тепловым потоком в процессе шлифования и получения функции распределения температурного поля в пространстве и во времени.

Результатом решения тепловой задачи является разработка математической модели, позволяющей проводить расчет тепловых полей при обработке бунтовой проволоки абразивной лентой. В процессе математического моделирования необходимо решить ряд задач, а именно: разработать схему моделируемого процесса, взяв в расчет одни факторы и отбросив другие с учетом точностных требований к математической модели, и выбрать или разработать метод решения получившихся уравнений с учетом требований, предъявляемых к математической модели. Кроме этих этапов, может иметь место формализация расчетной методики и разработка программы моделирования исследуемого явления на ЭВМ.

Первым этапом математического моделирования того или иного физического процесса или явления является схематизация реального процесса [1]. Цель схематизации заключается в нахождении компромисса между точностью описания реального явления и сложностью математической модели. При этом, в общем случае, существует два ограничения: на предельно допустимую точность описания процесса и предельно допустимую сложность математической модели. В работе [1] подробно были рассмотрены общие вопросы по схематизации моделируемого процесса технологической операции шлифования с анализом свойств и теплофизических характеристик обрабатываемых материалов.

В нашем случае математическое моделирование процесса ротационного ленточного шлифования проволоки требуется для оптимизации условий обработки при ограничении температуры поверхности детали. В работе [2] описана тепловая схема процесса теплообмена при ротационном ленточном охватывающем шлифовании бунтовой проволоки с наложением граничных и начальных условий, которую будем решать численным методом.

Сущность численных методов решения дифференциальных уравнений заключается в замене дифференциального уравнения, описывающего процесс, алгебраическими путем дискретизации расчетной области. Соответственно, с алгоритмической точки зрения численный метод включает в себя метод получения дискретного аналога дифференциального уравнения и метод решения алгебраических уравнений. В зависимости от метода дискретизации расчетной области численные методы традиционно делятся на конечно-разностные и конечно-элементные [3].

Для решения нашей задачи используем численный метод, описанный в [4], который автор не относит ни к конечно-разностным, ни к конечно-элементным, поскольку для получения дискретного аналога дифференциального уравнения используется метод контрольных объемов – вариант метода взвешенных невязок, а не разложение функции в ряд Тейлора или вариационный метод, используемые в методах конечных разностей и конечных элементов соответственно.

Основная идея метода контрольных объемов заключается в следующем. Расчетная область разбивается на подобласти таким образом, что в каждой из подобластей, называемых контрольными объемами, располагается одна узловая точка. Дифференциальное уравнение интегрируют по контрольному объему, при этом для вычисления интегралов используют кусочные профили, описывающие изменение потенциала поля Φ (в случае задач теплопроводности – температуры) между узловыми точками.

В результате этого находят дискретный аналог дифференциального уравнения, в который входят значения Φ в нескольких узловых точках. Одним из важных свойств метода является точное интегральное сохранение таких величин, как масса, количество движения и энергия для любой группы контрольных объемов и, следовательно, для всей области. Таким образом, даже решение на грубой сетке удовлетворяет точным интегральным балансам [3].

С. Патанкар [3] формулирует четыре основных правила построения дискретных аналогов.

Правило 1: Соответствие потоков на границах контрольного объема. Выражение потока через границу, общую для двух прилегающих контрольных объемов, при записи дискретных аналогов для этих объемов должно быть одним и тем же.

Правило 2: Положительность коэффициентов дискретного аналога, записанного в определенном виде.

Правило 3: Отрицательность коэффициента при линеаризации источникового члена.

Правило 4: Сумма соседних коэффициентов должна быть равна центральному коэффициенту.

В нашем случае уравнение теплового баланса [2] следует записать в цилиндрических координатах, связав ось системы координат с осью обрабатываемой детали, а координату $z = 0$ выбрать, например, совпадающей с передним краем источника. Запишем уравнение теплового баланса в цилиндрических координатах, сделав замену переменных: $x = r \cdot \cos\varphi$, $y = r \cdot \sin\varphi$, а также приняв во внимание вращение

источника $\Omega = \frac{\omega^y}{\lambda/c' \rho_m} r^2$:

$$c_v \frac{dT_t}{dt} = \lambda \left[\frac{d^2 T_t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_t}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 T_t}{d\varphi^2} + \frac{d^2 T_t}{dz^2} + \Omega \frac{T_t}{d\varphi} \right]. \quad (1)$$

Сечения сетки плоскостями $z = \text{const}$ и $\varphi = \text{const}$ и контрольный объем показаны на рис. 1.

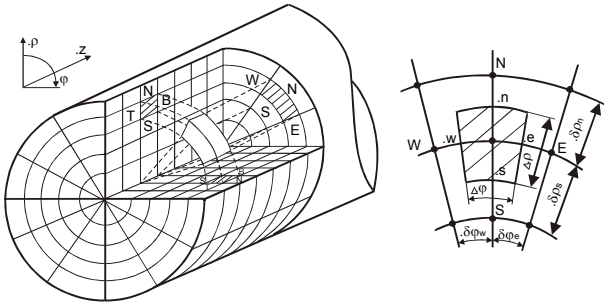


Рис. 1. Сетка и контрольный объем в цилиндрических координатах

Дискретный аналог получается путем интегрирования (1) по контрольному объему, показанному на рис. 1, и временному интервалу от t до $t + \Delta t$ (для простоты выкладок вывод дискретного аналога приведем для случая, когда коэффициенты дифференциального уравнения не зависят от температуры):

$$c_v \iiint_V \int_t^{t+\Delta t} \frac{dT_t}{dt} dt dr d\varphi dz = \lambda \int_t^{t+\Delta t} \iiint_V \left[\frac{d^2 T_t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_t}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 T_t}{d\varphi^2} + \frac{d^2 T_t}{dz^2} + \Omega \frac{T_t}{d\varphi} \right] dr d\varphi dz dt.$$

Значения температур в узловых точках в момент времени t обозначим верхним индексом 0, в момент времени $t + \Delta t$ – верхним индексом 1. При интегрировании используем предположение [3] о том, что значение T в узловой точке распространено на весь контрольный объем, тогда получим:

$$c_v \iiint_V \int_t^{t+\Delta t} \frac{dT_t}{dt} dt dr d\varphi dz = c_v \Delta V (T_{tP}^1 - T_{tP}^0). \quad (2)$$

Используя кусочно-линейную аппроксимацию температур в интервале между узловыми точками, получаем:

$$\frac{c_v}{\lambda} \Delta V (T_{tP}^1 - T_{tP}^0) = \int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{\Delta r \Delta z (T_{tE} - T_{tP})}{r_e \delta \varphi} - \frac{\Delta r \Delta z (T_{tP} - T_{tW})}{r_w \delta \varphi} + \frac{r_n \Delta \varphi \Delta z (T_{tN} - T_{tP})}{\delta r} - \frac{r_s \Delta \varphi \Delta z (T_{tP} - T_{tS})}{\delta r} + \frac{\Delta r r_t \Delta \varphi (T_{tT} - T_{tP})}{\delta z} - \frac{\Delta r r_b \Delta \varphi (T_{tP} - T_{tB})}{\delta z} \right] dt. \quad (3)$$

Относительно изменения температур в интервале времени от t до $t + \Delta t$ примем следующую гипотезу [3]:

$$\int_t^{t+\Delta t} T_{tP} dt = [f_T T_{tP}^1 + (1 - f_T) T_{tP}^0] \Delta t,$$

где f_T – весовой коэффициент, изменяющийся от 0 до 1. Используя аналогичные соотношения для оставшихся интегралов из уравнения (3), находим:

$$\begin{aligned} \frac{c_v}{\lambda} \frac{\Delta V}{\Delta t} (T_{tP}^1 - T_{tP}^0) = & f_T \left[\frac{\Delta r \Delta z (T_{tE}^1 - T_{tP}^1)}{r_e \delta \varphi} - \frac{\Delta r \Delta z (T_{tP}^1 - T_{tW}^1)}{r_w \delta \varphi} \right] + \\ & + (1 - f_T) \left[\frac{\Delta r \Delta z (T_{tE}^0 - T_{tP}^0)}{r_e \delta \varphi} - \frac{\Delta r \Delta z (T_{tP}^0 - T_{tW}^0)}{r_w \delta \varphi} \right] + \\ & + f_T \left[\frac{r_n \Delta \varphi \Delta z (T_{tN}^1 - T_{tP}^1)}{\delta r} - \frac{r_s \Delta \varphi \Delta z (T_{tP}^1 - T_{tS}^1)}{\delta r} \right] + \\ & + (1 - f_T) \left[\frac{r_n \Delta \varphi \Delta z (T_{tN}^0 - T_{tP}^0)}{\delta r} - \frac{r_s \Delta \varphi \Delta z (T_{tP}^0 - T_{tS}^0)}{\delta r} \right] + \\ & + f_T \left[\frac{\Delta r r_t \Delta \varphi (T_{tT}^1 - T_{tP}^1)}{\delta z} - \frac{\Delta r r_b \Delta \varphi (T_{tP}^1 - T_{tB}^1)}{\delta z} \right] + \\ & + (1 - f_T) \left[\frac{\Delta r r_t \Delta \varphi (T_{tT}^0 - T_{tP}^0)}{\delta z} - \frac{\Delta r r_b \Delta \varphi (T_{tP}^0 - T_{tB}^0)}{\delta z} \right]. \end{aligned}$$

Преобразовав это выражение, опуская индекс 1, получим:

$$\begin{aligned} a_P T_{tP} = & a_E (f_T T_{tE} + (1 - f_T) T_{tE}^0) + a_W (f_T T_{tW} + (1 - f_T) T_{tW}^0) + \\ & + a_N (f_T T_{tN} + (1 - f_T) T_{tN}^0) + \\ & + a_S (f_T T_{tS} + (1 - f_T) T_{tS}^0) + a_T (f_T T_{tT} + (1 - f_T) T_{tT}^0) + \\ & + a_B (f_T T_{tB} + (1 - f_T) T_{tB}^0) + \\ & + (a_P^0 - (1 - f_T) a_E - (1 - f_T) a_W - (1 - f_T) a_N - (1 - f_T) a_S - \\ & - (1 - f_T) a_T - (1 - f_T) a_B) T_{tP}^0, \end{aligned}$$

где $a_{E(W)} = \Delta r \Delta z / (r_{e(w)} \delta \varphi)$; $a_N = r_n \Delta \varphi \Delta z / \delta r$;
 $a_S = r_s \Delta \varphi \Delta z / \delta r$; $a_{T(B)} = \Delta r \cdot r_{l(b)} \Delta \varphi / \delta z$;
 $a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0$; $a_P^0 = c_V / \lambda \cdot \Delta V / \Delta t$,
 где $\Delta V = 0,5(r_n + r_s) \Delta \varphi \Delta r \Delta z$.

Для явной схемы ($f_T = 0$) [3] дискретный аналог дифференциального уравнения будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} a_P T_{iP} = & a_E T_{iE}^0 + a_W T_{iW}^0 + a_N T_{iN}^0 + a_S T_{iS}^0 + a_T T_{iT}^0 + \\ & + a_B T_{iB}^0 + (a_P^0 - a_E - a_W - a_N - a_S - a_T - a_B) T_{iP}^0 \\ \text{или} \\ T_{iP} = & [T_{iE}^0 \Delta r \Delta z / (r_e \delta \varphi) + T_{iW}^0 \Delta r \Delta z / (r_w \delta \varphi) + \\ & + T_{iN}^0 r_n \Delta \varphi \Delta z / \delta r + T_{iS}^0 r_s \Delta \varphi \Delta z / \delta r + \\ & + T_{iT}^0 \Delta r \cdot r_l \Delta \varphi / \delta z + T_{iB}^0 \Delta r \cdot r_b \Delta \varphi / \delta z + (c_V / \lambda \cdot \Delta V / \Delta t - \\ & - \Delta r \Delta z / (r_e \delta \varphi) - \Delta r \Delta z / (r_w \delta \varphi) - r_n \Delta \varphi \Delta z / \delta r - r_s \Delta \varphi \Delta z / \delta r - \\ & - \Delta r \cdot r_l \Delta \varphi / \delta z - \Delta r \cdot r_b \Delta \varphi / \delta z) T_{iP}^0] / [\Delta r \Delta z / (r_e \delta \varphi) + \\ & + \Delta r \Delta z / (r_w \delta \varphi) + r_n \Delta \varphi \Delta z / \delta r + r_s \Delta \varphi \Delta z / \delta r + \Delta r \cdot r_l \Delta \varphi / \delta z + \\ & + \Delta r \cdot r_b \Delta \varphi / \delta z + c_V / \lambda \cdot \Delta V / \Delta t]. \end{aligned}$$

Для того, чтобы выполнялось правило 2 (положительность коэффициентов), необходимо, чтобы выполнялось условие $a_P^0 > a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B$. Подставив в это уравнение выражения для величин из (2), получим условие для шага по времени:

$$\Delta t \leq [c_V / \lambda \cdot \Delta V^2 r_{e(w)} / (2 \Delta r^2 \Delta z^2 + r_{e(w)} (r_n + r_s) \Delta \varphi^2 \Delta z^2 + 2 r_{e(w)} r_{l(b)} \Delta r^2 \Delta \varphi^2)].$$

Расчет и построение графиков проводились на ПЭВМ типа IBM PC с помощью программы «Расчет температуры в теле заготовки при ротационном охватывающем ленточном шлифовании бунтовой проволоки», зарегистрированной в базе программ ЭВМ (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010614248) [5]. При визуализации данных численного эксперимента использовался аппарат сплайн-функций, описание которых приведено в [6]. В данном случае был использован «классический» сплайн S_3^1 , согласно классификации [6] имеющий непрерывную вторую производную. Краевые условия задавались путем присваивания второй производной сплайна нулевого значения на краях интервала изменения аргумента.

Проведенный эксперимент по шлифованию проволоки характеризуется следующими данными (сейчас нас интересуют лишь данные, имеющие отношение к расчету интенсивности источника): радиальная составляющая силы шлифования $P_r = 26$ Н; скорость шлифования $V_l = 20$ м/с; ширина ленты $B = 0,08$ м; угол охвата лентой обрабатываемой детали $\varepsilon = 18,67^\circ$; диаметр проволоки $d_p = 0,005$ м; глубина шлифования составляла 0,06 мм.

На основании принятого допущения о равномерном распределении интенсивности по зоне тепловыделения интенсивность источника:

$$q_i = k_i \frac{Q_i}{F_k}, \text{ Вт/м}^2,$$

где Q_i – тепловая мощность источника, Вт; F_k – площадь контакта ленты и проволоки, м^2 ; $k_i = 0,8$ – коэффициент, учитывающий ввод тепла в заготовку.

Тепловая мощность источника Q_i рассчитывается по формуле:

$$Q_i = P_z \cdot V_l,$$

где P_z – тангенциальная составляющая сила шлифования, Н.

Интенсивность источника определяется по следующей зависимости:

$$\begin{aligned} q_i = k_i \frac{Q_i}{F_k} = k_i \frac{P_z V_l}{\frac{2 \pi r_n B \varepsilon}{360^\circ}} = \\ = k_i \frac{6,59 \cdot 10^{-2} \cdot P_y^{0,75} \cdot V_l^{1,18} \cdot X_n^{0,63} \cdot 360^\circ}{\pi \cdot d_p \cdot B \cdot \varepsilon} \end{aligned}$$

Подставив численные значения, получим:

$$\begin{aligned} q_i = 0,8 \frac{6,59 \cdot 10^{-2} \cdot 26^{0,75} \cdot 18^{1,18} \cdot 40^{0,63} \cdot 360^\circ}{\pi \cdot 0,005 \cdot 0,08 \cdot 18,67} = \\ = 2,89 \cdot 10^6, \text{ (Вт/м}^2\text{)}. \end{aligned}$$

Расчет выполнялся на сетке из $16 \times 10 \times 20 = 3200$ узлов (16 в угловом направлении, 10 – в радиальном, 20 – в осевом) с шагом по времени 0,01 с.

Результаты расчета поля температур в обрабатываемой детали по описанной математической модели приведены на рис. 2–4 (источник имеет координату переднего края $z = 0,02$ м и протяженность по оси 0,08 м).

Первая пара графиков ($a, б$) отражает тепловое поле в детали по прошествии 5, вторая и третья – по прошествии 10 и 15 секунд после начала обработки соответственно.

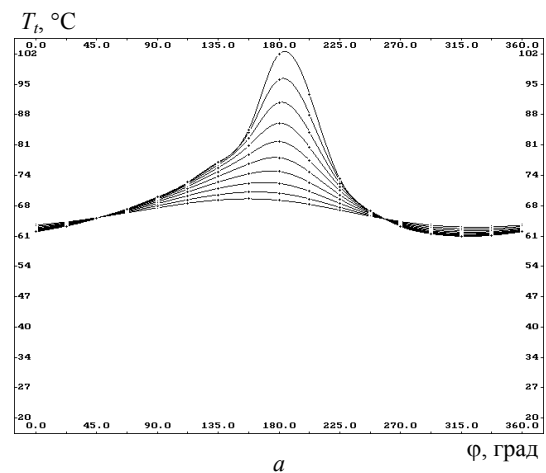


Рис. 2. Результаты расчета температуры в обрабатываемой заготовке в зоне резания; $d_{пр} = 5$ мм, $V_l = 20$ м/с, $S_{пр} = 4$ м/мин, $\tau = 5$ сек: a – развертка по угловой координате $\varphi = 0 \div 2\pi$

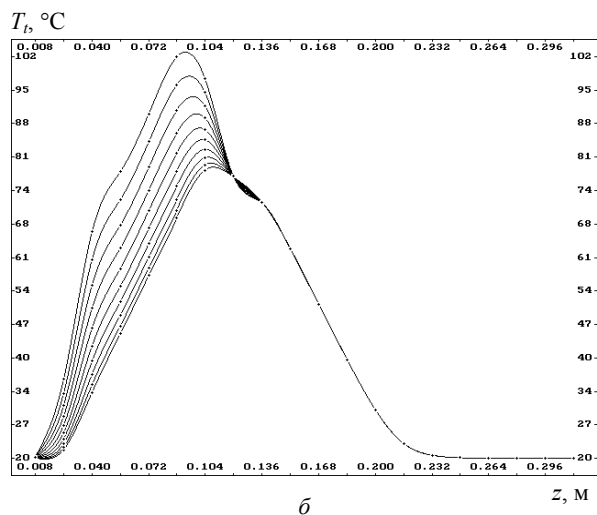


Рис. 2. Результаты расчета температуры в обрабатываемой заготовке в зоне резания; $d_{пр} = 5$ мм, $V_L = 20$ м/с, $S_{пр} = 4$ м/мин, $\tau = 5$ сек: δ – развертка по линейной координате $z = 0 \div 0,32$ м

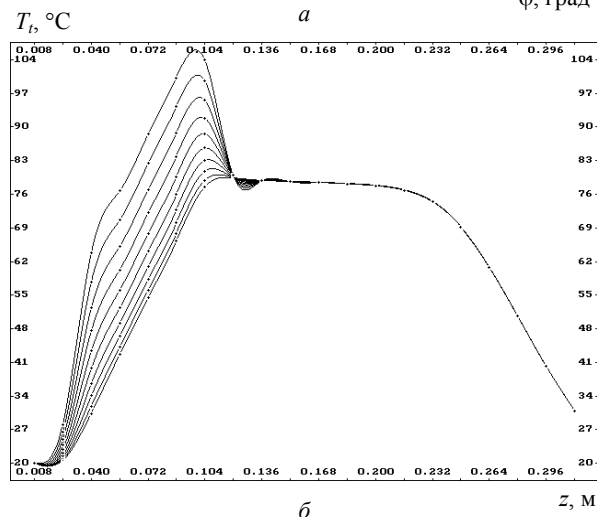
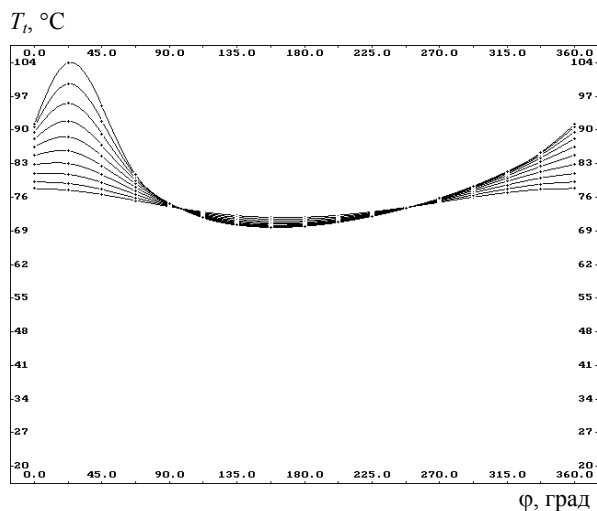


Рис. 3. Результаты расчета температуры в обрабатываемой заготовке в зоне резания; $d_{пр} = 5$ мм, $V_L = 20$ м/с, $S_{пр} = 4$ м/мин, $\tau = 10$ сек: a – развертка по угловой координате $\varphi = 0 \div 2\pi$, δ – развертка по линейной координате $z = 0 \div 0,32$ м

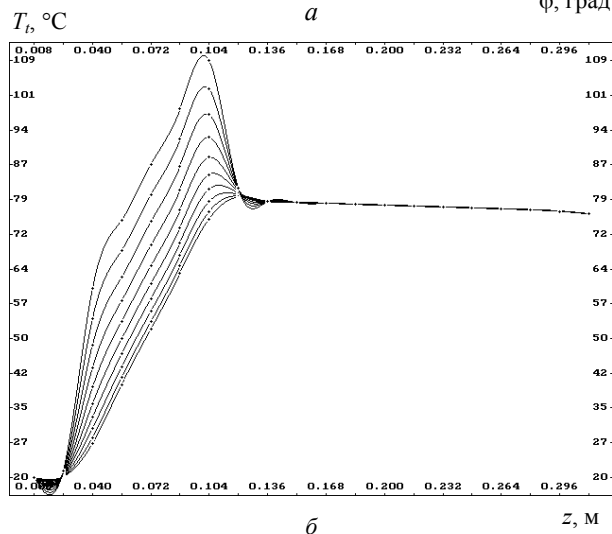
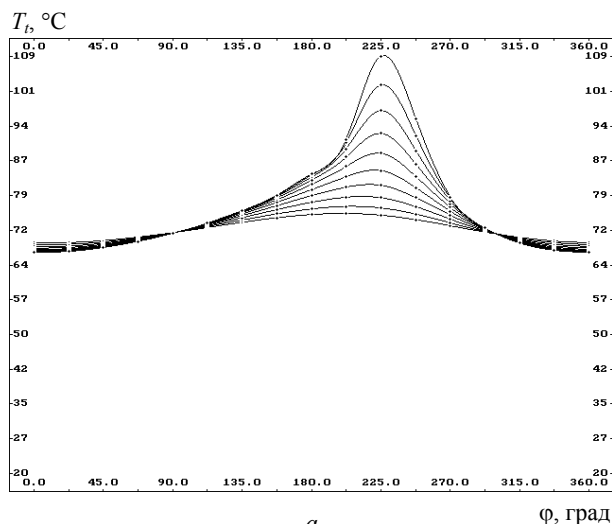


Рис. 4. Результаты расчета температуры в обрабатываемой заготовке в зоне резания; $d_{пр} = 5$ мм, $V_L = 20$ м/с, $S_{пр} = 4$ м/мин, $\tau = 15$ сек: a – развертка по угловой координате $\varphi = 0 \div 2\pi$; δ – развертка по линейной координате $z = 0 \div 0,32$ м

В результате исследования тепловых явлений при ротационном ленточном охватывающем шлифовании бунтовой проволоки установлено, что:

- участок проволоки, находящийся перед передним краем источника, не успевает нагреваться, так как скорость распространения теплоты в осевом направлении ниже скорости движения источника, что подтверждает справедливость использования критерия Пекле для определения скорости распространения теплоты;

- ротационное ленточное охватывающее шлифование характеризуется двумя периодами протекания процесса обработки. Первый (начальный) – неустановившийся, второй (стационарный) – постоянный по времени. Температурный режим процесса стабилизируется через 10÷15 секунд после начала обработки. Максимальная температура развивается у заднего по оси проволоки края источника, достигая на поверхности проволоки диаметром 5 мм значений в диапазоне 110÷125 °C;

– при обработке бунтовой проволоки из стали марки 15X28 рекомендуется следующее сочетание режимов обработки, при которых значение контактной температуры меньше температуры образования прижогов на шлифованной поверхности: $V_{л} = 17 \div 20$ м/с, $P_n = 60 \div 80$ Н.

Библиографические ссылки

1. Шияев С. А. Схематизация свойств и теплофизических характеристик обрабатываемых материалов при исследовании тепловых процессов при ротационном ленточном шлифовании // Интеллектуал. системы в пр.-ве. – 2007. – № 2. – С. 84–89.
2. Шияев С. А. Исследование тепловых процессов при ротационном охватывающем ленточном шлифовании бунтовой проволоки // СТИН. – 2009. – № 6. – С. 32–34.
3. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости : пер. с англ. под ред. В. Д. Виленского. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с. – URL: <http://www.docme.ru/doc/41402/patankar-s.-v.-chislennye-metody-resheniya-zadach-teploobmena...> (дата обращения: 30.04.2013).
4. Коздоба Л. А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности. – М.: Наука, 1975. – 228 с. – URL: <http://gilevdd.ru/download/?q=kozдобa-l-a-metodi-resheniya-nelinejnih-zadach-teploprovodnosti-m-nauka.zip&id=43210> (дата обращения: 30.04.2013).
5. Шияев С. А. Расчет температуры в теле заготовки при ротационном ленточном охватывающем шлифовании бунтовой проволоки : свидетельство о гос. регистрации прогр. для ЭВМ № 2010614248 (Россия), заявл. 04.05.2010, зарегистрировано 30.06.2010.
6. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л. Методы сплайн-функций. – М.: Наука, 1980. – 352 с. – URL: <http://ru.convdocs.org/download/docs-72855/72855.doc> (дата обращения: 30.04.2013).

* * *

S. A. Shilyaev, PhD in Engineering, Associate professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Mathematical modeling of thermal processes in rotary belt grinding

The paper presents the development of the mathematical model of heat thermal processes in wire rotary belt grinding.

Keywords: mechanical engineering, grinding, thermal processes, mathematic modeling

Получено: 03.04.13

УДК 622.242

Л. В. Шишкина, кандидат физико-математических наук, доцент,
С. А. Савинов, магистрант
Ижевский государственный технический университет
имени М. Т. Калашникова

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРИЧИН ОТКАЗОВ ГЛУБИННЫХ ШТАНГОВЫХ НАСОСОВ

Рассмотрены осложняющие факторы при работе глубинного насосного оборудования в нефтяной промышленности, а также влияния выявленных факторов на работу оборудования. Изучена статистика отказов в ОАО «Белкамнефть», были выявлены наиболее уязвимые составляющие глубинно-насосного оборудования. Предложены рекомендации по дальнейшему изучению применения различных покрытий для увеличения срока службы насосов.

Ключевые слова: отказ штанговых насосов, осложняющие факторы, статистика отказов

На сегодняшний день в нефтяной отрасли России используется механизированная добыча полезных ископаемых. На первый взгляд, можно предположить, что принцип работы насоса предельно прост и причины для выхода из строя оборудования практически отсутствуют. С какими же трудностями на производстве сталкиваются предприятия, работающие с глубинными штанговыми насосами? Для выяснения возможных причин выхода из строя оборудования была проанализирована статистика отказов в 2011–2012 гг. погружных штанговых насосов ОАО «Белкамнефть».

Было исследовано 500 отказов насосного оборудования, которые дали следующие результаты, представленные на рис. 1.

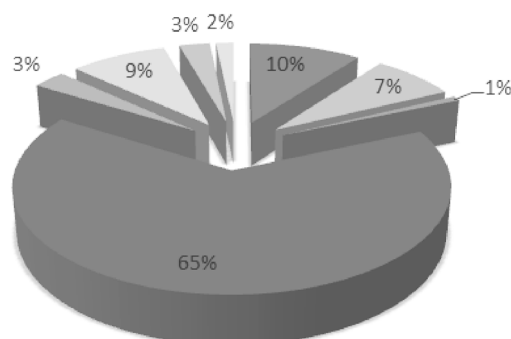


Рис. 1. Диаграмма процентного соотношения причин отказов