

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

УДК 622.276 + 517.977.56

Д. : . Kbēvgbdh\ , кандидат технических наук, доцент;

⊂ : . KZggbdh\, старший научный сотрудник

Ижевский государственный технический университет

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ НЕФТЯНЫХ СКВАЖИН С ПОМОЩЬЮ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ОДНОФАЗНОЙ ДВУМЕРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СЛАБОСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

KnhjfmēbjhZgZ aZqZ hilbfbaZpbb jbfh\ jZflu gnlyguo kdZbg \ kemqZ_hghnZaghc
 nfjghc nbevljZpbb keZhkbZfZhc bdkhkb . ey _ jrgby jdhfghZgh bkiēvahZgb_
 flbqkdhh ZejhblfZ . Ijbhu jamevlZlu ih ZijhZpbb ijēZfu ihδhh\ gZ ijbfl_
 fkljhghby , jZajZfluZfh\ \ mkehbyo, ijbēbguo d jZevguf .

Ключевые слова: однофазная фильтрация, слабосжимаемая жидкость, метод конечных разностей, моделирование пластовых систем, режим работы скважины, условная оптимизация, генетический алгоритм

Постановка задачи

Сформулируем задачу оптимизации режимов работы скважин. Для описания процесса двумерной фильтрации слабосжимаемой жидкости в пористой среде используем следующую краевую задачу [1–4]:

$$\begin{aligned} \nabla \left(h(\mathbf{x}) \lambda(\mathbf{x}) (\nabla P - \gamma \nabla Z(\mathbf{x})) \right) + h(\mathbf{x}) \sum_{l=1}^L q_l(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_l) &= h(\mathbf{x}) \beta(\mathbf{x}) \frac{\partial P}{\partial t}, \\ \lambda(\mathbf{x}) &= \frac{\mathbf{k}(\mathbf{x})}{\mu B}, \quad \beta(\mathbf{x}) = \phi(\mathbf{x}) \frac{c_\ell}{B^\circ} + \phi^\circ(\mathbf{x}) \frac{c_\phi}{B}, \quad \gamma = \rho g, \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, \quad t \in (0; T]; \\ P(\mathbf{x}, 0) &= P_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \bar{\Omega}; \quad P(\mathbf{x}, t)|_{\mathbf{x} \in \Gamma_1} = P_{b_1}(t), \quad \frac{\partial P(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} \bigg|_{\mathbf{x} \in \Gamma_2} = \frac{\partial P(t)}{\partial \mathbf{n}} \bigg|_{b_2}, \\ \int_{\Gamma_3} \lambda(\mathbf{x}) (\nabla P - \gamma \nabla Z(\mathbf{x})) \mathbf{n}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} &= q_{b_3}(t), \quad t \in (0; T], \end{aligned} \quad (1)$$

где $P(\mathbf{x}, t)$ – давление в точке $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \Omega$ в момент времени t ; $\bar{\Omega}$ – область фильтрации с границей Γ , состоящей из непересекающихся частей Γ_1 , Γ_2 и Γ_3 , т. е. $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3$; $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$; $\mathbf{n}$ – вектор внешней нормали; $\mathbf{k} = \text{diag}(k_1, k_2)$ – диагональный тензор абсолютной проницаемости; h – мощность пласта; Z – глубина залегания; ϕ – пористость; μ – вязкость жидкости; c_ℓ , c_ϕ – коэффициенты сжимаемости жидкости и пористой среды соответственно; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; $\mathbf{x}_l$ – координаты мест размещения l -й скважины с дебитом $q_l(t)$, $l = \overline{1, L}$; L – количество скважин; $\delta(\cdot)$ – обобщенная

двумерная функция Дирака; T – период времени планирования; верхний индекс $^\circ$ соответствует значению параметра при некотором характерном давлении P° .

В рассматриваемой ниже задаче предполагается, что все функции, а также параметры пласта, нефти, участвующие в начально-краевой задаче (1), в том числе координаты скважин $\mathbf{x}_l$, $l = \overline{1, L}$ заданы. В частности, зависимости плотности нефти, ее объемного коэффициента и вязкости от пластового давления представляются в виде

$$\rho = \rho^\circ (1 + c_\rho (P - P^\circ)), \quad B = \frac{B^\circ}{1 + c_B (P - P^\circ)}, \quad \mu = \frac{\mu^\circ}{1 - c_\mu (P - P^\circ)},$$

где в качестве P° обычно берется атмосферное давление. Считается также, что пористость в точке $\mathbf{x} \in \Omega$ меняется в зависимости от давления внутри пласта по следующему закону:

$$\varphi(\mathbf{x}) = \varphi^\circ(\mathbf{x}) (1 + c_\varphi (P - P^\circ)),$$

где в роли характерного давления P° выступает либо также атмосферное давление, либо начальное давление пласта.

Необходимо оптимизировать режимы работы скважин, соблюдая следующие режимно-технологические и плановые показатели:

$$\begin{aligned} 0 \leq p_i^L \leq p_i(t) \leq p_i^U, \quad i = \overline{1, L_1}, \\ q_j^L \leq q_j(t) \leq q_j^U, \quad j = \overline{L_1 + 1, L_1 + L_2} = \overline{L}; \\ V_{\text{total}}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = - \sum_{l=1}^L \int_0^T q_l(t) dt \geq V_{\text{plan}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $p(t)$ – динамическое забойное давление; V_{total} – суммарный объем добытой нефти; V_{plan} – плановое задание на добычу нефти; L_1, L_2 – количество скважин с управляемым забойным давлением и дебитом соответственно. Здесь минус в правой части ограничения на суммарный объем извлеченной нефти учитывает тот факт, что при математическом моделировании пластовых систем члены отбора обычно принимают отрицательные значения.

В качестве критерия оптимальности в зависимости от производственной ситуации на промысле могут выступать такие показатели, как минимизация потерь пластовой энергии, максимизация добычи сырья и другие, включая их комбинации и многокритериальные случаи. Рассмотрим задачу минимизации отклонения от средневзвешенной остаточной пластовой энергии [5]:

$$J(\mathbf{p}, \mathbf{q}; P) = \iint_{\Omega} (P(\mathbf{x}, T) - \bar{P})^2 d\mathbf{x} + \varepsilon_1 \sum_{l=1}^{L_1} \int_0^T (p_l(t))^2 dt + \varepsilon_2 \sum_{l=L_1+1}^L \int_0^T (q_l(t))^2 dt, \quad (3)$$

$$\bar{P} = \iint_{\Omega} P(\mathbf{x}, T) d\mathbf{x} / \text{mes } \Omega,$$

где второе и третье слагаемые в (3) введены с целью регуляризации функционала; $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ – параметры регуляризации.

Дополнительно к указанным выше условиям задачи приведем следующие важные замечания, исходящие из практических соображений и позволяющие существенно уменьшить объем вычислений при численном решении задачи. Предположим, что забойные давления и дебиты скважин кусочно-постоянные во времени функции:

$$\begin{aligned} p_i(t) = p_i^k = \text{const}, \quad q_j(t) = q_j^k = \text{const}, \quad t \in [\tau^{k-1}, \tau^k), \\ k = \overline{1, m}, \quad \tau^0 = 0, \quad \tau^m = T, \quad i = \overline{1, L_1}, \quad j = \overline{L_1 + 1, L}, \end{aligned} \quad (4)$$

где m – число интервалов постоянства значений забойных давлений и дебитов по всем скважинам.

Интервалы, определяемые значениями времен переключений режимов в (4), могут быть заданы либо должны оптимизироваться. В данной работе времена $\tau^1, \dots, \tau^m$ будем считать заданными. Практичность условия (4) следует из сложности реализации переменной во времени величины добычи сырья по скважинам, кустам скважин, что потребовало бы использования специальных телемеханических средств управления и регулирования, установленных на каждой скважине [5].

Размерность задачи оптимизации также существенно уменьшится, если агрегировать оптимизируемые параметры, а именно предположить, что $q_l(t)$ является дебитом l -го куста в целом, включающего несколько скважин (пять – десять) [5].

Поставленная задача (1)–(4) является параметрической задачей оптимального управления системами с распределенными параметрами [6], в которой оптимизируются векторы

$$\begin{aligned} \mathbf{p} = [p_1^1 \quad \dots \quad p_1^m \quad \dots \quad p_{L_1}^1 \quad \dots \quad p_{L_1}^m]^T \in \mathbb{R}^{L_1 m}, \\ \mathbf{q} = [q_{L_1+1}^1 \quad \dots \quad q_{L_1+1}^m \quad \dots \quad q_L^1 \quad \dots \quad q_L^m]^T \in \mathbb{R}^{L_2 m} \end{aligned} \quad (5)$$

общей размерности Lm . Для ее численного решения предлагается использовать следующую схему. Применяя какую-либо конечно-разностную аппроксимацию всей задачи, необходимо получить конечномерную задачу математического программирования с ограничениями типа равенств и неравенств специального вида, которая относится к классу оптимизационных задач сетевой структуры [5, 7].

Дискретизация уравнения фильтрации

Дискретизация начально-краевой задачи (1) осуществлялась методом конечных разностей (объемов) путем представления модели пласта в виде блочно-центрированной сетки по следующей неявной схеме [1, 8, 9]:

$$\begin{aligned}
 \sum_{l \in \Psi_n} T_{l,n}^{n+1} \left((P_l^{n+1} - P_n^{n+1}) - \gamma_{l,n}^{n+1} (Z_l - Z_n) \right) + \sum_{l \in \xi_n} q_{l,n}^{n+1} + q_n^{n+1} &= \frac{\Gamma_n^{n+1}}{\Delta t^{n+1}} (P_n^{n+1} - P_n^n), \\
 \Gamma_n^{n+1} &= \frac{V_{b_n}}{\alpha_c} \left(\frac{\varphi_n^c c_\ell}{B^0} + \frac{\varphi_n^o c_\varphi}{B_n^{n+1}} \right), \quad \gamma_{l,n}^{n+1} = \gamma_c \rho_{l,n}^{n+1} g, \quad T_{l,n}^{n+1} = G_{l,n} \left(\frac{1}{\mu B} \right)_{l,n}^{n+1}, \\
 G_{l,n} &= \frac{2\beta_c}{\left(\frac{\Delta x_{\kappa(l,n)}}{A_{\kappa(l,n)} k_{\kappa(l,n)}} \right)_l + \left(\frac{\Delta x_{\kappa(l,n)}}{A_{\kappa(l,n)} k_{\kappa(l,n)}} \right)_n}, \quad l \in \Psi_n; \quad P_n^0 = P_0; \\
 q_{l,n}^{n+1} &= \beta_c \left(\frac{k_{\kappa(l)} A_{\kappa(l)}}{\mu B (\Delta x_{\kappa(l)}/2)} \right)_n^{n+1} \left((P_{b_l}^{n+1} - P_n^{n+1}) - \gamma_n^{n+1} (Z_l - Z_n) \right), \quad l \in \xi_{n_1}; \\
 q_{l,n}^{n+1} &= \beta_c \left(\frac{k_{\kappa(l)} A_{\kappa(l)}}{\mu B} \right)_n^{n+1} \left(\left. \frac{\partial P}{\partial x_{\kappa(l)}} \right|_{b_2}^{n+1} - \gamma_n^{n+1} \left. \frac{\partial Z}{\partial x_{\kappa(l)}} \right|_{b_2}^{n+1} \right) \cos \theta_l, \quad l \in \xi_{n_2}; \\
 q_{l,n}^{n+1} &= q_{b_3}^{n+1} \frac{T_{l,n}^{n+1}}{\sum_{l \in \xi_{n_3}} T_{l,n}^{n+1}}, \quad T_{l,n}^{n+1} = \beta_c \left(\frac{k_{\kappa(l)} A_{\kappa(l)}}{\mu B (\Delta x_{\kappa(l)}/2)} \right)_n^{n+1}, \quad l \in \xi_{n_3},
 \end{aligned} \tag{6}$$

где Ψ_n – множество индексов блоков соседних с n -м блоком; ξ_{n_k} – множество идентификаторов участков границы пласта Γ_k , с которыми граничит n -й блок, $k = \overline{1, 3}$; $\xi_n = \xi_{n_1} \cup \xi_{n_2} \cup \xi_{n_3}$; $\kappa(\cdot)$ – индексная функция для параметров, зависящих от направления, которая принимает значение 1 (ось координат x_1) или 2 (ось координат x_2); Δx_{d_n} – размер n -го блока в направлении $d \in \{1, 2\}$; A_n – площадь грани n -го блока в направлении $i \in \{1, 2\}$, т. е. $A_n = \Delta x_{j_n} h_n$, $i, j \in \{1, 2\}$, $i \neq j$; V_{b_n} – объем n -го блока; $\cos \theta_l$ – значение направляющего косинуса (-1 или 1) внешней нормали к l -му участку границы пласта относительно оси координат $x_{\kappa(l)}$; α_c , β_c и γ_c – масштабные множители; Δt^{n+1} – шаг по времени, т. е. $\Delta t^{n+1} = t^{n+1} - t^n$; верхние индексы n и $n+1$ указывают на предыдущий и текущий моменты времени соответственно.

Идентификатор участка внешней границы пласта представляет собой обозначение грани блока [8]: b_E и b_W – «восточная» и «западная» грань в направлении 1; b_S и b_N – «южная» и «северная» грань в направлении 2. При этом $\cos \theta_l = -1$, $l \in \{b_W, b_S\}$ и $\cos \theta_l = 1$, $l \in \{b_E, b_N\}$. Кроме того, $\kappa(l) = 1$, $l \in \{b_E, b_W\}$ и $\kappa(l) = 2$, $l \in \{b_S, b_N\}$.

Для n -го блока, содержащего l -ю скважину с управляемым забойным давлением, которая описывается моделью Писмана, положим [1, 8–10]

$$q_n^{n+1} = -J_{w_{l,n}}^{n+1} (P_n^{n+1} - p_l^{n+1}), \quad J_{w_{l,n}}^{n+1} = G_{w_{l,n}} \left(\frac{1}{\mu B} \right)_n^{n+1},$$

$$G_{w_{l,n}} = \frac{2\pi\beta_c k_{H_n} h_n}{\ln r_{eq_n}/r_{w_l} + S_l}, \quad l \in \{1, \dots, L_1\},$$

$$k_{H_n} = \left(\sqrt{k_1 k_2} \right)_n, \quad r_{eq_n} = 0,28 \left(\frac{\left((k_2/k_1)^{0,5} (\Delta x_1)^2 + (k_1/k_2)^{0,5} (\Delta x_2)^2 \right)^{0,5}}{(k_2/k_1)^{0,25} + (k_1/k_2)^{0,25}} \right)_n,$$

где r_w – радиус ствола скважины; S – скин-фактор. Для n -го блока, содержащего l -ю скважину с управляемым дебитом, $q_n^{n+1} = q_l^{n+1}$, $l \in \{L_1 + 1, \dots, L\}$. Для остальных блоков $q_n^{n+1} = 0$.

Линеаризация параметров жидкости в (6) по пространству проводилась по формуле среднего арифметического [8, 9]:

$$\rho_{l,n}^{n+1} = \frac{\rho_l^{n+1} + \rho_n^{n+1}}{2}, \quad \left(\frac{1}{\mu B} \right)_{l,n}^{n+1} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{\mu B} \right)_l^{n+1} + \left(\frac{1}{\mu B} \right)_n^{n+1} \right).$$

Линеаризация (6) по времени для всех параметров жидкости и пласта, зависящих от давления, осуществлялась по методу простых итераций (МПИ) [1, 8] ввиду слабой нелинейности задачи однофазной фильтрации.

Выбор шага по времени Δt^{n+1} определяется, как правило, требованиями к точности результатов численного моделирования. Шаг по времени может быть постоянным на всем промежутке $(0; T]$, т. е. $\Delta t^{n+1} = \Delta t$ либо принимать различные фиксированные на интервалах $[\tau^{k-1}, \tau^k)$ значения $\Delta t^{n+1} = \Delta t^k$, $k = \overline{1, m}$. Однако более эффективным способом является адаптивный (автоматический) выбор временного шага, поскольку он может существенно сократить объем вычислений, что очень важно при решении задачи минимизации (3). Алгоритм такого выбора шага по времени можно записать следующим образом.

1. Установить счетчик смены режимов работы скважин $k=1$.
2. Задать лимиты на максимальный шаг по времени $\Delta t_{\max}^k$ и максимальное изменение давления $\Delta P_{\lim}^k$. Положить $v=0$.
3. Подсчитать

$$\Delta t^{n+1(v)} = \min \left\{ \Delta t_{\max}^k, \Delta t^{n+1(v)} \frac{\Delta P_{\lim}^k}{\Delta P_{\max}^{n+1(v)}} \right\},$$

где $\Delta P_{\max}^{n+1(v)}$ – максимальное изменение давления по всем расчетным блокам за временной шаг $\Delta t^{n+1(v)}$.

4. Вычислить $\Delta P_{\max}^{(v+1)}$ по завершении временного шага $\Delta t^{(v+1)}$. Если $\Delta P_{\max}^{(v+1)} \leq C_p \Delta P_{\lim}^k$, где $C_p \geq 1$, то временной шаг приемлем. В ином случае увеличить v на единицу и перейти на шаг 3.

5. Принять Δt^{n+1} равным $\Delta t^{(v+1)}$. Увеличить k на единицу. Если $k > m$, прекратить работу, иначе перейти на шаг 2.

Алгоритм гарантирует, что максимальное изменение давления на интервале $[\tau^{k-1}, \tau^k]$ не превысит $C_p \Delta P_{\lim}^k$, $k = \overline{1, m}$. Типичные значения: $C_p = 1$, $\Delta t_{\max}^k = \tau^k - \tau^{k-1}$ и $\Delta P_{\lim}^k = \Delta P_{\lim}$, $k = \overline{1, m}$, где $\Delta P_{\lim}$ – постоянный на всем промежутке $(0; T]$ лимит на максимальное изменение давления. Кроме того, в качестве $\Delta t_{\max}^{(0)}$ обычно берется значение предыдущего временного шага Δt^n , но можно взять и соответствующее значение $\Delta t_{\max}^k$. В любом случае $\Delta t^1 = \Delta t_{\max}^{(0)}$. Процедуру данного вида можно улучшить, например, контролируя дополнительные переменные: максимальное количество итераций, минимальное значение временного шага, величину выброса и др.

Метод минимизации критерия оптимальности

Решение задачи минимизации критерия (3), где в роли оптимизируемых параметров выступают векторы (5), представляет определенную трудность с точки зрения размерности пространства, в котором осуществляется поиск точки глобального минимума. Даже для относительно средней по сложности задачи с числом скважин $L = 5$ и количеством интервалов постоянства режимов их работы $m = 10$ общее число неизвестных достигает $Lm = 50$. Кроме того, применение ставших уже классическими методов оптимизации, основанных на информации о производной целевой функции, осложняется сильной степенью нелинейности минимизируемого функционала относительно неизвестных параметров. Все это обуславливает применение более эффективных методов глобальной оптимизации, в качестве одного из которых был выбран генетический алгоритм.

Генетический алгоритм – это универсальный метод решения безусловной и условной оптимизации, который базируется на концепции естественного отбора, лежащего в основе понятия эволюции в биологии. Генетический алгоритм осуществляет циклическую модификацию популяции особей, играющих роль пробных решений исходной задачи. На каждом шаге алгоритма производится случайный отбор особей из рассматриваемой в данный момент популяции, которые используются в качестве родителей для особей-потомков новой популяции. Таким образом, одно поколение особей сменяет другое поколение, лучше всего «продвинувшееся» в направлении оптимального решения. Генетический алгоритм подходит для решения разнообразных задач оптимизации, в том числе и тех, перед которыми пасуют стандартные методы. Например, когда целевая функция имеет разрывы, недифференцируема, а также является стохастической либо сильно нелинейной.

Любая программная реализация генетического алгоритма включает в том или ином виде следующие основные этапы [11–13]:

– $hl[hj]$ (или $k[e]dpby$) особей, называемых $jhb[eyfb]$, которые осуществляют вклад в популяцию нового поколения;

– $k_{dj} \cdot s_{bZgb}$ (или $d_{jhkkbg} \cdot l_{h_j}$) двух родителей с целью получения потомка в новом поколении;

– f_{mlZpby} путем случайных модификаций отдельных особей и получения, таким образом, потомков в новом поколении.

Ключевые отличия генетического алгоритма от традиционных методов оптимизации, использующих информацию о производной целевой функции, можно сгруппировать следующим образом.

$DeZkbbq \cdot k_{db\bar{a}h\bar{o}h}^{\wedge}$:

– на каждой итерации генерируется единственная точка, соответствующая приближенному решению; последовательность точек образует ряд, стремящийся к оптимальному решению;

– следующая точка определяется на основе детерминированного подхода.

$\bar{e} \cdot g \cdot l_{bq} \cdot k_{dbc} \cdot Ze_{hjblf}$:

– на каждой итерации генерируется множество (популяция) точек возможных решений; последовательность лучших в разных популяциях точек стремится к оптимальному решению;

– формирование новой популяции осуществляется случайным образом.

Работу генетического алгоритма условно можно представить в виде следующей схемы.

1. Алгоритм начинает работу с генерации случайным образом начальной популяции.

2. Далее алгоритм формирует последовательность новых популяций. Для этого берутся особи старого поколения, а затем на их основе генерируется следующая популяция путем следующих манипуляций:

– для каждой особи вычисляется $\bar{n} \cdot m \cdot g \cdot d \cdot p \cdot b \cdot y \cdot i \cdot j \cdot b \cdot k \cdot i \cdot h \cdot k \cdot h \cdot \bar{e} \cdot g \cdot g \cdot h \cdot k \cdot l \cdot b$, которая характеризует, насколько хорошо данная особь решает поставленную задачу;

– вычисленные значения функции приспособленности нормируются для упрощения последующего ранжирования особей;

– производится отбор (селекция) особей, выступающих в роли родителей, в соответствии с их рангом (оценкой приспособленности);

– особи с наилучшей приспособленностью, называемые $\bar{w} \cdot \bar{e} \cdot b \cdot l \cdot g \cdot u \cdot f \cdot b$, сохраняются без каких-либо изменений для нового поколения;

– потомки отобранных ранее родителей образуются либо путем мутации единственного родителя, либо путем скрещивания пары родителей;

– все особи текущей популяции, за исключением элитных, заменяются новым поколением потомков.

3. Алгоритм прекращает работу, если выполнен хотя бы один из критериев останова, иначе повторяется предыдущий шаг.

Любая современная реализация генетического алгоритма позволяет решать задачу оптимизации с ограничениями, в том числе и нелинейными. Например, для учета нелинейных условий типа равенств и неравенств разработан генетический метод множителей (ALGA, или Augmented Lagrangian Genetic Algorithm). Решаемая этим методом задача имеет вид

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{v}} f(\mathbf{v}), \\
 & c_i(\mathbf{v}) \leq 0, \quad i = \overline{1, m_c}, \\
 & c_i(\mathbf{v}) = 0, \quad i = \overline{m_c + 1, m_t}, \\
 & \mathbf{A}\mathbf{v} \leq \mathbf{b}, \quad \mathbf{C}\mathbf{v} = \mathbf{d}, \\
 & \mathbf{l} \leq \mathbf{v} \leq \mathbf{u},
 \end{aligned} \tag{7}$$

где $f, c_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $i = \overline{1, m_t}$; n – число неизвестных; m_c – число нелинейных ограничений-неравенств; m_t – общее число нелинейных ограничений; $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$ – матрица и вектор линейных ограничений-неравенств соответственно; $\mathbf{C}$, $\mathbf{d}$ – матрица и вектор линейных ограничений-равенств соответственно; $\mathbf{l}$, $\mathbf{u}$ – векторы простых нижних и верхних границ соответственно. Здесь векторы сравниваются покомпонентно.

Метод ALGA относится к классу методов последовательной безусловной минимизации, в котором формулируется подзадача поиска безусловного минимума барьерной модифицированной функции Лагранжа [14, 15]:

$$\Theta(\mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{s}, \rho) = f(\mathbf{v}) - \sum_{i=1}^{m_c} \lambda_i s_i \ln(s_i - c_i(\mathbf{v})) + \sum_{i=m_c+1}^{m_t} \lambda_i c_i(\mathbf{v}) + \frac{\rho}{2} \sum_{i=m_c+1}^{m_t} c_i^2(\mathbf{v}), \tag{8}$$

где $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \quad \dots \quad \lambda_{m_c}]^T$ – вектор неотрицательных оценок множителей Лагранжа; $\mathbf{s} = [s_1 \quad \dots \quad s_{m_c}]^T$ – вектор неотрицательных параметров сдвига; ρ – положительный параметр штрафа.

На каждой итерации с помощью генетического алгоритма ищется минимум функции (8), причем линейные ограничения в (7) обрабатываются отдельно от нелинейных. После того как подзадача минимизации (8) решена с требуемой точностью и решение удовлетворяет условиям допустимости, происходит обновление оценок множителей Лагранжа $\boldsymbol{\lambda}$. В ином случае увеличивается параметр штрафа ρ . В результате формулируется новая подзадача минимизации (8). Процесс повторяется до тех пор, пока не будут выполнены соответствующие критерии останова. Детали алгоритма можно найти в [14].

Среди ограничений (2) задачи минимизации (3) можно выделить простые границы, устанавливающие диапазоны изменения значений идентифицируемых компонент векторов (5), т. е.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{l} &= [p_1^L \quad \dots \quad p_{L_1}^L \quad \dots \quad p_{L_1}^L \quad q_{L_1+1}^L \quad \dots \quad q_{L_1+1}^L \quad \dots \quad q_L^L \quad \dots \quad q_L^L]^T \in \mathbb{R}^{Lm}, \\
 \mathbf{u} &= [p_1^U \quad \dots \quad p_{L_1}^U \quad \dots \quad p_{L_1}^U \quad q_{L_1+1}^U \quad \dots \quad q_{L_1+1}^U \quad \dots \quad q_L^U \quad \dots \quad q_L^U]^T \in \mathbb{R}^{Lm}, \\
 \text{и } \mathbf{v} &= \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{Lm}.
 \end{aligned}$$

Ограничение на суммарную добычу в (2), в общем, является нелинейным. Однако оно становится линейным ограничением-неравенством, когда все скважины управляются расходом, т. е. $L_i = 0$. В этом единственном случае

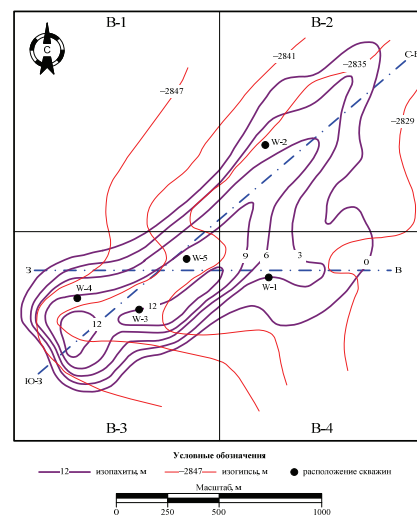
$$\mathbf{A}^T = [\Delta\tau^1 \quad \dots \quad \Delta\tau^m \quad \dots \quad \Delta\tau^1 \quad \dots \quad \Delta\tau^m]^T \in \mathbb{R}^{L,m},$$

$$\mathbf{b} = [-V_{\text{plan}}],$$

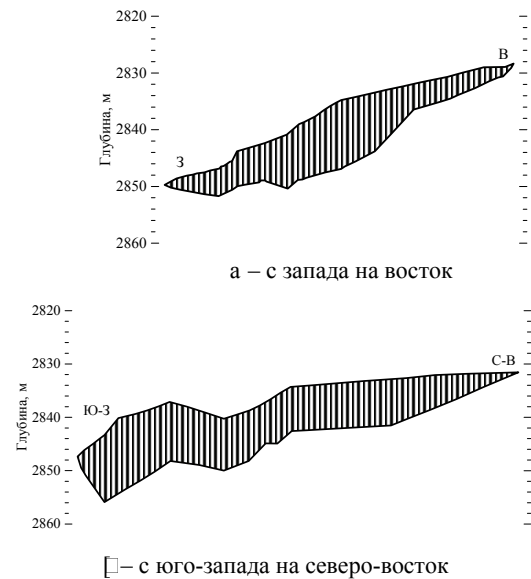
где $\Delta\tau^k = \tau^k - \tau^{k-1}$, $k = \overline{1, m}$. Нелинейность в ограничении на суммарную добычу возникает из-за наличия скважин с управляемым забойным давлением, дебит которых определяется величиной пластового давления в призабойной зоне, которая, в свою очередь, является нелинейной функцией режимов работы всех скважин месторождения. Поэтому в терминах постановки задачи (7) имеем

$$c(\mathbf{v}) = V_{\text{total}}(\mathbf{v}) + V_{\text{plan}} \leq 0.$$

Метод ALGA позволяет использовать самые разнообразные типы ограничений, на которые, благодаря использованию генетического алгоритма для решения безусловной оптимизации, не накладываются требования гладкости и непрерывности. Например, дополнительно к ограничениям (2) можно требовать, чтобы для скважин с управляемым дебитом их забойное давление за весь плановый период не превышало заданного максимального значения в случае закачки и не было ниже заданного минимального значения в случае отбора. Кроме того, если среди скважин с управляемым давлением есть такие, которые могут работать либо только в режиме нагнетания, либо только в режиме добычи, либо, если это невозможно, останавливаться, то необходимо дополнительно контролировать знак дебита скважин.



Яbk. 1. Структурная карта пласта А-1



Яbk. 2. Структурные разрезы пласта А-1

Пример месторождения

Рассмотрим пример месторождения, заимствованный из [9], под условным названием А-1. Структурная карта с нанесенными изопахитами (линиями равной мощности) продуктивного пласта данного месторождения представлена на рис. 1. По имеющимся данным известно, что коллектор А-1 представляет собой нефтеносный песчаник меловой системы с пологим падением на запад. Известно также, что пористая порода имеет русловое происхождение, а механизм образования залежи нефти связан с явлением выклинивания вверх по восстанию пласта коллектора на фоне слабовыраженного структурного носа. Максимальный перепад глубин кровли пласта составляет примерно 20 м со средним падением около 1 м на 100 м. Наиболее мощные (от 10 до 15 м) участки продуктивного пласта сосредоточены в квадранте В-3. Среднее значение эффективной нефтенасыщенной толщины равняется примерно 5 м. На рис. 2 приведены два структурных разреза соответственно по линии простирания пласта (с юго-запада на северо-восток) и по направлению с запада на восток.

В пласте А-1 выделяются следующие типы породы-коллектора: плохо и хорошо отсортированный песчаник верхнего мела. Оба песчаника демонстрируют достаточно неплохие фильтрационно-емкостные свойства со средней эффективной пористостью 22 % и абсолютной проницаемостью в диапазоне от 0,25 до 0,30 мкм². На рис. 3 и 4 показаны распределения пористости и проницаемости, полученные по результатам анализа керна и гидродинамических исследований скважин. Распределение на рис. 4 отражает проницаемость пористой среды в направлении простирания пласта (с юго-запада на северо-восток). Известно также, что значения проницаемости в направлении, перпендикулярном направлению простирания пласта (т. е. с юго-востока на северо-запад), составляют примерно 80 % от значений проницаемости в первом направлении. Таким образом, формируются два направления основного потока жидкости.

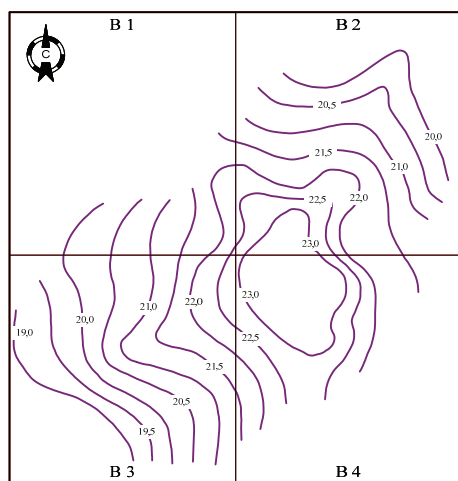


Рис. 3. Распределение пористости в пласте А-1

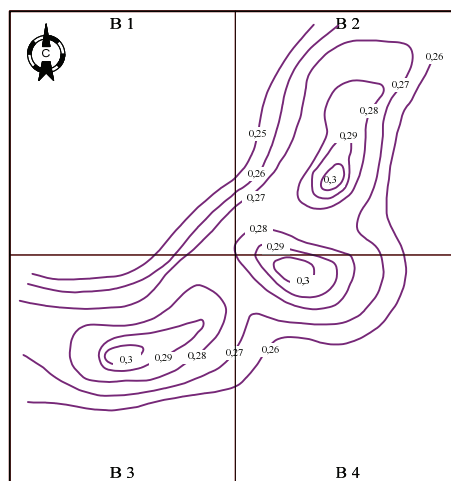


Рис. 4. Распределение проницаемости в пласте А-1 в направлении с юго-запада на северо-восток

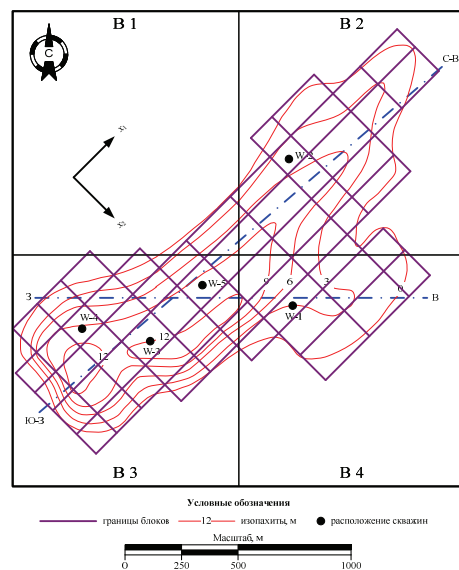


Рис. 5. Блочнo-центрированная сетка, используемая для пласта А-1

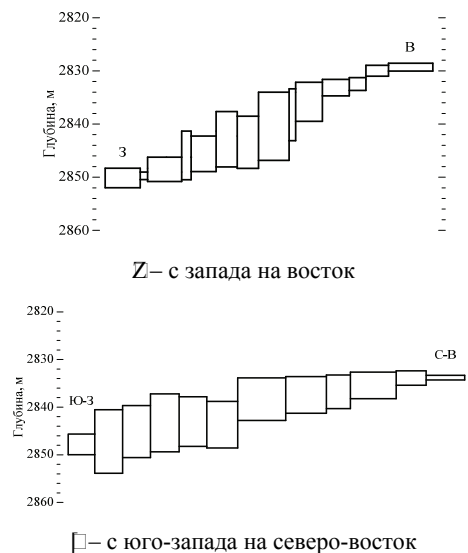


Рис. 6. Аппроксимация структурных разрезов пласта А-1 блочно-центрированной сеткой

На рис. 5 показана двумерная неравномерная блочно-центрированная конечно-разностная сетка, используемая для численного моделирования пласта А-1. Как видно из рисунка, направления осей координат x_1 и x_2 совпадают с главными направлениями тензора абсолютной проницаемости пористой среды, что также отразилось и на ориентации самой сетки. На рис. 6 показаны два вертикальных сечения сетки в направлении с запада на восток и в направлении с юго-запада на северо-восток соответственно (ср. с рис. 2).

Трехмерное представление блоков построенной двумерной сетки приведено на рис. 7. Здесь же показаны места расположения скважин.

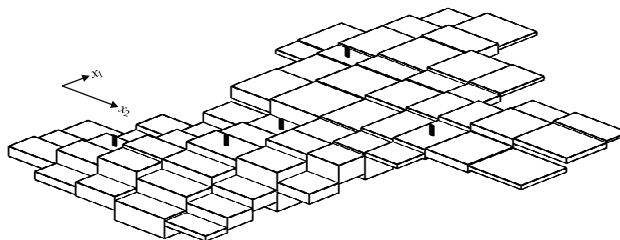
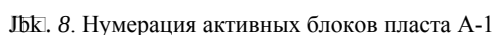


Рис. 7. Трехмерное представление системы блоков для пласта А-1

Нумерация активных блоков осуществлялась в соответствии с рис. 8. Все другие блоки являются неактивными, т. е. находятся вне расчетной области. Таким образом, для численного представления пласта А-1 использовались 60 активных блоков из основной сетки. Геометрические и пластовые свойства, назначенные указанным блокам, приведены в табл. 1–3.

[illegible]

LZ[ebpZ2. Глубина структурной кровли и толщина блоков

Глубина структурной кровли, м											
–	2 847,4	2 848,4	2 849,0	–	–	–	–	–	–	–	–
2 847,1	2 842,9	2 843,8	2 846,2	2 844,7	–	–	–	2 838,0	2 837,7	–	–
2 845,6	2 840,4	2 839,5	2 841,3	2 842,3	2 839,2	2 834,3	2 834,6	2 834,3	2 833,7	2 833,7	2 836,2
2 846,8	2 842,6	2 839,5	2 837,1	2 837,7	2 838,6	2 833,7	2 833,4	2 833,1	2 832,5	2 832,2	2 833,1
2 847,4	2 844,4	2 841,7	2 836,2	2 834,0	2 834,0	2 833,4	2 832,2	2 831,9	2 831,0	–	–
–	–	–	2 839,2	2 833,7	2 833,1	2 832,2	2 831,3	2 831,3	2 830,7	–	–
–	–	–	–	–	2 832,8	2 831,6	2 830,4	–	–	–	–
–	–	–	–	–	–	2 831,3	2 828,8	2 829,2	–	–	–
–	–	–	–	–	–	2 831,6	2 828,5	2 827,9	–	–	–
Толщина блока, м											
–	3,0	3,7	1,5	–	–	–	–	–	–	–	–
2,4	10,7	9,1	4,6	1,8	–	–	–	1,2	1,5	–	–
4,3	13,4	11,0	9,1	6,7	4,9	3,7	4,3	4,6	3,4	1,8	0,9
6,1	10,4	10,7	12,2	10,4	9,8	8,8	7,6	6,7	5,5	3,0	0,9
1,5	3,7	3,7	12,2	13,4	12,8	9,8	6,1	4,9	3,0	–	–
–	–	–	3,0	5,8	8,2	7,3	3,0	1,8	0,9	–	–
–	–	–	–	–	1,2	3,0	1,8	–	–	–	–
–	–	–	–	–	–	2,4	2,1	0,9	–	–	–
–	–	–	–	–	–	1,2	1,5	0,6	–	–	–

LZ[ebpZ3. Проницаемость и пористость блоков

Проницаемость в направлении оси x_1 , мкм ²											
–	0,271	0,266	0,249	–	–	–	–	–	–	–	–
0,264	0,270	0,276	0,262	0,250	–	–	–	0,256	0,266	–	–
0,262	0,276	0,285	0,274	0,267	0,267	0,266	0,265	0,266	0,275	0,279	0,271
0,255	0,267	0,291	0,293	0,278	0,276	0,277	0,272	0,286	0,289	0,275	0,266
0,250	0,256	0,271	0,281	0,286	0,276	0,285	0,273	0,286	0,276	–	–
–	–	–	0,268	0,272	0,269	0,284	0,277	0,270	0,264	–	–
–	–	–	–	–	0,262	0,276	0,286	–	–	–	–
–	–	–	–	–	–	0,266	0,276	0,266	–	–	–
–	–	–	–	–	–	0,257	0,264	0,257	–	–	–
Проницаемость в направлении оси x_2 , мкм ²											
–	0,217	0,213	0,199	–	–	–	–	–	–	–	–
0,211	0,216	0,221	0,209	0,200	–	–	–	0,204	0,213	–	–
0,209	0,221	0,228	0,219	0,214	0,214	0,213	0,212	0,213	0,220	0,223	0,217
0,204	0,214	0,233	0,234	0,223	0,221	0,222	0,218	0,229	0,231	0,220	0,213
0,200	0,204	0,217	0,225	0,229	0,221	0,228	0,219	0,229	0,221	–	–
–	–	–	0,215	0,218	0,216	0,227	0,222	0,216	0,212	–	–
–	–	–	–	–	0,209	0,221	0,229	–	–	–	–
–	–	–	–	–	–	0,213	0,221	0,213	–	–	–
–	–	–	–	–	–	0,205	0,212	0,205	–	–	–
Пористость, д. е.											
–	0,192	0,197	0,202	–	–	–	–	–	–	–	–
0,190	0,195	0,200	0,204	0,207	–	–	–	0,215	0,205	–	–
0,190	0,196	0,205	0,207	0,210	0,216	0,220	0,223	0,215	0,210	0,203	0,200
0,185	0,195	0,205	0,213	0,216	0,221	0,225	0,226	0,220	0,215	0,207	0,200
0,183	0,195	0,205	0,212	0,218	0,225	0,232	0,232	0,225	0,219	–	–
–	–	–	0,210	0,219	0,226	0,235	0,230	0,220	0,216	–	–
–	–	–	–	–	0,225	0,235	0,230	–	–	–	–
–	–	–	–	–	–	0,232	0,226	0,217	–	–	–
–	–	–	–	–	–	0,229	0,220	0,217	–	–	–

Заметим, что при естественном упорядочивании блоков по столбцам (т. е. более короткому направлению вдоль оси x_2), как показано на рис. 8, приводит к меньшей ширине ленты результирующей матрицы системы линейных алгебраических уравнений, общая структура которой представлена на рис. 9. Здесь элементы, не равные нулю, отмечены знаками •. Всего имелись 254 ненулевых элемента. В данном случае максимальная ширина ленты равнялась 17 против 25, если бы упорядочивание блоков проводилось по строкам. Более компактное расположение элементов матрицы на рис. 9 приводит, как правило, к меньшему объему вычислений [1, 9], что и обусловило выбор такого способа упорядочивания активных блоков.

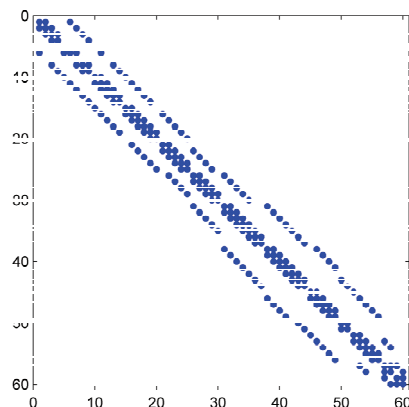


Рис. 9. Расположение ненулевых элементов в результирующей матрице системы линейных алгебраических уравнений

Эксплуатация пласта А-1 осуществлялась путем его вскрытия по 5 скважинам. Расчетная сетка проектировалась из учета, чтобы один блок содержал не более одной скважины, причем все скважины находились примерно в центре соответствующих блоков. Особое внимание при этом уделялось тому, чтобы среди соседних со скважинным блоком не было ни одного блока, также содержащего скважину. В табл. 4 приведены характеристики скважин и содержащих их блоков. В последнем столбце этой таблицы для каждой скважины вычислен коэффициент геометрии, который является статической (геометрической) составляющей коэффициента продуктивности скважины J_w . Здесь величина скин-фактора по всем скважинам принималась равной нулю.

Таблица 4. Геометрические характеристики системы «скважина – блок»

Скважина	r_w , см	Номер блока	Δx_1 , м	Δx_2 , м	h , м	k_1 , мкм ²	k_2 , мкм ²	k_H , мкм ²	r_{eq} , м	G_w , $\frac{м^3 \times мПа \times с}{сут \times кПа}$
W-1	7,62	35	278	96	3	0,276	0,221	0,247	39,4	0,066
W-2	7,62	46	134	118	5	0,267	0,213	0,238	24,8	0,102
W-3	7,62	18	182	150	12	0,293	0,235	0,262	32,6	0,286
W-4	7,62	11	150	123	9	0,276	0,221	0,247	26,9	0,209
W-5	7,62	27	171	150	10	0,276	0,221	0,247	31,6	0,217

Считается, что имеющиеся скважины вскрывают весь интервал продуктивного горизонта А-1. Информация о режимах работы скважин приведена в табл. 5. Из таблицы следует, что все скважины могут работать как в режиме добычи, так и в режиме закачки. Перевод скважины из первого режима работы во второй часто практикуется в рамках общих мероприятий по поддержанию пластового давления. Подобная смена режима согласуется также с требованием минимизации функционала (3), так как позволяет влиять на финальное распределение давления по всему объему пласта. Особо стоит отметить, что для выбранной нами модели скважины дебит нагнетательной скважины будет положительным, т. е. весь закачанный в пласт объем жидкости будет вычитаться из суммарного объема добытой нефти (см. последнюю формулу в (2)). Но поскольку имеется плановый показатель добычи нефти, то он будет играть роль сдерживающего фактора при выборе того, какую из скважин следует перевести в режим нагнетания.

Таблица 5. Информация о режимах работы и типе скважин

Скважина	Номер блока	Тип скважины	Режим работы
W-1	35	добывающая/ нагнетательная	$-500 \text{ м}^3/\text{сут} \leq q_1 \leq 500 \text{ м}^3/\text{сут}$
W-2	46	добывающая/ нагнетательная	$-500 \text{ м}^3/\text{сут} \leq q_2 \leq 500 \text{ м}^3/\text{сут}$
W-3	18	добывающая/ нагнетательная	$30 \text{ МПа} \leq p_3 \leq 40 \text{ МПа}$
W-4	11	добывающая/ нагнетательная	$-500 \text{ м}^3/\text{сут} \leq q_4 \leq 500 \text{ м}^3/\text{сут}$
W-5	27	добывающая/ нагнетательная	$30 \text{ МПа} \leq p_5 \leq 40 \text{ МПа}$

Сжимаемость породы $c_\phi = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}$. Считается также, что в интересующий нас продуктивный пласт осуществляется приток воды через его северо-западные и северо-восточные участки внешней границы. Данная связь между пластом и водоносным слоем моделируется постоянным давлением $P_b(t) = 50 \text{ МПа}$, $t \in (0, T]$ на границе Γ_1 , которая включает грани соответствующих блоков, приведенных в табл. 6.

Таблица 6. Блоки, граничащие с водоносным слоем

Идентификатор грани блока	Номера блоков
b_E	15, 21, 42, 50, 51, 52, 55, 56, 59, 60
b_W	5, 45
b_S	1, 5, 10, 15, 21, 26, 31, 38, 45, 50, 52, 57, 59
b_N	49, 56, 58, 60

Таким же по величине принимается и начальное давление в пласте, т. е. $P_0(\mathbf{x}) = 50 \text{ МПа}$, $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$.

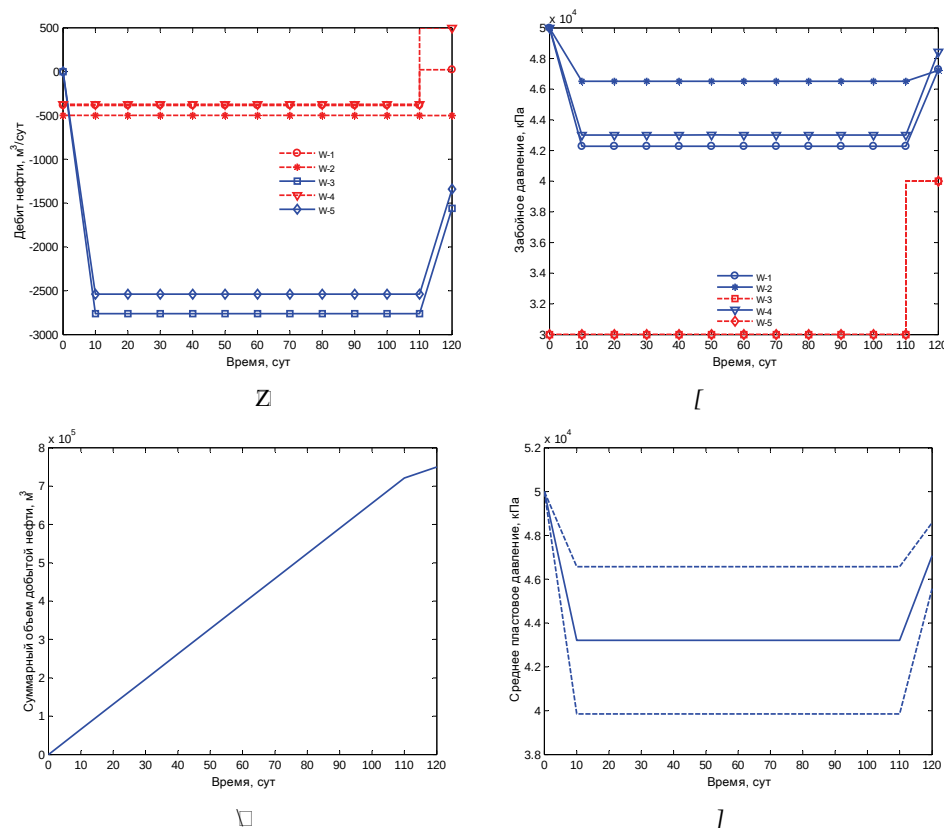
Свойства пластовой нефти:

$$\rho^o = 850 \text{ кг/м}^3, \quad B^o = 1, \quad \mu^o = 0,8 \text{ мПа} \cdot \text{с},$$

$$c_\ell = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ МПа}, \quad c_\mu = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ МПа}.$$

Здесь в качестве характерного давления как для пористой среды, так и нефти берется атмосферное давление, т. е. $P^o = 100 \text{ кПа}$.

Рассмотрим три случая минимизации (3) при ограничениях (2) и условии (4), где $T = 120 \text{ сут}$, $m = 12$, $L_1 = 2$, $L = 5$ и $V_{\text{план}} = 750 \text{ тыс. м}^3$. Во всех случаях интервалы постоянства режимов работы скважин имеют одинаковую длительность 10 сут. Параметры регуляризации $\varepsilon_1 = 10^{-6}$ и $\varepsilon_2 = 10^{-2}$.



Результаты расчетов для случая стационарной модели однофазной фильтрации

Первый случай. Случай соответствует стационарной фильтрации несжимаемой жидкости, когда все коэффициенты c_ϕ , c_ℓ и c_μ равны нулю. Это также означает, что нулевым будет и аккумулятивный член в правой части уравнений фильтрации (1) и (6). В данном случае исследуется возможность пренебрежения сжимаемостью жидкости и пористой среды при решении задачи оптимального

управления режимами работы скважин. При этом $B = B^\circ$, $\mu = \mu^\circ$, $\rho = \rho^\circ$ и $\varphi(\mathbf{x}) = \varphi^\circ(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \Omega$.

Поскольку рассматриваемый случай относится к классу краевых задач, описывающих установившуюся фильтрацию однофазной жидкости, изменения давления в любой точке пласта будут определяться лишь изменениями в граничных условиях и/или режимах работы скважин. Для нашей задачи переменными являются только режимы работы скважин, поэтому необходимое число шагов по времени при решении задачи (6) известно заранее и равно m , т. е. $\Delta t^n = \tau^k - \tau^{k-1}$, $n = k$, $k = 1, m$. Задавать ограничение на максимальное изменение давления здесь не нужно.

Результаты решения задачи оптимального управления для данного случая приведены на рис. 10. Основной интерес представляют рис. 10, Z и $\square$ так как на них пунктирными линиями обозначены графики оптимального управления режимами работы скважин, обеспечивающие минимум целевого функционала (3). Сплошными линиями на рис. 10, Z и $\square$ показаны те показатели скважин, которые не являются управляемыми. На рис. 10, $\square$ пунктирные линии соответствуют среднеквадратичному отклонению значений пластового давления от его средней величины.

В т о р о й с л у ч а й. Случай соответствует нестационарной фильтрации слабосжимаемой жидкости, в нем пренебрегают зависимостью PVT-свойств нефти и пористой среды от пластового давления, т. е. $B = B^\circ$, $\mu = \mu^\circ$, $\rho = \rho^\circ$ и $\varphi(\mathbf{x}) = \varphi^\circ(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \Omega$. Это гарантирует линейность уравнений фильтрации (1) и (6) с ненулевым аккумулятивным членом, определяемым соответственно как

$$\beta(\mathbf{x}) = \frac{\varphi^\circ(\mathbf{x})}{B^\circ} (c_\ell + c_\varphi) \text{ и } \Gamma_n = \frac{V_{b_n} \varphi_n^\circ}{\alpha_c B^\circ} (c_\ell + c_\varphi).$$

В отличие от первого случая во втором давление в пласте на новом временном шаге зависит от давления на предыдущем шаге, поэтому при использовании техники адаптивного выбора длины шагов по времени определить заранее их общее количество затруднительно. Так, например, для получения результатов на рис. 11 при $\Delta P_{\text{lim}} = 500$ кПа и $\Delta t_{\text{max}} = 10$ сут потребовалось 70 временных шагов, величина которых за весь плановый период варьировалась от 0,0078 до 10 сут.

Отметим, что необходимость в дроблении максимального шага по времени возникает обычно при смене режимов работы скважин. В результате, для скважин с управляемым забойным давлением, малому приращению по времени может соответствовать большое приращение по давлению, что, в свою очередь, может привести к появлению выбросов на графике дебита скважины. Для нашего примера данный эффект наблюдался у скважин W-3 и W-5 (рис. 11, Z). Надо заметить, что длительность таких переходных процессов мала, и при желании выбросы можно уменьшить, дополнительно задавая ограничение на максимальное изменение забойного давления при смене режима работы скважины.

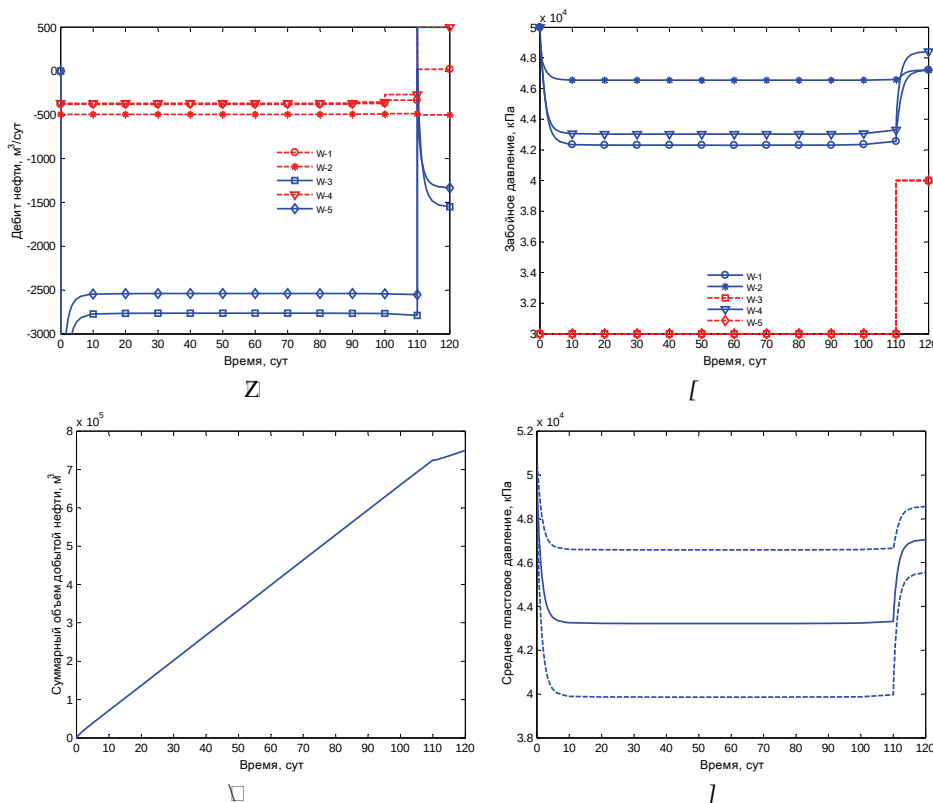


Рис. 11. Результаты расчетов для случая линейной модели однофазной фильтрации

Третий случай. Случай соответствует наиболее общей постановке задачи однофазной фильтрации слабосжимаемой жидкости, учитывающей нелинейность уравнений фильтрации (1) и (6) из-за наличия в них членов, зависящих от пластового давления.

Для решения уравнения (6) использовалась его линеаризация по МПИ, где в качестве критериев останова задавались достижение максимального числа итераций $v_{\max}$ и/или выполнение неравенства

$$\max_n \frac{\left| P_n^{(v+1)} - P_n^{(v)} \right|}{1 + P_n^{(v+1)}} \leq P_{tol}, \quad v \in \{0, \dots, v_{\max}\}, \quad P_n^{(0)} = P_n,$$

где P_{tol} – положительное число, задающее такое расстояние между последовательными приближениями давлений в блоках, которое считается достаточно близким к нулю, чтобы остановить алгоритм.

Для результатов, представленных на рис. 12, устанавливались следующие настройки МПИ: $v_{\max} = 10$ и $P_{tol} = 0,001$. За весь плановый период максимальное число потребовавшихся на каждом временном шаге итераций не превышало 2, что

подтверждает утверждение о слабой нелинейности задачи однофазной фильтрации. Общее количество шагов по времени при значениях ΔP_{lim} и Δt_{max} , как и во втором случае, равнялось 70, размер которых варьировался от 0,0085 до 10 сут.

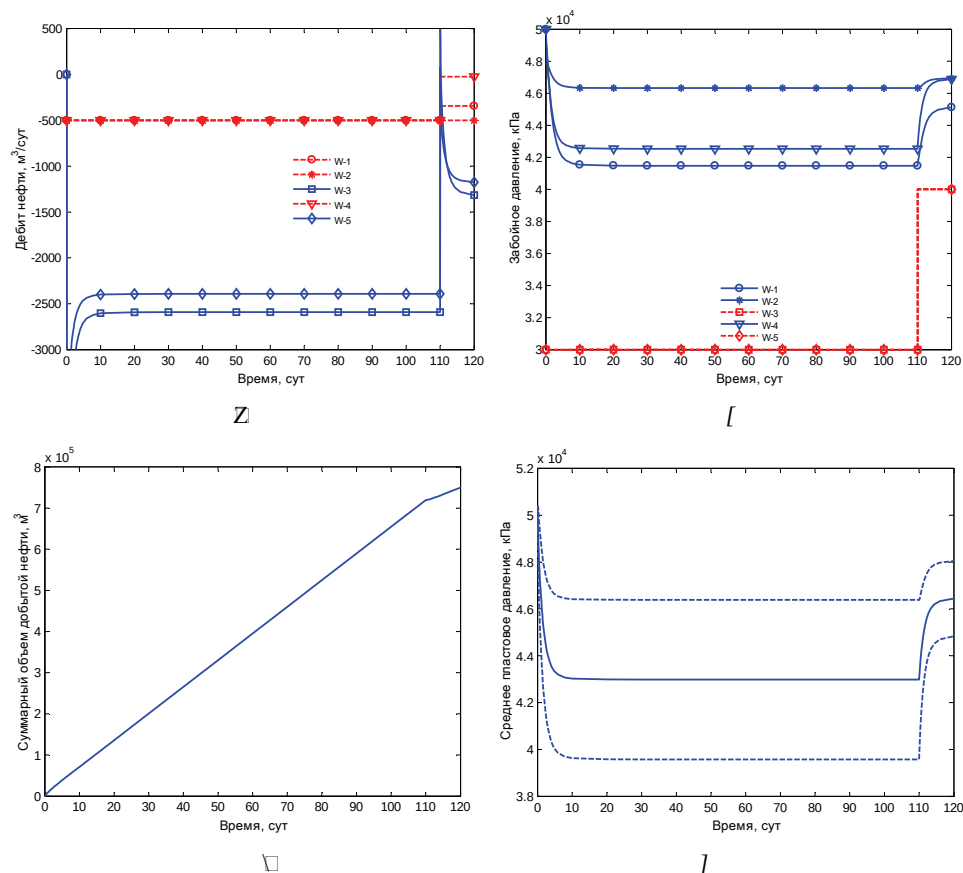


Рис. 12. Результаты расчетов для случая нелинейной модели однофазной фильтрации

Проведем сравнительный анализ результатов на рис. 10–12. Во всех трех случаях забойные давления скважин W-3 и W-5 задавались в течение 110 суток на минимально возможных уровнях. Это позволило достигнуть самых высоких темпов отбора нефти за данный период. Затем по прошествии 110 суток забойные давления этих скважин переключались на максимально возможные значения, тем самым приближая давление в блоках, содержащих скважины W-3 и W-5, к среднему уровню пластового давления.

Управление дебитом остальных скважин происходило по несколько иному сценарию. Во всех трех случаях дебит скважины W-2 в течение 120 суток сохранялся на минимально возможном отрицательном значении, т. е. эта скважина весь плановый период должна работать в режиме добычи с максимально возможным темпом отбора. Это объясняется сохранением практически на всем планируемом периоде

самого высокого уровня динамического забойного давления для этой скважины среди всех остальных.

В управлении дебитом скважин W-1 и W-4 проявляется основное отличие линейных моделей фильтрации (первый и второй случай) от нелинейной (третий случай). При нелинейной постановке задачи однофазной фильтрации учитывается явление, связанное с ростом динамической вязкости жидкости при увеличении пластового давления, что, в итоге, приводит к уменьшению подвижности флюида. Другими словами, при одних и тех же показателях работы скважин суммарная добыча нефти для нелинейной модели фильтрации будет меньше, чем для линейных моделей. Практически это означает, что в первых двух случаях выполнение (или даже перевыполнение) плана по суммарному объему извлеченной нефти будет иметь место по окончании более короткого временного промежутка. В результате за оставшийся до конца планового периода временной интервал линейная модель фильтрации дает большую свободу в выборе допустимых значений управляемых показателей скважин. Так, для нашего примера в первых двух случаях скважину W-4 потребовалось перевести в режим закачки с максимальным для нее положительным расходом нагнетаемой жидкости (рис. 10, Z и 11, Z), тогда как в третьем случае эта скважина практически прекращала свое функционирование (рис. 12, Z). Аналогично можно объяснить различия в управлении скважиной W-1.

В табл. 7 для всех трех случаев приведены значения слагаемых, формирующих итоговое оптимальное значение функционала (3). Здесь приняты следующие обозначения: MSD – среднеквадратическое отклонение, MSS – среднеквадратическая сумма.

Табл. 7. Оптимальное значение критерия качества

Случай	MSD(P), 10^6 кПа ²	MSS(p), 10^9 кПа ²	MSS(q), 10^5 (м ³ /сут) ²	J(P; p, q), 10^6
1	2,2607	1,9167	5,3247	2,9849
2	2,2794	1,9167	5,1091	2,9820
3	2,5852	1,9167	7,1821	3,4951

Последний столбец в табл. 7 рассчитывался по формуле

$$J(P; p, q) = \text{MSD}(P) + \varepsilon_1 \text{MSS}(p) + \varepsilon_2 \text{MSS}(q),$$

где $\varepsilon_1 = 10^{-4}$ и $\varepsilon_2 = 1$.

Основной вывод, который можно сделать по данным из табл. 7, состоит в том, что уже на примере однофазной фильтрации слабосжимаемой жидкости учет нелинейных эффектов может оказывать значительное влияние на результаты решения задачи оптимального управления режимами работы скважин.

Список литературы

1. O. A. Kuznetsov, W. Mathematical modeling of reservoir systems / пер. с англ. А. В. Королева, В. П. Кестнера ; под ред. М. М. Максимова. – 2-е изд., стер. – М. ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2004. – 406 с. – (Современные нефтегазовые технологии).
2. Chen, Z., Huan, G., Ma, Y. Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media. – Philadelphia : Society for Industrial and Applied Mathematics, cop. 2006. – XXIX-531 pp. – (Computational Science and Engineering).

3. *Chen, Z. Reservoir Simulation: Mathematical Techniques in Oil Recovery // CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, Vol. 77, SIAM, Philadelphia, PA, 2007. – 248 pp.*
4. *Reservoir Simulation / ed. by Calvin C. Mattax & Robert L. Dalton. – SPE Monograph Series, Vol. 13. – 1990. – 184 pp. – ISBN: 978-1-55563-028-7. – (Society of Petroleum Engineers).*
5. *Азизов Д. Ж. Численная оптимизация размещения скважин // Вычислит. технологии. – 2006. – Т. 11, № 3. – С. 3–13.*
6. *Азизов Д. Ж. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. – М. : Наука, 1965. – 474 с.*
7. *Азизов Д. Ж. Оптимизация размещения и режимов работы скважин нефтепромысла // Вычислит. технологии. – 2005. – Т. 10, № 4. – С. 52–62.*
8. *Petroleum Reservoir Simulations: A Basic Approach / M. R. Islam, S. M. Farouq Ali, J. H. Abou Kassem et al. – Gulf Publishing Company, Houston, TX. 445, March, 2006. – ISBN 0976511363.*
9. *Ertekin, T., Abou-Kassem, J. H., King, G. R. Basic Applied Reservoir Simulation. – SPE Textbook Series. – 2001. – Vol. 7. – 406 pp. – ISBN 978-1-55563-089-8.*
10. *Дзюба Ж. >. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. – М. ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2003. – 128 с.*
11. *Дзюба Ж. >., Ибегвкдбс Ф., Жмдхкдбс Е. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы : пер. с пол. – М. : Горячая линия – Телеком, 2006. – 452 с.*
12. *Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности / Г. К. Вороновский, К. В. Махотило, С. Н. Петрашев и др. – Харьков : Основа, 1997. – 112 с.*
13. *Евстифеев В. ;. Теория и практика неопределенного программирования : пер. с англ. – М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2005. – 416 с.*
14. *Conn, A. R., Gould, N., Toint, Ph. L. A Globally Convergent Lagrangian Barrier Algorithm for Optimization with General Inequality Constraints and Simple Bounds // Mathematics of Computation. – Jan. 1997. – Vol. 66, Iss. 217. – Pp. 261-288.*
15. *Lewis, R. M., Torczon, V. A Globally Convergent Augmented Lagrangian Pattern Search Algorithm for Optimization with General Constraints and Simple Bounds // SIAM J. Optim. – Vol. 12, nr. 4. – Pp. 1075-1089. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.113.8830&rep=rep1&type=pdf> (дата обращения: 11.04.11).*

K. A. Sidelnikov, Candidate of Technical Sciences, Izhevsk State Technical University

V. A. Sannikov, Senior Research Assistant, Izhevsk State Technical University

Oil Well Mode Optimization by Genetic Algorithm for Single-Phase Two-Dimensional Flow of Slightly-Compressible Fluid

The problem of oil well mode optimization in case of single-phase two-dimensional flow of slightly-compressible fluid is defined. To solve the problem, a genetic algorithm is recommended. The results of the proposed approaches applied to a reservoir which is developed under near in-situ conditions are presented.

Keywords: single-phase filtration, porous medium, slightly compressible fluid, finite difference method, reservoir simulation, oilwell mode, conditional optimization, genetic algorithm

Получено: 30.03.11