

Библиографические ссылки

1. *Фадеев Н. И.* Технология производства узлов электронных вычислительных машин. – М. : Машиностроение, 1967. – 312 с.
2. *Катковник В. Я., Полуэтков Р. А.* Многомерные дискретные системы управления. – М. : Наука, 1966. – 416 с.

3. *Гельфандбейн Я. А.* Методы кибернетической диагностики динамических систем. – Рига : Зинатне, 1967. – 542 с.
4. *Виленкин С. Я.* Статистические методы исследования систем автоматического регулирования. – М. : Совет. радио, 1967. – 200 с.
5. *Романовский В. И.* Основные задачи теории ошибок. – М. ; Л. : Гостехиздат, 1947. – 116 с.

* * *

V. P. Taranukha, PhD in Engineering, Associate professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Identification of parameters of disk write-read device of info-communication system

The dynamics of the main mechanical unit of the backup device is investigated: dynamic system – magnetic disk – contact magnetic head – elastic head holder. The method is presented for identifying optimal mechanical parameters of the system with respect to the transverse vibrations of the disk by least squares method.

Keywords: disk device, mechanical properties, info-communication system

Получено: 11.04.13

УДК 539.3+534.1

В. П. Тарануха, кандидат технических наук, доцент;
Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова
О. А. Бирюкова, кандидат технических наук, ведущий инженер
Филиал в Удмуртской Республике ОАО «Ростелеком – Волга»

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАССЕЯНИЯ ЭНЕРГИИ В МАТЕРИАЛЕ ДИСКА УСТРОЙСТВА РЕЗЕРВНОГО КОПИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Исследовано изменение логарифмического декремента колебаний тонкой изотропной пластинки в зависимости от формы колебаний. Рассматривается пластинка с центральным отверстием, жестко заземленная по внутреннему контуру. Принята форма колебаний с узловыми диаметрами. Для определения логарифмического декремента конструкции применен метод средних напряжений. Построены графики изменения логарифмического декремента. Установлено, что демпфирующие свойства пластинки при повышении порядка формы колебаний снижаются.

Ключевые слова: дисковое устройство, телекоммуникационные системы, рассеяние энергии

При решении задач динамики деформируемых тел механические системы могут быть разделены на две основные группы: системы, в которых решающими факторами являются прочность и устойчивость, и системы, в которых доминирует проблема точности. Механические системы первой группы обычно отмечаются высоким уровнем напряжений. Особенностью систем второй группы является то, что малые напряжения, далекие от предела упругости, вызывают недопустимые «микродеформации». Так, например, деформации, измеряемые микронами, вызывают недопустимые детонации в устройствах звукозаписи, уменьшают плотность записи и скорость выборки информации в устройствах резервного копирования.

Ряд систем второй группы отличается быстротходностью. В связи с этим в определенных режимах работы таких систем наблюдаются высшие формы колебаний. Как указано в [1], наличие высших форм колебаний изменяет характер напряженного состояния, что влечет за собой изменение демпфирующих свойств системы в целом. Это, в свою очередь, приводит к изменению резонансных амплитуд и, следо-

вательно, максимальных напряжений, возникающих в системе.

Настоящая работа посвящается определению зависимости поглощающих свойств от формы колебаний магнитного диска устройства резервного копирования информации.

Исходные предположения и основные уравнения

Магнитный диск рассматривается как круглая тонкая пластинка из изотропного материала. В основу исследования положены следующие допущения:

- 1) пластинка подчиняется гипотезе Кирхгофа – Лява;
- 2) форма резонансных колебаний конструкции с учетом демпфирования не отличается от формы, определяемой при той же частоте без учета демпфирования («правило Видлера»);
- 3) энергия, рассеиваемая за цикл в единице объема данного материала, зависит только от амплитудного значения напряжений;
- 4) рассеяние энергии в единице объема материала, подверженного одновременно циклическому дей-

ствию нормальных и касательных напряжений, будет определяться суммой энергетических потерь, выраженных отдельно в функции каждого из напряжений [3], т. е.

$$\Psi_0 = \Psi_{\sigma_r} + \Psi_{\sigma_{\Theta}} + \Psi_{\tau_{r\Theta}}. \quad (1)$$

Поглощающие свойства конструкции оцениваются логарифмическим декрементом колебаний:

$$\delta_k = \Psi_k / 2 = \Psi / 2W = \int_V \Psi_0 dV / 2 \int_V W_0 dV. \quad (2)$$

где Ψ_k – коэффициент поглощения конструкции; Ψ – энергия, рассеиваемая за цикл во всем объеме материала; W – наибольшая потенциальная энергия цикла; V – объем пластинки.

Зависимость коэффициента поглощения материала ψ от амплитуды напряжений для конкретного материала определяется из эксперимента и может быть представлена в аналитическом или в графическом виде как функция

$$\psi = f(\sigma), \quad \psi = f(\tau). \quad (3)$$

Для функции ψ Е. С. Сорокин [6] указывает весьма общую форму разложения:

$$\Psi = a_0 + a_1 \varepsilon_0 + a_2 \varepsilon_0^2 + \dots + a_n \varepsilon_0^n,$$

где $a_0, a_1, a_2, \dots$ – постоянные, характеризующие материал.

Учитывая (3), можно записать:

$$\Psi = \sum_0^m \beta_n \sigma_0^n; \quad \Psi = \sum_0^m \eta_n \tau_0^n, \quad (4)$$

где β_n, η_n – постоянные материала; n – показатель степени (положительный или отрицательный).

Выражение рассеиваемой в единице объема за цикл энергии с учетом (1) и (4) принимает вид:

$$\Psi_0 = \Psi W_0 = W_0 \left(\sum_0^m \beta_n \sigma_r^n + \sum_0^m \beta_n \sigma_{\Theta}^n + \sum_0^m \eta_n \tau_{r\Theta}^n \right). \quad (5)$$

Подставляя (5) в (2), для логарифмического декремента колебаний конструкции получаем:

$$\delta_k = \int_V W_0 \left(\sum_0^m \beta_n \sigma_r^n + \sum_0^m \beta_n \sigma_{\Theta}^n + \sum_0^m \eta_n \tau_{r\Theta}^n \right) dV / 2 \int_V W_0 dV. \quad (6)$$

Согласно гипотезе Кирхгофа – Лява, для круглой изотропной пластинки напряжения выражаются через прогиб срединной плоскости:

$$\sigma_r = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_0}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial \Theta^2} \right) \right];$$

$$\sigma_{\Theta} = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial w_0}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial \Theta^2} + \nu \frac{\partial^2 w_0}{\partial r^2} \right];$$

$$\tau_{r\Theta} = -\frac{Ez}{1+\nu} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_0}{\partial r \partial \Theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w_0}{\partial \Theta} \right],$$

где z, r, Θ – полярные координаты точки; E, ν – соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала; w_0 – прогиб срединной плоскости пластинки в данной точке.

Потенциальная энергия единицы объема материала для круглой пластинки имеет вид:

$$W_0 = \frac{1}{2} D \left\{ \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_0}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial \Theta^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_0}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial \Theta^2} \right) - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_0}{\partial r \partial \Theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w_0}{\partial \Theta} \right)^2 \right] \right\},$$

где $D = (Eh^3) / 12(1-\nu^2)$ – цилиндрическая жесткость на изгиб.

Для описания поперечных колебаний задаемся выражением

$$w(r, \Theta, t) = w_0(r, \Theta) e^{j\omega t},$$

где t – время; ω – круговая частота собственных колебаний пластинки; w_0 – функция, изображающая упругую форму изгиба пластинки.

Общее выражение для функции w_0 имеет вид:

$$w_0(r, \Theta) = \alpha \sin n\Theta \left[C_1 I_m(kr) + C_2 N_m(kr) + C_3 I_m(ikr) + C_4 N_m(ikr) \right],$$

где $\alpha, C_1, C_2, C_3, C_4$ – произвольные постоянные, определяемые из краевых условий; I_m, N_m – соответственно функции Бесселя и Неймана m -го порядка от действительного и мнимого аргумента; n – число узловых диаметров.

Однако, как указано в работе [2], вряд ли можно предложить для функции ψ вполне универсальное и в то же время достаточно простое (т. е. с малым числом опытных коэффициентов) аналитическое выражение. Это обстоятельство ограничивает возможность прямого применения уравнения (6) при решении инженерных задач.

В данной работе предлагается приближенный графоаналитический метод. Суть метода заключается в следующем. Из эксперимента определяется график зависимости логарифмического декремента от амплитуды напряжений. На рис. 1 показана зависимость $\delta = f(\sigma)$ для алюминиевого сплава. По максимальной допустимой деформации системы производится расчет максимальных напряжений и осуществляется линеаризация функции $\delta = f(\sigma)$ в

интервале $0 \leq \sigma \leq \sigma_{\max}$, т. е. в этом интервале функция $\delta = f(\sigma)$ заменяется функцией

$$\delta_* = a + b\sigma, \quad (7)$$

где $b = \operatorname{tg} \alpha$ (рис. 1).

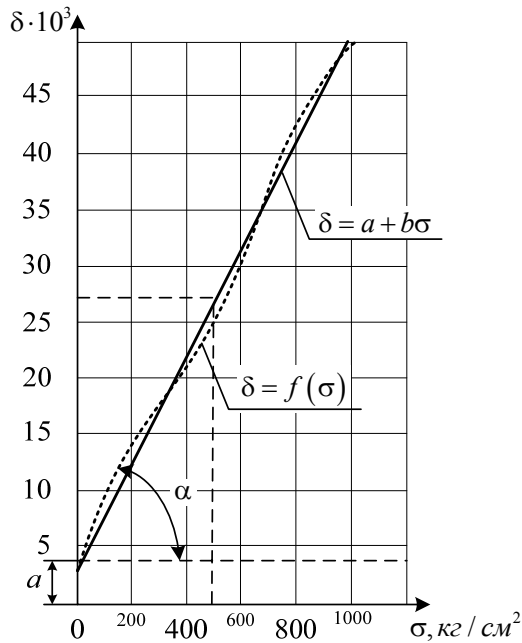


Рис. 1. Линейризация функции $\delta = f(\sigma)$ для алюминиевого сплава

В дальнейшем для определения логарифмического декремента конструкции требуется рассчитать амплитудные значения средних напряжений конструкции. Расчет производится по формулам:

$$|\sigma_*| = \int_V \sigma_0 dV / V; \quad |\tau_*| = \int_V \tau_0 dV / V. \quad (8)$$

Результаты расчета по (8) подставляем в (7) и получаем значения логарифмических декрементов для каждого из составляющих напряжений.

Логарифмический декремент конструкции определяется суммой:

$$\delta_k = \delta_r + \delta_\Theta + \delta_{r\Theta}.$$

Определение логарифмического декремента затухания магнитного диска при его поперечных колебаниях

Магнитный диск запоминающего устройства счетной машины представляет собой круглую с центральным отверстием пластинку, жестко заделанную на радиусе r_0 (рис. 2).

Параметры диска: $D = 21,0$ см, $d_1 = 9,0$ см, $d = 10,0$ см, $h = 0,22$ см, материал – алюминиевый сплав, $E = 7,46 \cdot 10^5$ кг/см², $\nu = 0,34$, $\gamma = 2,86 \cdot 10^{-3}$ кг/см³.

Проведен расчет спектра собственных частот. Результаты расчета сведены в табл. 1.

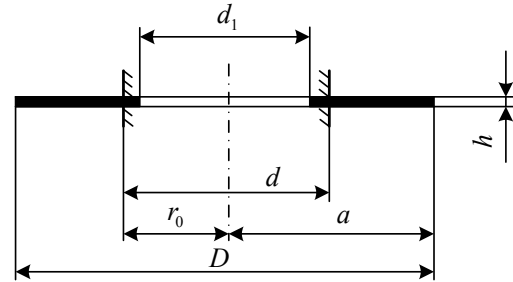


Рис. 2. Расчетная схема пластинки

Таблица 1. Результаты расчета спектра собственных частот

n	—	0	1	2	3	4	5	6
f	Гц	165	182	215	297	453	660	932
f_n/f_0	—	1,00	1,10	1,30	1,80	2,75	4,00	5,65

Таблица 2. Результаты расчета логарифмического декремента

n	—	2	3	4	5	6
$ \sigma_{*r} $	кг/см ²	110	69	29	9,1	4,4
$ \sigma_{*\Theta} $	кг/см ²	43	23,5	13,1	10,1	9,15
$ \tau_{*r\Theta} $	кг/см ²	17,3	12,1	6,35	2,7	1,43
δ_r	—	0,00902	0,00715	0,00532	0,00441	0,00420
δ_Θ	—	0,00596	0,00507	0,00460	0,00446	0,00442
$\delta_{r\Theta}$	—	0,00479	0,00455	0,00429	0,00412	0,00407
δ_k	—	0,01977	0,01677	0,01421	0,01299	0,01269

Для пластинки, жестко заделанной на радиусе r_0 , ищем функцию w_0 в виде

$$w_0 = \cos n\Theta \sum_{k=1}^m \alpha_k (r - r_0)^{k+1}. \quad (9)$$

Ограничиваясь одним членом ряда (9), получим зависимости напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{Ez}{1-\nu^2} \cos n\Theta \left[(2+2\nu-\nu n^2) + 2\nu(n^2-1) \frac{r_0}{r} - \nu n^2 \frac{r_0^2}{r^2} \right] \\ \sigma_\Theta &= -\frac{Ez}{1-\nu^2} \cos n\Theta \left[(2+2\nu-n^2) + 2(n^2-1) \frac{r_0}{r} - n^2 \frac{r_0^2}{r^2} \right] \\ \tau_{r\Theta} &= -\frac{Ez}{1+\nu} n \sin n\Theta \left(\frac{r_0^2}{r^2} - 1 \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Подставив (10) в (8), получим:

$$\begin{aligned} |\sigma_{*r}| &= \frac{\alpha_n E h^2}{V(1-\nu)^2} \times \\ &\times \int_0^{\pi/2n} \int_{r_0}^a \cos n\Theta \left[(2+2\nu-\nu n^2)r + \right. \\ &\left. + 2\nu(n^2-1)r_0 - \nu n^2 \frac{r_0^2}{r} \right] dn\Theta dr; \end{aligned}$$

$$|\sigma_{* \Theta}| = \frac{\alpha_n E h^2}{V(1-\nu^2)} \int_0^{\pi/2n} \int_{r_0}^a \cos n\Theta \left[(2+2\nu-n^2)r + 2(n^2-1)r_0 - n^2 \frac{r_0^2}{r} \right] dn\Theta dr$$

$$|\tau_{* r \Theta}| = \frac{\alpha_n E h^2}{V(1-\nu^2)} n(1-\nu) \int_0^{\pi/2n} \int_{r_0}^a \sin n\Theta \left(\frac{r_0^2}{r} - r \right) dn\Theta dr.$$

Сравнение поглощающих свойств конструкции для разных форм колебаний возможно при одних и тех же максимальных напряжениях. Это достигается подсчетом соответствующих значений коэффициента α_n . Для расчета α_n максимальные напряжения в диске приняты $\sigma_{\max} = 500 \text{ кг/см}^2$. Из графика на рис. 1 видно, что $\delta = f(\sigma)$ достаточно точно может быть выражено в виде линейной зависимости типа (7): $\delta = a + b\sigma$, где коэффициенты $a = 0,004$; $b = 0,457 \cdot 10^{-4}$. По аналогии для $\delta = f(\tau)$: $\delta = a' + b'\tau$.

Для расчета принято $a' = a$, $b' = b$.

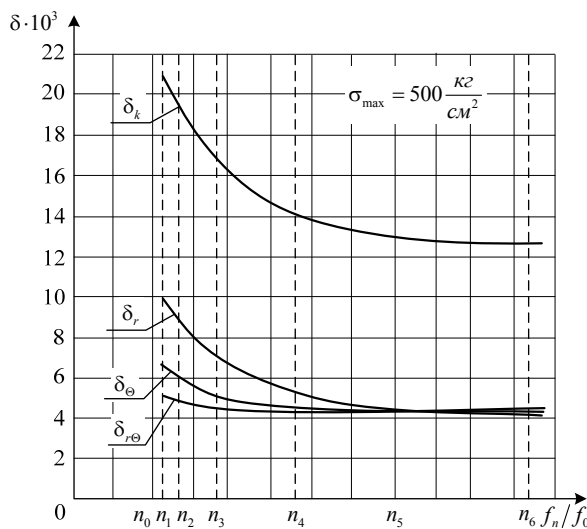


Рис. 3. Зависимость логарифмического декремента от формы колебаний

Результаты расчета логарифмического декремента сведены в табл. 2 и график (рис. 3).

Выводы

1. Демпфирующие свойства магнитного диска с повышением порядка формы колебаний снижаются.
2. Основную роль в снижении логарифмического декремента при повышении порядка формы колебаний играет снижение средних напряжений в диске.
3. Полученные результаты принципиально соответствуют результатам экспериментального исследования тех же дисков.
4. Проведенные исследования показывают, что магнитные диски устройств резервного копирования информации должны изготавливаться из материалов с высокими поглощающими свойствами. По-видимому, для аналогичных конструкций целесообразно применение композиционных материалов.

Библиографические ссылки

1. Вибрации в технике : справ. : в 6 т. / ред. совет: В. Н. Челомей (пред.). – М. : Машиностроение, 1979. – Т. 2. Колебания нелинейных механических систем / под ред. И. И. Блехмана, 1979. – 351 с. – URL: <http://gendocs.ru/v27741/?download2=1> (дата обращения: 16.05.2013).
2. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. – М. : Физматгиз, 1960. – 193 с. – URL: <http://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=solid&book=344&get=344>; http://www.studmed.ru/panovko-yag-vnutrennee-trenie-pri-koлебaniyah-uprugih-sistem_14b7013984f.html (дата обращения: 16.05.2013).
3. Писаренко Г. С. Рассеяние энергии при механических колебаниях. – Киев : Изд-во АН УССР, 1962. – 436 с.

V. P. Taranukha, PhD in Engineering, Associate professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
O. A. Biryukova, PhD in Engineering, Leading engineer, "Rostelecom - Volga" OJSC, Branch in Udmurt Republic

Mathematical model of energy dissipation inside the disk of backup device of telecommunication system

The variation of the logarithmic decrement of a thin isotropic plate is investigated depending on the mode of vibration. A plate with a central hole, rigidly clamped along the inner contour, is considered. The shape of oscillations with nodal diameters is accepted. In order to determine the logarithmic decrement of the design unit, the mean stress method is applied. Diagrams of logarithmic decrement variation are plotted. It is established that the damping properties of the plate are reduced by increasing the order of vibration modes.

Keywords: disk device, telecommunication systems, energy dissipation

Получено: 11.04.13