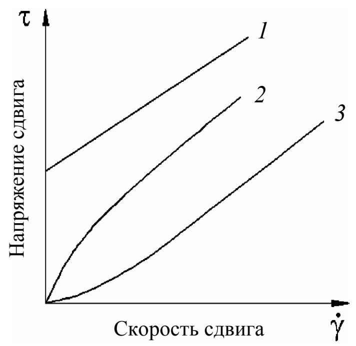

Рис. 2. Кривые течения различных типов неньютоновских жидкостей:
1 – бингамовский пластик; *2* – псевдопластичная; *3* – дилатантная

Аппроксимируя полученную экспериментально таблицу значений Q и ΔP, например методом наименьших квадратов, можно найти аналитическую зависимость $\frac{du}{dy} = f(\tau)$ для конкретной исследуемой жидкости.

Список литературы

1. *Уилкинсон, У. Л.* Неньютоновские жидкости. – М. : Мир, 1964. – 216 с.
2. *Mooney, M.* Explicit formulas for slip and fluidity // Rheology. – 1931. – № 2. – С. 210–222.
3. *Metzner, A. B.* Chem. Engng. Progr. – 1954. – № 50. – С. 27.

УДК 621.091

А. Ф. Мкртчян, старший преподаватель
Т. Ю. Голуб, старший преподаватель
Ижевский государственный технический университет

СИЛОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛЕЗВИЯ С НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИМ МАТЕРИАЛОМ В МОМЕНТ НАЧАЛА РЕЗАНИЯ ПРИ РОТАЦИОННОМ ТОЧЕНИИ ЧАШЕЧНЫМ РЕЗЦОМ

Рассмотрены вопросы силового взаимодействия лезвия в момент начала резания неметаллических материалов, определена основная взаимосвязь между наиболее важными конструктивными, физико-механическими и некоторыми режимными параметрами, управляющими процессом резания.

Разделению материала на части под воздействием лезвия предшествует процесс предварительного сжатия им материала до возникновения на его кромке разрушающего контактного напряжения $\sigma_р$. Момент возникновения последнего определяется значением усилия $P_{кр}$, прикладываемого к чашечному резцу и преодолевающего ряд сопротивлений различного происхождения, возникающих в материале. В большинстве случаев при резании упруговязких материалов усилие $P_{кр}$, при котором завершается процесс сжатия материала и начинается его резание, является максимальным. Условия, при которых усилие резания принимает величину $P_{кр}$, являются критическими. Рассмотрим указанное взаимодействие лезвия резца с материалом.

При углублении лезвия в слой материала на его режущей кромке возникает разрушающее контактное напряжение $\sigma_р$, начинается процесс резания. На чашечный резец действуют следующие силы (рис. 1): $P_{рез}$ – сопротивление разрушению материала; $P_{обж}$ – силы обжатия материалом; $P_{сж}$ – сопротивление слоя сжатию.

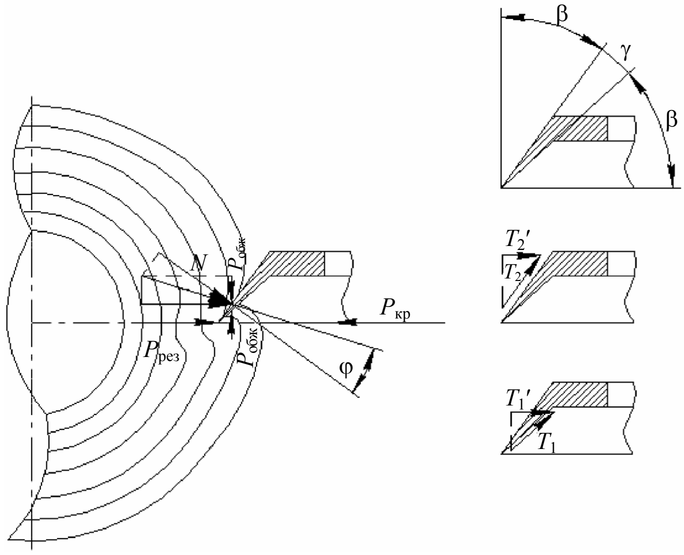

Рис. 1. Сопротивления, возникающие при внедрении лезвия в материал

От нормальной силы N на фаске лезвия возникает сила трения

$$T_2 = Nf,$$

где $f = \mathrm{tg}\varphi$ – коэффициент трения массы о материал лезвия; φ – угол трения.

Силу N можно выразить через угол трения:

$$N = \sqrt{P_{обж}^2 + P_{сж}^2}\cos\varphi .$$

Аналогичная сила трения T_1 возникает на другой грани лезвия от силы $P_{обж}$:

$$T_1 = P_{обж}\cos\gamma f.$$

Горизонтальная проекция сил T_1 и T_2 равна:

$$T_1' = T_1 \sin\alpha = P_{обж} f \cos\gamma \sin\alpha;$$

$$T_2' = T_2\cos\gamma = \sqrt{P_{обж}^2 + P_{сж}^2}\cos\varphi\, f\cos\gamma,$$

где α – задний угол резца; γ – передний угол резца.

В момент начала резания критическая сила $P_{кр}$, приложенная к резцу, должна преодолеть сумму всех сил, действующих в горизонтальном направлении, т. е.

$$P_{кр} = P_{рез} + P_{сж} + T_1' + T_2' . \quad (1)$$

Силу $P_{рез}$ можно определить как произведение площади кромки лезвия $F_{кр}$ на разрушающее контактное напряжение $\sigma_р$:

$$P_{рез} = F_{кр}\sigma_р = \delta\Delta l\sigma_р, \qquad (2)$$

где δ – толщина лезвия; Δl – длина лезвия.

Разрушающее контактное напряжение $\sigma_р$ является параметром, присущим данному виду материала.

Зависимость величин сил $P_{сж}$ и $P_{обж}$, входящих в выражение (1), от других параметров процесса аналитически можно определить следующим образом.

Рассмотрим действие элементарных сил $dP_{сж}$ и $dP_{обж}$ (рис. 2) на фаску лезвия при внедрении ее в слой массы со стороны элементарных столбиков, выделенных из слоя материала.

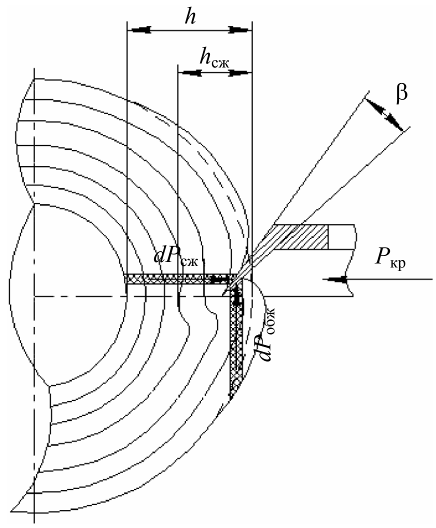

Рис. 2. Схема к определению усилий $P_{сж}$ и $P_{обж}$

Относительное сжатие $\varepsilon_{сж}$ любого горизонтального столбика в пределах фаски на расстоянии x от вершины лезвия будет

$$\varepsilon_{сж} = \frac{h_{сж_x}}{h}. \qquad (3)$$

Примем для упрощения задачи, что

$$\varepsilon_{сж} = \frac{\sigma}{E}.$$

Рост напряжения $\sigma = \frac{P_{сж}}{F}$ с увеличением $\varepsilon_{сж}$ отстает от роста силы $P_{сж}$ вследствие того, что с внедрением лезвия в слой при условии $h_{сж} < \frac{b}{\operatorname{tg}\beta}$ (где b – толщина ножа) площадь F_x, на которую действует сила $P_{сж}$, растет по закону

$$F_x = \Delta l h_{сж} \operatorname{tg}\beta.$$

Таким образом, если силу $P_{сж}$ относить к площади F_x, то зависимость между $\varepsilon_{сж}$ и σ подчиняется степенному закону, который применим для большинства упруговязких материалов. Поскольку в данном случае задачей является выявление закономерности изменения $P_{сж}$ в зависимости от относительного сжатия $\varepsilon_{сж}$, в качестве напряжения принимаем отношение $P_{сж}$ к первоначальной площади. Указанное допущение сводится к тому, что в выражении степенной зависимости

$$\varepsilon_{сж}E = \sigma^{n}. \tag{4}$$

Тогда элементарную силу сжатия $dP_{сж}$, действующую со стороны столбика площадью dF, длиной, равной единице, и шириной dx, можно представить в виде

$$dP_{сж} = E\varepsilon_{сж}\, dh_{сж} \operatorname{tg} \beta.$$

Подставив значение $\varepsilon_{сж}$, получим

$$dP_{сж} = E\frac{h_{сж_x}}{h}\ dh_{сж} \operatorname{tg} \beta;$$

$$P_{сж}\ \frac{E}{h}\operatorname{tg}\beta\int_0^{h_{сж}} h_{сж_x}\,dh_{сж} = \frac{E}{2h}h_{сж}^2 \operatorname{tg}\beta. \tag{5}$$

Таким образом, необходимая сила $P_{сж}$ для сжатия слоя фаской ножа находится в квадратичной зависимости от величины $h_{сж}$ и графически представляет собой квадратичную параболу.

Если в вертикальном направлении относительная деформация равна ε_1, то элементарная сила обжатия

$$dP_{обж} = \varepsilon_1 E dh_{сж}.$$

Относительную деформацию ε_1 можно выразить известной зависимостью

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{сж}\ \mu, \tag{6}$$

где μ – коэффициент Пуассона.

Деформации в поперечном направлении здесь поглощаются главным образом за счет уплотнения материала в слое.

Подставляя значение $\varepsilon_{сж}$ из выражения (3) в выражение (6), получим

$$\varepsilon_1 = \mu\frac{h_{сж_x}}{h}.$$

Элементарная сила, действующая со стороны вертикального столбика,

$$dP_{обж} = \varepsilon_1\ E\ dh_{сж} = \mu\frac{h_{сж_x}}{h}\ E\ dh_{сж}.$$

Сила, обжимающая фаску,

$$P_{обж} = \mu\frac{E}{h}\int_0^{h_{сж}} h_{сж}dh_{сж} = \mu\frac{E}{2}\frac{h_{сж}^2}{h}.$$

Если учесть, что коэффициент Пуассона имеет малые значения, можно сказать, что $P_{обж}$ составляет незначительную долю от величины $P_{сж}$. Подставляя значения всех сил, противодействующих $P_{кр}$, получим значение последней для лезвия длиной $\Delta l = l$:

$$P_{кр} = \delta\sigma_p + \frac{E}{2}\frac{h_{сж}^2}{h}\operatorname{tg}\beta + \frac{f\mu E}{2}\frac{h_{сж}^2}{h} + f\left(\frac{Eh_{сж}^2}{4h}\operatorname{tg}\beta\sin 2\beta + \frac{\mu E}{2}\frac{h_{сж}^2}{h}\cos^2\beta\right),$$

или, преобразуя, будем иметь

$$P_{\text{кр}} = \delta\sigma_p + \frac{E}{2}\frac{h_{\text{сж}}^2}{h}\left[\operatorname{tg}\beta + f\sin^2\beta + \mu\left(f + \cos^2\beta\right)\right]. \tag{7}$$

При условии $n \neq 1$ в выражении (4) значение усилия $P_{\text{сж}}$ должно определяться на следующем основании:

$$dP_{\text{сж}} = \sqrt[n]{\frac{E}{h}\left(h_{\text{сж}} - \frac{x}{tg\beta}\right)}dx\ ;$$

$$P_{\text{сж}} = \int\limits_0^{h_{\text{сж}}\operatorname{tg}\beta}\left[\frac{E}{h}\left(h_{\text{сж}} - \frac{x}{\operatorname{tg}\beta}\right)\right]^{\frac{1}{h}}dx,$$

следовательно,

$$P_{\text{сж}} = \frac{1}{1+\dfrac{1}{n}}\left(\frac{E}{h}\right)^{\frac{1}{n}} h_{\text{сж}}^{1+\frac{1}{n}}\operatorname{tg}\beta\,. \tag{8}$$

Наиболее важным следствием из выражений (5) и (8) является то, что усилие $P_{\text{сж}}$ находится в сложной зависимости от $h_{\text{сж}}$, т. е. от величины внедрения лезвия в материал, при которой на его режущей кромке возникает разрушающее напряжение $\sigma_{\text{р}}$.

Усилие $P_{\text{кр}}$ характеризует основную взаимосвязь между наиболее важными конструктивными, физико-механическими и некоторыми режимными параметрами, управляющими процессом резания.

УДК 519.863

Е. Н. Тарасова, соискатель
Г. З. Муратова, соискатель
В. А. Тененёв, доктор физико-математических наук, профессор
Ижевский государственный технический университет

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОРПОРАТИВНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФИНАНСОВО-ПРОМЫШЛЕННОЙ СИСТЕМЫ НА ОДНОРОДНОМ РЫНКЕ

Рассмотрена экономико-математическая модель конкуренции предприятий в составе финансово-промышленной системы на однородном рынке сбыта. Приводится формулировка соответствующей задачи многокритериальной оптимизации с интегральными целевыми функциями, в которой динамика развития описывается системой дифференциальных уравнений. Дана экономическая интерпретация полученных результатов.

В работе [1] предложена схема и построена замкнутая математическая модель корпоративного взаимодействия участников финансово-промышленной системы. Рассмотрим модель открытого типа, в которой более полно описано калькулирование себестоимости продукции и учтена возможность производителей влиять на отпускную цену.