

Kibkhdi ebljimji

1. *Ghbdi > . : , Ijdh\ K. G.* Курс теории активных систем. – М. : СИНТЕГ, 1999. – 104 с. URL: http://www.aup.ru/books/m110/file_46.pdf (дата обращения: 03.05.2011).
2. *=jhdbc < I , Lgg\ < . : .* Моделирование оптимального управления холдинговой структурой на основе теории активных систем // Интеллектуал. системы в пр-ве. – 2007. – № 2. – С. 20–35.
3. *Lgg\ < . : . Ydbfshbq ; . : .* Генетические алгоритмы в моделировании систем : моногр. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2010. – 308 с.

E. I. Popova, Student, Izhevsk State Technical University**Identification Model of Polyregional Economics**

A model of polyregional economics state management, based on the theory of active systems is considered. The model is identified according to the statistics data. Stability of received coefficients is considered.

Keywords: model, active system, identification

Получено: 25.04.11

УДК 532.5.011

✉ . *Lggz* , доктор физико-математических наук, профессор;✉ . *DZgdbg* , кандидат технических наук, доцент;✉ . < *Lmufg* , доктор технических наук, профессор

Ижевский государственный технический университет

**ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ВЫСОКОНАПОРНОЙ СВОБОДНОЙ ЖИДКОСТНОЙ СТРУИ
С ПРОМЫВАЕМЫМ ПОРИСТЫМ МАТЕРИАЛОМ**

IjklZelgZ fWqkdZ fhkv gZby bkhc kljmb gZ ihbjklmx ijZ . Qbkeg - gh_bkkehgb_ ubeh aWkbfhkly kljmdlmu lqby hl oZbjbklbd bklqby b khckl\ ihbjklhc kjh . Jamevlu fhfil ulv bkihevalgu ey hjaPbb ijhfuhqghb ijkpkZ ih - jbkluo fZbZ\ .

Dexq\ keh : течение струи, пористый материал, математическая модель

В России и во всем мире во многих отраслях промышленности, таких как строительство, транспорт, металлургия, машиностроение, широко применяются устройства струйной промывки жидкостью, нагнетаемой под высоким давлением (до 5–10 МПа и более). Их главное преимущество состоит в том, что с использованием таких устройств обеспечивается быстрое очищение загрязненных поверхностей при сравнительно невысоком расходе жидкости.

Подобные моющие устройства используются, например, в бумагоделательной промышленности [1, 2]. От них зависят эффективность работы бумагоделательного оборудования в целом и качество выпускаемой бумажной продукции.

Устройства струйной промывки применяют для поддержания работоспособности технологических полотен – сукон и сеток. В процессе работы происходит постепенное их загрязнение различными частицами органического и неорганического происхождения, отделяющимися от бумажного полотна. Это приводит к снижению

эксплуатационных характеристик технологических полотен и требует проведения их периодической очистки [3, 4].

Потребность в подобной технике постоянно возрастает, однако ее наиболее эффективное применение сдерживается тем, что на сегодняшний день не решены многие проблемы как теоретического, так и прикладного характера, касающиеся течения компактных (игольчатых) струй высокого напора в воздушной среде и особенностей их взаимодействия с промываемым полотняным материалом.

Недостаток данных теоретического или экспериментального характера в области струйной промывки не позволяет в полной мере использовать преимущества высоконапорной струйной техники, выбирать и назначать наиболее рациональные режимы промывки материалов, эффективно управлять системой «бумажное полотно – технологическое полотно (сукно) – моющее устройство».

Эффективность процесса промывки зависит от многих факторов, основными из которых являются следующие: скорость жидкости в струе, форма, поперечный размер струи, угол наклона струи, скорость движения промываемого полотна, дистанция промывки, время промывки и др.

В целом анализ и исследование процесса струйной промывки движущегося полотна представляют собой комплексную проблему, включающую ряд взаимосвязанных задач.

Область промывки структурно можно подразделить на несколько взаимосвязанных участков, а именно: а) участок формирования питающего потока жидкости; б) начальный участок формирования струйного моющего потока; в) участок распространения струи в пространстве; г) участок соприкосновения струи с промываемым полотном; д) участки течения раздробленных потоков жидкости по поверхности полотна, в толще полотна и за полотном. Результаты анализа и решения задач на участках формирования и распространения струи были приведены в более ранних публикациях авторов [5, 6].

При взаимодействии с промываемым материалом создаваемая моющая способность струй во многом зависит от того, какую форму и гидродинамические характеристики они приобрели на выходе из сопел и сохраняют по мере удаления от источника. От этого напрямую зависят параметры струи при соприкосновении с поверхностью промываемого тела. Здесь в первую очередь важны следующие характеристики: первоначальное воздействие на материал поверхности оказывает скоростной напор ρu^2 струи (здесь ρ , u – плотность жидкости и скорость струи в момент соприкосновения с поверхностью), а моющие характеристики, очевидно, зависят от степени турбулизированности жидкости в теле струи.

Процесс распространения (течения) свободной струи, если рассматривать стационарный режим, сопровождается ее трансформацией. Форма тела струи, распределение скоростей и давлений, структура потока по мере удаления от сопла изменяются и определяются некоторыми факторами. Наиболее важные из них – состояние и взаимодействие слоев жидкости внутри струи, а также взаимодействие пограничных слоев жидкости с воздухом.

В общем случае свободная незатопленная струя может быть разбита на три характерные части: компактную, частично раздробленную и распыленную [8]. Такое подразделение относится к струям, сформированным в длинных насадках. Для струи, вытекающей через отверстие в тонкой стенке или через короткий насадок, к трем названным следует добавить еще и начальный сужающийся участок, кото-

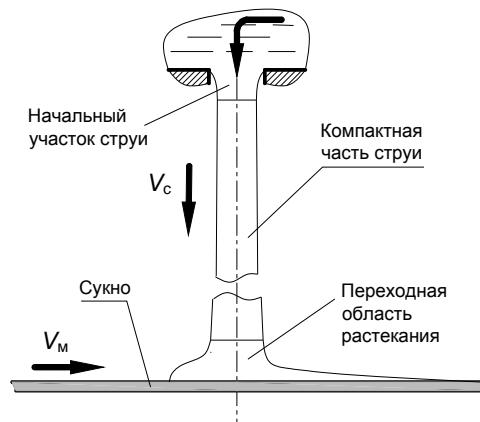
рый, по нашему мнению, является переходным и в зависимости от решаемой задачи может быть отнесен либо к области формирования струи, либо к самой струе.

Считается, что при промывке наиболее эффективно использование струи в ее компактной части. В этой части не нарушается сплошность среды. Характер течения жидкости в этой части струи во многом зависит от того, как она сформирована. Реальные струйные потоки на выходе из насадка (сопла) имеют неравномерное распределение скорости по сечению: в приграничных слоях скорость бывает меньше, чем в основном теле струи. Кроме того, частицам жидкости сообщается поперечный импульс движения (радиальная компонента вектора скорости), вызывающий расширение струи на участке распространения.

Определенное влияние на движение жидкости в струе оказывают силы тяжести, трение при соприкосновении с воздухом, поверхностное натяжение и др. Если не учитывать трение о воздух, то по мере удаления струи от источника будет наблюдаться постепенное выравнивание скоростей (в направлении потока) по сечению струи. Действие силы трения о воздух несколько замедляет процесс выравнивания скоростей. Силы тяжести в общем случае вызывают искривление траектории струи, а поверхностное натяжение противодействует расширению тела струи.

При встрече с препятствием поток жидкости растекается по его поверхности (рис. 1). Участок струи, прилегающий к поверхностному растекающемуся слою, дополнительно расширяется, поскольку в нем происходит некоторое снижение скорости течения. При неподвижном препятствии расширение и растекание будет симметричным относительно оси струи. При движении промываемого полотна (сукна) будет наблюдаться смещение расширяющегося участка в направлении движения. Характер смещения зависит от соотношения скоростей V_c и V_m . Силовое воздействие струи на полотно пропорционально скорости, величине объемного расхода и плотности жидкости. Создаваемая струей сила в какой-то степени деформирует полотно, так как оно обладает определенной податливостью.

Для оценки моющей способности струи важно знать, какие скорости и удельные давления создаются при столкновении потока жидкости с полотном. Создаваемый перепад давления обеспечивает проникновение жидкости в толщу полотна, обладающего проницаемостью. Благодаря высокому скоростному напору проникающих струй происходит вымывание загрязнений.



Илл. 1. Взаимодействие струи с подвижным препятствием

В данной публикации в качестве первого приближения решения задачи струйной промывки предлагается методология построения модели взаимодействия струи с проницаемой неподвижной подложкой (препятствием).

Для правильной организации процесса промывки необходимо знать параметры струйного течения в месте соприкосновения струи с подложкой, обеспечивающие эффективное удаление загрязняющих частиц. Скорость натекания струи должна быть достаточно высокой, но не нарушающей структуру промываемого материала. Выбор параметров промывки должен быть обоснован комплексом знаний о характере процесса, которые можно получить на основе численного моделирования взаимодействия жидкостной струи с проницаемой подложкой.

[FZI](#) [fZlbq](#) [kdZy](#) [fhev](#)

Рассматривается следующий физический процесс. Струя жидкости истекает с высокой скоростью (50–150 м/с) из насадка с отверстием круглого сечения и встречается с пористой преградой – проницаемой подложкой. Подложка находится на расстоянии 100–200 калибров (диаметров) от среза сопла. Формирование свободной струи, натекание на подложку составляют одну часть процесса. Другая часть соответствует проникновению жидкости в пористую среду и распространению по пластине. Эти две части являются взаимозависимыми. Учитывая существенные различия в характеристиках воздушного пространства и пористой среды, будем рассматривать две группы уравнений движения, учитывающие специфику каждой области течения. Связь между двумя частями моделируемого процесса осуществляется через граничные условия на общей границе.

Для первой составляющей процесса используются уравнения, описывающие стационарное вязкое изотермическое истечение несжимаемой жидкости, записанные в криволинейной системе координат:

$$\mathbf{F}_\xi + \mathbf{G}_\eta = \mathbf{P} + \mathbf{R}_\xi + \mathbf{H}_\eta + \mathbf{S}, \quad (1)$$

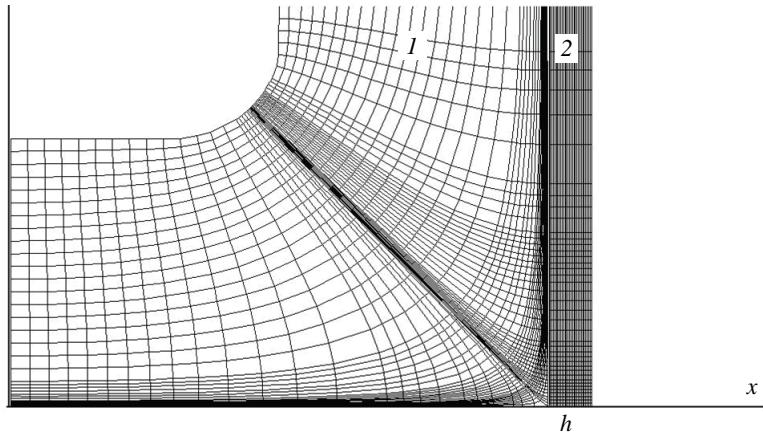
$$\text{где } \mathbf{F} = yDU \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \end{bmatrix}, \mathbf{G} = yDV \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \end{bmatrix}, \mathbf{P} = -y \begin{bmatrix} 0 \\ p_\xi x_\xi - p_\eta y_\xi \\ p_\xi y_\xi + p_\eta x_\xi \end{bmatrix}, \mathbf{R} = y\mu \begin{bmatrix} 0 \\ u_\xi \\ v_\xi \end{bmatrix}, \mathbf{H} = y\mu \begin{bmatrix} 0 \\ u_\eta \\ v_\eta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\mu_\xi (vx_\xi + vy_\eta) + \mu_\eta (vy_\xi + vy_\xi) \\ \mu_\xi (-vy_\xi + yu_\eta) - \mu_\eta (vx_\xi + yu_\xi) \end{bmatrix}, U = \frac{1}{D} (ux_\xi + vy_\xi), V = \frac{1}{D} (-uy_\xi + vx_\xi),$$

$$D = x_\xi^2 + y_\eta^2.$$

Здесь ρ – плотность среды; p – давление; u, v – составляющие скорости потока по осям x, y ; U, V – контравариантные составляющие скорости по осям ξ, η ; D – якобиан преобразования исходной системы координат x, y в ортогональную криволинейную систему ξ, η ; $\mu = \mu_0 + \mu_T$ – сумма молекулярной и турбулентной вязкостей.

Расчетная область течения показана на рис. 2.



Jбк. 2. Разностная сетка в расчетной области

Движение жидкой струи в воздушном пространстве соответствует области 1. Область 2 представляет проницаемую подложку толщиной h . Истечение струи происходит слева вдоль оси x .

При наличии в потоке двух фаз записывается уравнение переноса величины f (признака переносимого вещества) [7]:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (y D U f) + \frac{\partial}{\partial \eta} (y D V f) = 0, \quad (2)$$

где $f = 1$ – вода; $f = 0$ – воздух.

Плотность и вязкость в расчетной области определялись с использованием величины f :

$$\rho = \rho_1 f + (1-f)\rho_0, \quad v = v_1 f + (1-f)v_0, \quad \mu = \rho v.$$

Индекс 0 соответствует воздуху, 1 – воде.

Для учета турбулентного режима течения в пограничном слое необходимо использование модели турбулентной вязкости. Далее рассматривается двухпараметрическая модель турбулентной вязкости [8]. Для описания турбулентных режимов течения к системе уравнений (1) следует добавить уравнения переноса энергии турбулентности E и скорости диссипации ε :

$$\mathbf{F}_\xi + \mathbf{G}_\eta = \mathbf{R}_\xi + \mathbf{H}_\eta + \mathbf{S}, \quad (3)$$

$$\text{где } \mathbf{F} = y D U \begin{bmatrix} \rho E \\ \rho \varepsilon \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = y D V \begin{bmatrix} \rho E \\ \rho \varepsilon \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = y \mu \begin{bmatrix} E_\xi \\ \varepsilon_\xi \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = y \mu \begin{bmatrix} E_\eta \\ \varepsilon_\eta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{S} = y D \begin{bmatrix} \mu_T Q - \rho \varepsilon \\ c_\mu c_1 Q E - c_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{E} \end{bmatrix}, \quad c_1 = 1,44, \quad c_2 = 1,92, \quad c_\mu = 0,09;$$

$$Q = 2 \left(\left(u_{\xi} \xi_x - u_{\eta} \eta_x \right)^2 + \left(v_{\xi} \xi_x + v_{\eta} \xi_x \right)^2 \right) + \left(u_{\xi} \xi_x + u_{\eta} \xi_x + v_{\xi} \xi_x - v_{\eta} \xi_y \right)^2 + \left(\frac{v}{y} \right)^2 - \text{порождение турбулентности}; \mu_T = c_{\mu} \frac{E^2}{\varepsilon}.$$

Границные условия имеют вид: на твердой поверхности $U = U_p$, $V = V_p$, где U_p , V_p – скорости на пористой поверхности. Границные условия для E и ε в первом узле разностной сетки (точке y_1), расположенной вне вязкого подслоя, принимаются следующими:

$$E_1 = \frac{u_*^2}{\sqrt{c_{\mu}}}, \quad \varepsilon_1 = \frac{u_*^3}{\chi y_1},$$

где u_* – динамическая скорость, определяемая напряжением трения на стенке τ_0 ($\tau_0 = \sqrt{u_*/\rho}$); $\chi = 0,41$ – постоянная Кармана.

На линии симметрии $U_{\eta} = V = E_{\eta} = \varepsilon_{\eta} = 0$; на входной и верхней границах $U = D^{-1/2} u_{\infty}$, $V = E = \varepsilon = 0$, u_{∞} – скорость набегающего потока; на выходной границе $U_{\xi} = V_{\xi} = E_{\xi} = \varepsilon_{\xi} = 0$, $p = p_{\infty}$, p_{∞} – давление невозмущенного потока.

Для численного решения системы уравнений (1–3) применяется алгоритм SIMPLE [9].

Уравнения, описывающие фильтрацию жидкости в пористой среде, основаны на законе Дарси. Составляющие вектора скорости связаны с градиентом давления соотношениями:

$$u = -K_x \frac{\partial p}{\partial x}, \quad v = -K_y \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (4)$$

где $K_x = \frac{S_x}{\rho_1 v_1}$; $K_y = \frac{S_y}{\rho_1 v_1}$; S_x , S_y – проницаемости пористой среды в направлениях x , y .

Подстановка выражений (4) в уравнение неразрывности дает уравнение для нахождения давления:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(y K_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(y K_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0. \quad (5)$$

≡jZgbqgu mkehby:

на левой границе проницаемой подложки задается давление, полученное из решения задачи (1)–(3); на оси симметрии – условия симметрии; на правой и верхней границе задано давление внешней среды.

Уравнение (5) легко решается с применением метода Зейделя. Рассчитанное давление определяет скорости движения жидкости в пористой среде. Скорости на левой поверхности подложки задаются в качестве граничных условий для задачи (1)–(3). Связь между областями осуществляется через несколько итераций решения задачи (1)–(3).

Ламевич Ю.Н.

В расчетах заданы неизменными скорость истечения воды 100 м/с, диаметр сопла 2 мм, расстояние от сопла до преграды 200 мм. Варьировались толщина проницаемой подложки (2–5 мм) и проницаемости пористого материала (0,05–50 D). На рис. 3 показаны поля течения в окрестности точки растекания струи в областях 1 и 2.

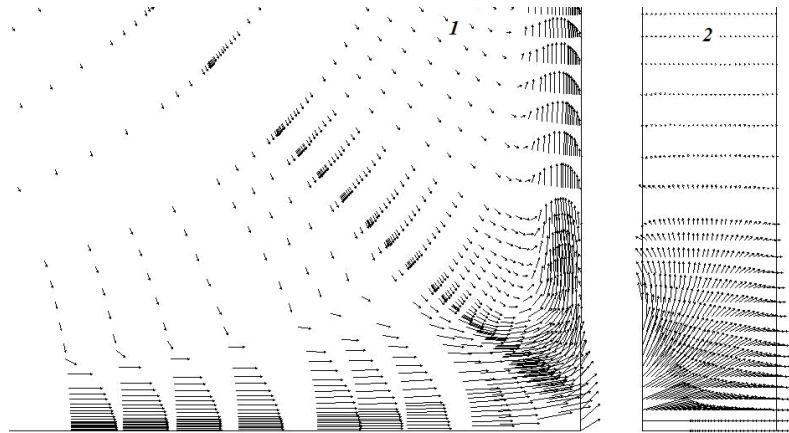


Рис. 3. Натекание струи на пористую преграду ($S_x = S_y = 5D$, $h = 5$ мм)

На рисунке видно, что струя растекается и частично проникает в пористую среду. В проницаемой подложке часть жидкости вытекает через правую границу, а часть возвращается через левую границу на расстоянии большем, чем начальный радиус струи.

Уменьшение проницаемости до 0,05 D снижает скорость проникновения жидкости (рис. 4).

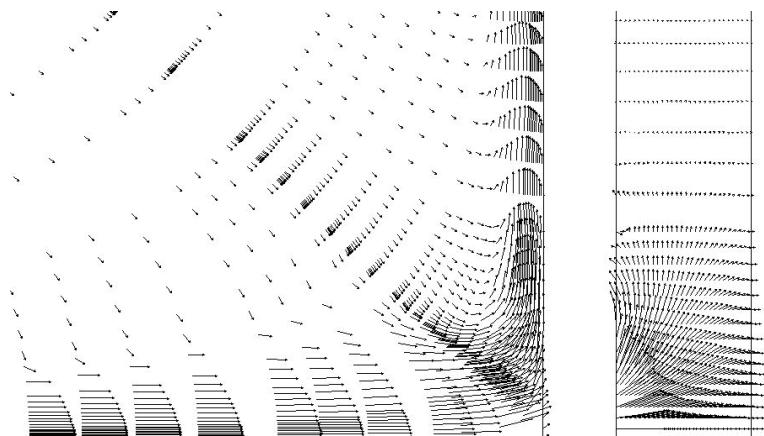
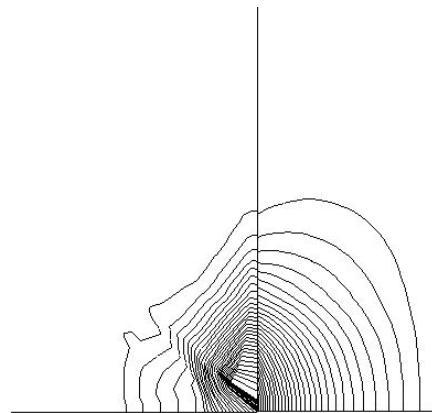


Рис. 4. Натекание струи на пористую преграду ($S_x = S_y = 0,05 D$, $h = 5$ мм)

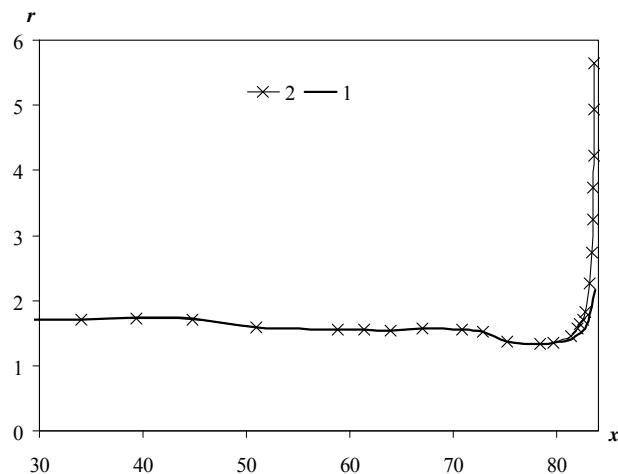
Векторное поле в правой области рисунка для более наглядного представления масштабировано. Распределение линий изобар приведено на рис. 5.



Лбк. 5. Линии равного давления в окрестности точки растекания струи

Изобары свидетельствуют о значительных градиентах давления в окрестности точки растекания струи.

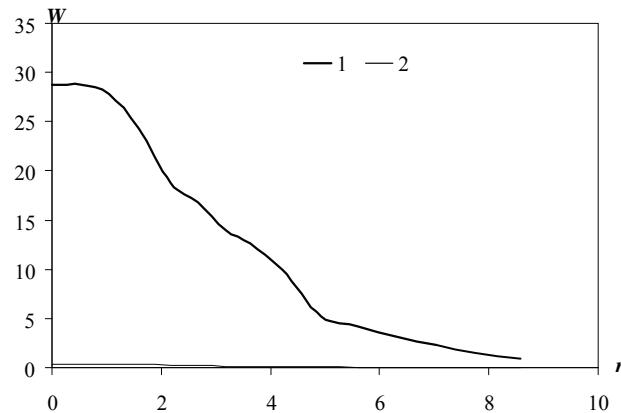
Свободные границы жидкой струи показаны на рис. 6.



Лбк. 6. Граница натекающей жидкой струи

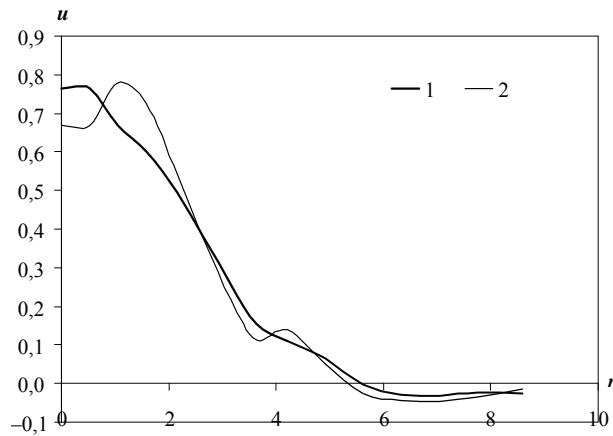
Положение границы 1 соответствует проницаемости $S_x = S_y = 5 D$. Линия 2 соответствует $S_x = S_y = 0,05 D$. Для низкой проницаемости струя растекается, как по сплошной поверхности. В случае проницаемой преграды область жидкого пятна контакта уменьшается.

Распределения скоростей проникновения жидкости через границу проницаемой подложки по пятну контакта представлено на рис. 7.



Лбк. 7. Скорости жидкости на границе контакта

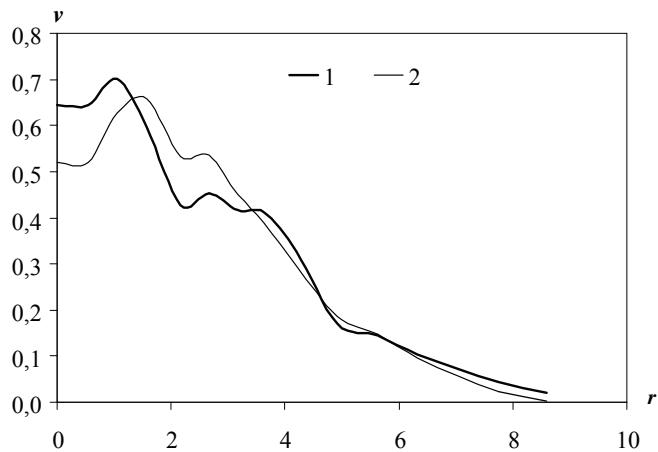
Нумерация зависимостей такая же, как на предыдущем рисунке. Скорость максимальна в центре струи и убывает с ростом расстояния, отнесенного к радиусу сопла. Зависимости продольной и радиальной составляющих скорости на границе контакта от безразмерного расстояния r приведены на рис. 8 и 9. Скорости отнесены к максимальным значениям их модулей w .



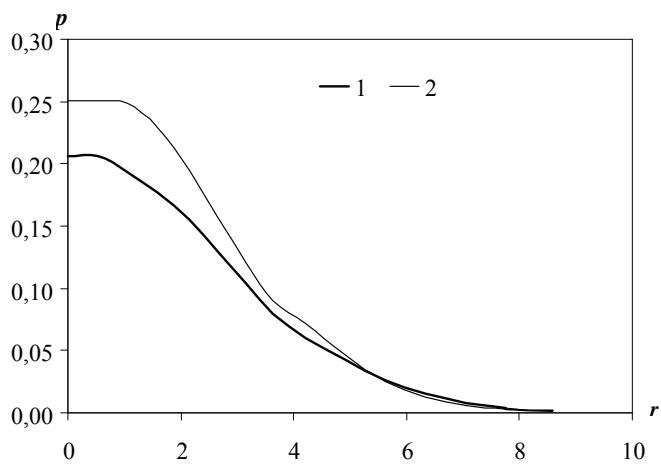
Лбк. 8. Изменение продольной скорости

Отрицательные значения продольной составляющей скорости соответствуют вытеканию жидкости через левую границу подложки.

Безразмерные профили как продольных, так и радиальных скоростей для разных проницаемостей мало отличаются по характеру изменения. Подобие безразмерных зависимостей давлений от радиуса растекания также наблюдается на рис. 10.



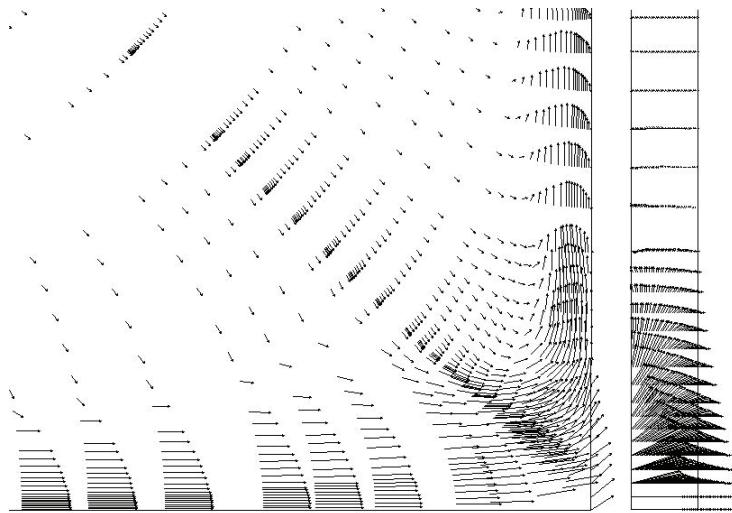
Jbk. 9. Изменение радиальной скорости



Jbk. 10. Безразмерные профили давления на границе контакта

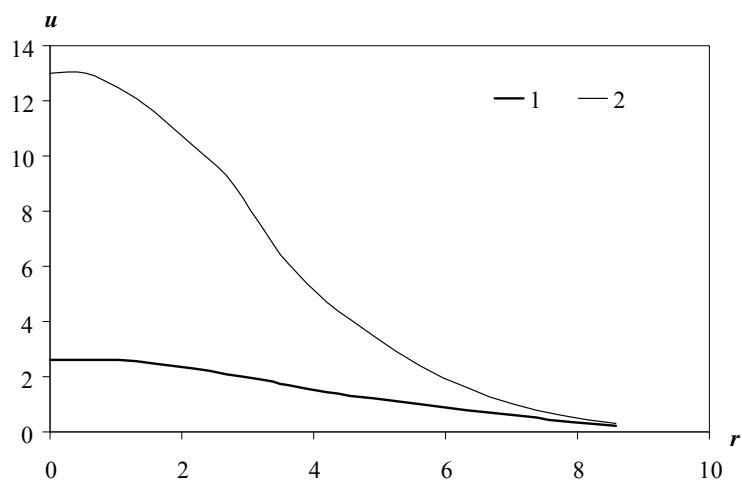
Давление отнесено к давлению торможения для сопла.

Влияние изменения толщины подложки показано на рис. 11.



Лбл. 11. Поле течения для ($S_x = S_y = 5 D$, $h = 2$ мм)

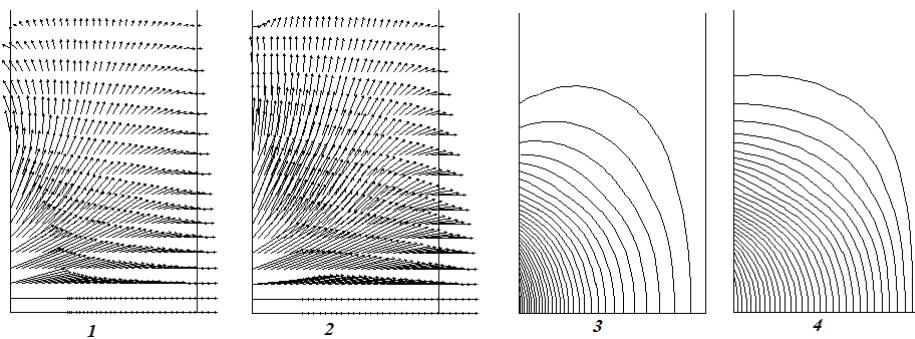
Тонкая пластина оказывает меньшее сопротивление струе. Жидкость почти полностью проходит через подложку. Скорость на правой границе струи существенно выше для тонкой подложки, чем для более толстой (рис. 12).



Лбл. 12. Скорость вытекания жидкости через правую границу

На рис. 12 зависимость 1 соответствует $h = 5$ мм, а зависимость 2 соответствует $h = 2$ мм.

Анизотропия свойств пористой среды также оказывает влияние на картину течения через проницаемую подложку, как это видно на рис. 13.



Ил. 13. Поля скорости и давления в проницаемой подложке

Под номером 1 представлено поле скорости для $S_x = 5 D$, $S_y = 5 D$, а под номером 2 для $S_x = 5 D$, $S_y = 1 D$. Проницаемость в радиальном направлении в пять раз меньше, чем в осевом. Толщина пластины $h = 5$ мм. Анизотропия проницаемости приводит к тому, что вся жидкость проходит через проницаемую подложку. Об этом свидетельствуют и изобары (номер 3 для $S_x = 5 D$, $S_y = 5 D$, номер 4 для $S_x = 5 D$, $S_y = 1 D$). Движение жидкости происходит по нормали к изобарам.

Рассмотренная математическая модель взаимодействия жидкой струи позволяет получить информацию, необходимую для наилучшей организации процесса промывки пористых материалов.

Kibkhd ebljimii

1. Оборудование целлюлозно-бумажного производства : в 2 т. Т. 2 : Бумагоделательные машины / В. А. Чичаев, М. Л. Глезин, В. А. Екимова и др. ; под ред. В. А. Чичаева. – М. : Лесная пром-сть, 1981). – С. 112–117. URL: [http://publ.lib.ru/ARCHIVES/CH/CHICHAEV_V._A/_Oborudovanie_celyulozno-bumajnogo_proizvodstva.\(t.2\).%5Bdjv%5D.zip](http://publ.lib.ru/ARCHIVES/CH/CHICHAEV_V._A/_Oborudovanie_celyulozno-bumajnogo_proizvodstva.(t.2).%5Bdjv%5D.zip) (дата обращения 15.05.2010).
2. Справочник бумажника / А. А. Алексеев, И. Е. Вьюков, В. А. Грабовский : в 3 т. Т. 2. – М. : Лесная пром-сть, 1965. – С. 583–595.
3. Ипп О. Для чистки одежды машины // Целлюлоза. Бумага. Картон. – 2001. – № 3–4. – С. 26–28.
4. Гевубр К. >. Современные конструкции спрысков бумаго- и картоноделательных машин. – М. : ВНИПИЭИлеспром, 1974. – С. 3–60.
5. DZebgdbg : . . . , Lggz| , < . . . , Lmjufg , X . <. Численное моделирование гидродинамических процессов в питающей трубе моющих устройств // Интеллектуал. системы в пр-ве. – 2010. – № 1. – С. 36–45.
6. Kalinkin, . . . , Turygin, J. V., Averkin, V. V. Modelling of Spray Ablution Systems for the Purpose of Increase of Effectiveness of Mechatronic Units Functioning, Their Stepping Motion Drive and Positioning // University Review. Mechatronics and quality of production. – Trencin, TnUAD – IGTU. 2007. – Vol. 1, nr 2. – Pp. 22-33. – ISSN 1337-6047. URL: http://www.tnuni.sk/fileadmin/dokumenty/uvodna_stranka/nase_vysledky/university_review/2_cislo.pdf (дата обращения: 05.05.2011).
7. Hirt, C. W., Nichols, B. D. Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries // J. of Computational Physics. – Jan. 1981. – Vol. 39. – P. 201-225.
8. Ехсругкдбс E. =. Механика жидкости и газа : учеб. для вузов. – 6-е изд. – М. : Наука, 1987. – 840 с.

9. Ильин, К. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / пер. с англ. под ред. В. Д. Виленского. – М. : Энергоиздат, 1984. – 152 с.

V. : . Lenenev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Izhevsk State Technical University

□ : . Dalinkin, Candidate of Technical Sciences, Izhevsk State Technical University

X . < Ильин, Doctor of Technical Sciences, Professor, Izhevsk State Technical University

Hydrodynamic Modelling of Interaction of High-Pressure Free-Discharging Fluid Jet with Porous Material during Flushing

The model of interaction of fluid jet with porous material is presented. The numerical investigation of the process revealed the flow structure dependence on its characteristics and properties of the porous material. The results may be used in the flushing process of porous materials.

Keywords: jet flow, porous material, mathematical model

Получено: 25.04.11

УДК 519.21

□ X . Ильин, аспирант

Удмуртский государственный университет

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО СЛУЧАЙНОГО БЛУЖДАНИЯ В СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ К ОПИСАНИЮ ФИНАНСОВЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Ключевые слова: геометрическое случайное блуждание в случайной среде, ряд цен представляет собой «

Геометрическое случайное блуждание в случайной среде,
ряд цен представляет собой «

случайное блуждание», или, в более узкой трактовке, доходы от инвестиций в ценные бумаги не имеют серийной корреляции, и распределения их вероятностей инвариантны во времени.