УДК 532.517.2

И. Б. Покрас, доктор технических наук, профессор;
Г. А. Чикуров, кандидат технических наук
Ижевский государственный технический университет

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

Предложена методика построения кривой течения для неньютоновских жидкостей по данным, получаемым в результате эксперимента, – объемному расходу смазки и перепаду давления на концах капилляра.

Неньютоновскими называют такие жидкости, кривая течения которых не является линейной, т. е. вязкость неньютоновской жидкости не постоянна при заданных температуре и давлении, а зависит от других факторов, таких как скорость деформации сдвига, предыстория жидкости.

Рассмотрим ламинарное течение неньютоновской жидкости, свойства которой не зависят от времени. В этом случае реологическое уравнение, связывающее касательное напряжение и скорость сдвига в этой точке, можно представить в виде

$$\dot{\gamma} = f(\tau),$$

где $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига; τ – напряжение сдвига.

Функция f устанавливает взаимосвязь между напряжением сдвига и скоростью сдвига. Графическое отображение этой взаимосвязи называют кривой течения неньютоновской жидкости. Для нахождения аналитического выражения функции f можно использовать следующий способ: провести эксперименты с исследуемой неньютоновской жидкостью; построить кривую течения по точкам – каждая точка соответствует проведенному эксперименту; аппроксимируя полученную экспериментально кривую течения, найти аналитическое выражение для f.

Установим формулы для определения скорости сдвига и напряжения сдвига по данным, получаемым в результате эксперимента.

Для течения в кольцевом канале будем иметь

$$-\frac{du}{dr} = f(\tau), \tag{1}$$

где u – скорость; r – радиус; τ – напряжение сдвига на радиусе r.

Распределение сил трения при течении неньютоновской жидкости в кольцевом канале определим из баланса сил, действующих на кольцевой элемент с осевой длиной dL между радиусами r и dr (рис. 1):

$$2\pi r dr dP = 2\pi dL \frac{d}{dr}(\tau r)\, dr, \tag{2}$$

где τ – напряжение сдвига на радиусе r; dp – перепад давлений на длине dL.

© Покрас И. Б., Чикуров Г. А., 2009

Тогда $\frac{dP}{dL}$ – продольный градиент давления в кольцевом канале.

Проинтегрировав выражение (2), получим

$$\tau r = \frac{1}{2} r^2 \frac{dP}{dL} + \text{const}. \tag{3}$$

Если $\tau = 0$, когда $r = \lambda R$, т. е. на радиусе, где скорость максимальная, то константа в выражении (3) будет равна $-\frac{1}{2}\left(\lambda R^2\right)\frac{dP}{dL}$.

Следовательно,

$$\tau = \frac{1}{2}\left(\frac{dP}{dL}\right)\left[r - \frac{(\lambda R)^2}{r}\right]. \tag{4}$$

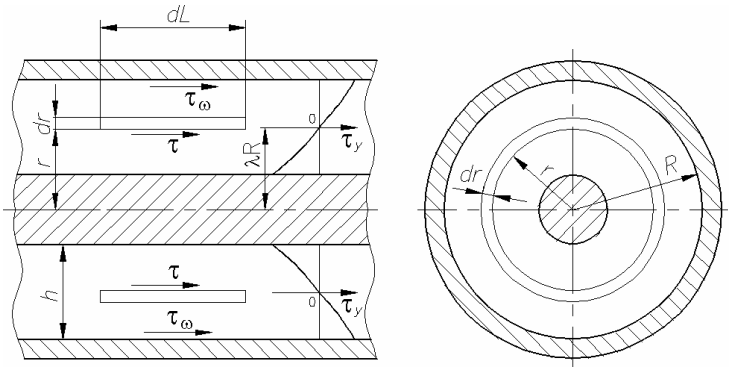

Рис. 1. Схема кольцевого зазора

Напряжение трения на стенке получаем из формулы

$$\tau_\omega = \frac{1}{2}\left(\frac{dP}{dL}\right)\left[R - \frac{(\lambda R)^2}{R}\right]. \tag{5}$$

Представим выражение (4) в виде

$$\tau = \frac{1}{2}\left(\frac{dP}{dL}\right)\left[\frac{(r - \lambda R)(r + \lambda R)}{r}\right]. \tag{6}$$

Обозначим $r - \lambda R = y$, где y – текущая координата смазочного слоя.

Тогда выражение (6) примет вид

$$\tau = \frac{1}{2}\left(\frac{dP}{dL}\right) y \left(1 + \lambda \frac{R}{r}\right). \tag{7}$$

Формулу (5) запишем следующим образом:

$$\tau_\omega = \frac{1}{2}\frac{dP}{dL}\frac{(R - \lambda R)(R + \lambda R)}{R}. \tag{8}$$

Обозначим $R-\lambda R=\frac{h}{2}$, где h – толщина кольцевого зазора.

Тогда получим

$$\tau_\omega=\frac{1}{2}\frac{dP}{dL}\frac{h}{2}(1+\lambda). \tag{9}$$

На основании формул (7) и (9) отношение $\frac{\tau}{\tau_\omega}$ можно записать в виде

$$\frac{\tau}{\tau_\omega}=\frac{y}{h/2}\frac{\left(1+\lambda\frac{R}{r}\right)}{(1+\lambda)}. \tag{10}$$

Формулу (10) несколько преобразуем:

$$\frac{\tau}{\tau_\omega}=\frac{y}{h/2}\frac{1+\frac{\lambda R}{r}}{1+\frac{\lambda R}{R}}=\frac{y}{h/2}\frac{1+\frac{\lambda R}{\lambda R+y}}{1+\frac{\lambda R}{\lambda R+h/2}}=\frac{y}{h/2}\frac{1+\frac{1}{1+y/\lambda R}}{1+\frac{1}{1+h/2/\lambda R}}. \tag{11}$$

Обычно величина кольцевого зазора h значительно меньше радиуса R. В этом случае слагаемыми, содержащими множители $\frac{h}{R}$ и $\frac{y}{R}$, можно пренебречь из-за их малости. Тогда приходим к случаю течения жидкости в плоской трубе. При этом выражение (11) примет следующий вид:

$$\tau=\tau_\omega\frac{y}{h/2}. \tag{12}$$

С учетом (12) выражение (1) можно записать так:

$$-\frac{du}{dy}=f\left(\tau_\omega\frac{y}{h/2}\right). \tag{13}$$

Интегрируя выражение (13), находим

$$u(y)=\int_o^{h/2} f\left(\tau_\omega\frac{y}{h/2}\right)dy. \tag{14}$$

При этом постоянная интегрирования равна нулю, поскольку $u\left(h/2\right)=0$ – условие прилипания жидкости к стенке трубы.

С учетом выражения (14) найдем величину объема жидкости, протекающей через кольцевое сечение в единицу времени:

$$Q=2\pi R\int_0^h u\,dy=2\pi R\int_o^h f\left(\tau_\omega\frac{y}{h/2}\right)dy. \tag{15}$$

Дифференцируя выражение (12), получаем

$$d\tau = \frac{\tau_\omega}{h/2} dy. \tag{16}$$

Подставив последнее выражение в (15), находим

$$Q = \frac{\pi R h}{\tau_\omega} \int_0^{\tau_\omega} f(\tau) d\tau. \tag{17}$$

Преобразуем это выражение к виду

$$\frac{Q}{\pi R h} = F(\tau_\omega) = \frac{1}{\tau_\omega} \int_0^{\tau_\omega} f(\tau) d\tau. \tag{18}$$

Дифференцируя выражение (18), получаем

$$d\left[\tau_\omega F(\tau_\omega)\right] = d\int_0^{\tau_\omega} f(\tau) d\tau, \tag{19}$$

откуда

$$f(\tau_\omega) = \frac{d\left[\tau_\omega F(\tau_\omega)\right]}{d\tau_\omega}. \tag{20}$$

Подставив значение $f(\tau_\omega)$ в (13), будем иметь

$$-\frac{du}{dy} = \frac{d\left[\tau_\omega F(\tau_\omega)\right]}{d\tau_\omega}. \tag{21}$$

Дифференцируя, получаем

$$-\frac{du}{dy} = F(\tau_\omega) + \tau_\omega \frac{dF(\tau_\omega)}{d\tau_\omega}. \tag{22}$$

После подстановки в (22) значения $F(\tau_\omega)$ и τ_ω находим

$$\begin{cases} -\dfrac{du}{dy} = \dfrac{Q}{\pi R h} + \dfrac{h\Delta P}{L} \dfrac{d\left(Q/\pi R h\right)}{d\left(h\Delta P/2L\right)}, \\ \tau_\omega = \dfrac{h\Delta P}{2L}. \end{cases} \tag{23}$$

Система (23) позволяет по полученным при проведении экспериментов значениям Q и ΔP построить кривую течения исследуемой неньютоновской жидкости в координатах $\dot{\gamma} - \tau$. На рис. 2 приведены кривые течения для различных типов неньютоновских жидкостей. По виду кривой можно определить тип исследуемой жидкости.

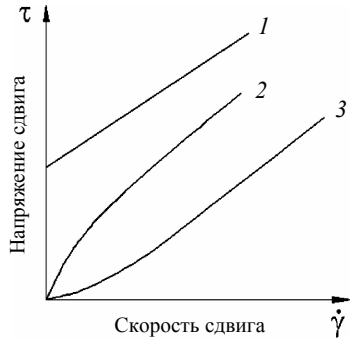

Рис. 2. Кривые течения различных типов неньютоновских жидкостей:
1 – бингамовский пластик; *2* – псевдопластичная; *3* – дилатантная

Аппроксимируя полученную экспериментально таблицу значений Q и ΔP, например методом наименьших квадратов, можно найти аналитическую зависимость $\frac{du}{dy} = f(\tau)$ для конкретной исследуемой жидкости.

Список литературы

1. *Уилкинсон, У. Л.* Неньютоновские жидкости. – М. : Мир, 1964. – 216 с.
2. *Mooney, M.* Explicit formulas for slip and fluidity // Rheology. – 1931. – № 2. – С. 210–222.
3. *Metzner, A. B.* Chem. Engng. Progr. – 1954. – № 50. – С. 27.

УДК 621.091

А. Ф. Мкртчян, старший преподаватель
Т. Ю. Голуб, старший преподаватель
Ижевский государственный технический университет

СИЛОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛЕЗВИЯ С НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИМ МАТЕРИАЛОМ В МОМЕНТ НАЧАЛА РЕЗАНИЯ ПРИ РОТАЦИОННОМ ТОЧЕНИИ ЧАШЕЧНЫМ РЕЗЦОМ

Рассмотрены вопросы силового взаимодействия лезвия в момент начала резания неметаллических материалов, определена основная взаимосвязь между наиболее важными конструктивными, физико-механическими и некоторыми режимными параметрами, управляющими процессом резания.

Разделению материала на части под воздействием лезвия предшествует процесс предварительного сжатия им материала до возникновения на его кромке разрушающего контактного напряжения $\sigma_р$. Момент возникновения последнего определяется значением усилия $P_{кр}$, прикладываемого к чашечному резцу и преодолевающего ряд сопротивлений различного происхождения, возникающих в материале. В большинстве случаев при резании упруговязких материалов усилие $P_{кр}$, при котором завершается процесс сжатия материала и начинается его резание, является максимальным. Условия, при которых усилие резания принимает величину $P_{кр}$, являются критическими. Рассмотрим указанное взаимодействие лезвия резца с материалом.

© Мкртчян А. Ф., Голуб Т. Ю., 2009