

Рис. 4. Сравнение момента Mz_{NS} , полученной из решения уравнений Навье – Стокса, и момента, найденного из аппроксимирующего полинома Mz_a

Библиографические ссылки

1. Childress S., Spagnolie S. E., Tokieda T. A bug on a raft: recoil locomotion in a viscous fluid // J. Fluid Mech., 2011, vol. 669, p. 527–556.

2. Vetchanin E. V., Mamaev I. S., Tenenev V. A. The Self-propulsion of a Body with Moving Internal Masses in a Viscous Fluid // Regular and Chaotic Dynamics, 2013, 18 (1-2), p. 100–117.

3. Vetchanin E. V., Kilin A. A., Tenenev V. A., Shaura A. S. Numerical simulation of motion in the viscous fluid of a three-axial ellipsoid controlled by three rotors. // Fourth International Conference «Geometry, Dynamics, Integrable Systems GDIS 2013: Book of abstracts. – Moscow-Izhevsk: Publishing Center «Institute of Computer Scienc», 2013, p. 54–55.

4. Воинов О. В. Инерциальное движение тела в идеальной жидкости из состояния покоя // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49. – С. 214–220.

5. Childress S., Spagnolie S. E., Tokieda T. A bug on a raft: recoil locomotion in a viscous fluid // J. Fluid Mech., 2011, vol. 669, p. 527–556.

6. Рамоданов С. М., Тенев В. А. Движение тела с переменной геометрией масс в безграничной вязкой жидкости // Нелинейная динамика. – 2011. – Т. 7; № 3. – С. 635–647.

7. Воинов О. В. Указ. соч.

8. Vetchanin E. V., Mamaev I. S., Tenenev V. A. The Self-propulsion of a Body with Moving Internal Masses in a Viscous Fluid // Regular and Chaotic Dynamics, 2013, 18 (1-2), p. 100–117.

9. Судьяев Н. И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных : учеб. пособие. – М. : Издательство Юрайт; ИД Юрайт, 2011. – 399 с.

L. F. Ilaletdinov, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

M. I. Ponomarev, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

V. A. Tenenev, DSc (Physics and Mathematics), Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Planning a numerical experiment to determine the hydrodynamic characteristics of the body with helical symmetry

On the basis of numerical experiments using a solution of the Navier-Stokes equations, the interaction of the helical body with liquid motion is investigated. Numerical experiment is performed using central symmetric orthogonal composition plan of the second-order. The quadratic dependences of the force and moment on the translational and angular velocity of the body motion are obtained.

Keywords: viscous motion, Navier-Stokes equations, numerical experiment, helical symmetry.

Получено: 20.11.14

УДК 699.844

А. П. Тюрин, доктор технических наук, профессор

Д. В. Парахин, аспирант

А. А. Шаклеин, аспирант

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

К. Ю. Замотин

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

К ВОПРОСУ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ СВОЙСТВ ШУМОЗАЩИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ЧИСЛЕННЫМИ И ФИЗИЧЕСКИМИ ЭКСПЕРИМЕНТАМИ*

Одним из существенных моментов акустического проектирования является оценка звукопоглощения материалов. Работа направлена на проработку этапов методологии оценки звукопоглощения шумозащитных конструкций в численном эксперименте с использованием проприетарного программного обеспечения. Оценка собственных колебаний мембраны-пленки производится на основе модели Рейсснера – Миндлина, оценка величины акустических давлений на измерительных микрофонах – с использованием конечно-элементного метода, реализованного в ПО Astran. В качестве физических образцов используются образцы биезонансных сотовых конструкций, подготовленные для физических экспериментов в акустическом интерферометре. Работа выполняется в рамках гранта РФФИ по проекту № 14-38-50170 «Развитие теоретических основ оценки звукопоглощения биезонансных сотовых конструкций на основе экспериментальных исследований».

Ключевые слова: коэффициент звукопоглощения, модель Рейсснера – Миндлина, численный и физический эксперимент, проприетарное программное обеспечение.

© Тюрин А. П., Парахин Д. В., Шаклеин А. А., Замотин К. Ю., 2014

* Работа выполняется в рамках гранта РФФИ по проекту № 14-38-50170 «Развитие теоретических основ оценки звукопоглощения биезонансных сотовых конструкций на основе экспериментальных исследований».

Использование численного моделирования для оценки акустической обстановки сложных пространств, а в отдельных случаях и акустических свойств шумозащитных материалов – звукопоглощения – является весьма актуальной задачей в работе специалистов соответствующего профиля. В дополнение к физическим экспериментам, в частности по оценке звукопоглощения шумозащитных материалов в акустическом интерферометре [1] методом передаточной функции, численные решения дают возможность существенно повысить точность расчета на этапе проектирования средств коллективной защиты от шума.

Целью данного исследования является изучение возможностей моделирования акустических колебаний мембраны-пленки и звукопоглощения в таких акустических программных комплексах, как проприетарное Astpan и свободно распространяемое Elmer. В этих программных продуктах реализуются конечно-элементные методы акустических расчетов.

Необходимость использования численного моделирования обусловлена в данном случае вопросами разработки теоретических основ расчета звукопоглощения сотовой бирезонансной конструкции, используемых в качестве шумозащитных экранов [2–5] на производственных участках с повышенным шумовым воздействием.

Общий вид такой конструкции в форме образца для исследования ее звукопоглощения в акустическом интерферометре изображен на рис. 1. Диаметр образца составляет 100 мм.

Отдельно взятым основным элементом конструкции является эластичная мембрана-пленка, расположенная на крупноячейстой сетке поверх крышки резонатора с шестиугольным основанием. Совокупность таких элементов образуют сотовую конструкцию, обладающую шумозащитными свойствами и входящую в общий класс шумозащитных материалов резонаторного типа.

Задачи, решаемые в исследовании, сводятся к следующим:

1. Визуализация собственных частот колебаний мембраны-пленки, реализуемая в программном пакете Elmer.

2. Моделирование системы «акустический интерферометр – сотовая конструкция» в программном пакете Astpan с целью оценки звукопоглощения конструкций методом передаточной функции.

3. Визуализация микрофонных давлений, полученных в виртуальном акустическом интерферометре.

4. Оценка звукопоглощения бирезонансной сотовой конструкции типоразмера, указанного на рис. 1, в реальном акустическом интерферометре.

Предполагается, что экспериментальное варьирование физико-механических характеристик материалов конструкции по рис. 1, 2, таких как толщина покровной пленки, толщина крупноячейстой сетки и форма ее ячеек, геометрические размеры сот и, в частности, отдельных ячеек, позволит получить более широкую полосу звукопоглощения. Прогнозируется, например, что использование более тонкой

пленки позволит расширить частотную полосу поглощения и сдвинуть ее в сторону более высоких частот.

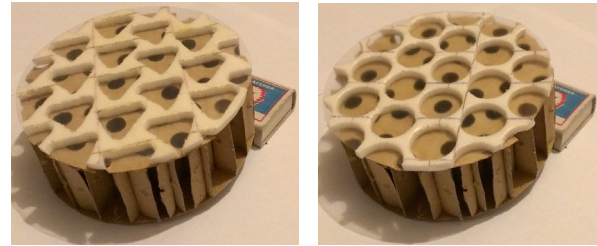


Рис. 1. Натурные образцы бирезонансной сотовой конструкции

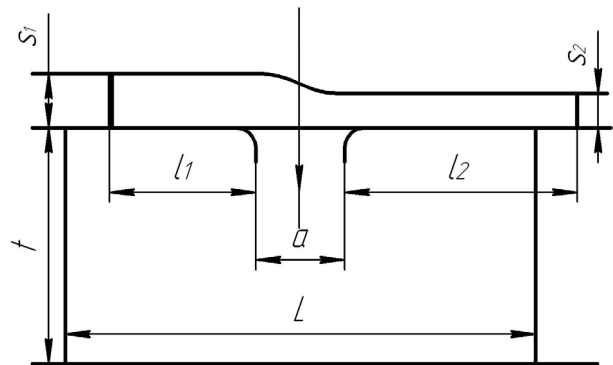


Рис. 2. Принципиальная схема отдельной сотовой ячейки: t – толщина соты; a – диаметр перфорации; l_1, l_2 – базовые расстояния в крупноячейстой сетке; s_1, s_2 – толщины воздушных зазоров между сеткой и верхней перфорированной пластиной; L – эквивалентный диаметр сотовой ячейки

Постановка задачи. Для визуализации акустических колебаний мембраны-пленки используется модель Рейсснера – Миндлина. Конечно-элементная дискретизация выполняется с использованием так называемых устойчивых MITC-plate элементов, которые свободны от численного замыкания. Ведется расчет собственных частот пластинки, пленки или мембраны в зависимости от ее свойств. Приведенная ниже теория дает качественные результаты, характеризующие собственные частоты колебаний мембраны-пленки как отдельного элемента шумозащитной конструкции.

Перемещение $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ пластинки Рейсснера – Миндлина (тонкого эластичного тела, которое в недеформированном состоянии занимает трехмерную область $\Omega \times \left(-\frac{t}{2}, \frac{t}{2}\right)$, где Ω – средняя плоскость, а t – толщина), выводится из уравнений кинематики:

$$u_x(x, y, z) = -\theta_x(x, y) \cdot z, \quad (1)$$

$$u_y(x, y, z) = -\theta_y(x, y) \cdot z, \quad (2)$$

$$u_z(x, y, z) = \omega(x, y), \quad (3)$$

где θ_x и θ_y являются компонентами вектора вращения $\theta = (\theta_x, \theta_y)$, а ω – трансверсальное отражение средней поверхности.

Функции ω и $\theta = (\theta_x, \theta_y)$ определяются из условия минимизации общей потенциальной энергии колебаний:

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega} \kappa m d\Omega + \int_{\Omega} \gamma \cdot q d\Omega - \int_{\Omega} p \omega d\Omega, \quad (4)$$

где p – поперечное давление нагрузки; $\kappa = \frac{1}{2}(\nabla\theta + \nabla\theta^T)$ – кривизна средней плоскости; $\gamma = \nabla\omega - \theta$ – поперечное напряжение сдвига, $m = \varepsilon : \kappa$ – изгибающий момент, $q = G \cdot \gamma$ – вектор поперечной силы сдвига. Тензор четвертого порядка ε и тензор второго порядка G определяют сдвиговые и изгибные жесткости поперечного сечения соответственно. Для линейно-эластичных материалов мы имеем $G \cdot \gamma = Gt \gamma$ и

$$\varepsilon : \kappa = K \left[\kappa + \frac{\nu}{1-\nu} (\text{tr} \kappa) I \right], \quad (5)$$

где $K = Et^3 / [12(1-\nu^2)]$ – жесткость на изгиб; E – модуль Юнга; G – модуль сдвига; ν – коэффициент Пуассона. Определение тензоров ε и G для ортотропных и перфорированных материалов отличается.

Минимизация энергии удовлетворяет уравнениям равновесия:

$$\nabla \cdot m + q = 0, \quad (6)$$

$$-\nabla \cdot q = p. \quad (7)$$

Если в пленке присутствует поверхностное натяжение, то к уравнению энергии добавляется дополнительный член:

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega} \nabla \omega \cdot T \cdot \nabla \omega d\Omega, \quad (8)$$

где T – тензор второго порядка, представляющий заданную нормальную силу (обычно $T = T \cdot I$, где T – некоторая константа). Тогда уравнение равновесия переписывается как

$$-\nabla \cdot (q + T \cdot \nabla \omega) = p. \quad (9)$$

Граничные условия. К модели пластинки Рейсснера – Миндлина могут быть использованы следующие граничные условия:

- слабое закрепление краев: $\omega = 0$ и $\theta \cdot n = 0$;
- жесткое закрепление краев: $\omega = 0$ и $\theta = 0$;
- мягкое свободно опирающееся расположение краев $\omega = 0$;
- жесткое свободно опирающееся расположение краев: $\omega = 0$ и $\theta \cdot t = 0$;
- свободные края: $m \cdot n = 0$ и $(q + T \cdot \nabla \omega) \cdot n = 0$.

Граничные условия могут быть, конечно, неоднозначными. Для закрепленных и свободно опирающихся краев заданные значения ω , θ , $\theta \cdot n$ и $\theta \cdot t$ учитываются в матрице уровня после конечно-элементной дискретизации. На свободной части края неоднородный случай определяется дополнением следующего члена в уравнение энергии:

$$\int_{\Gamma_{\text{free}}} q_n \omega d\Gamma + \int_{\Gamma_{\text{free}}} m_n \cdot \theta d\Gamma, \quad (10)$$

где $q_n = q \cdot n$ и $m_n = m \cdot n$ – заранее заданные функции.

Если толщина пластинки мала ($t \ll \mathcal{O}(\Omega)$), то модель Рейсснера – Миндлина может быть рассмотрена как грубое приближение классической модели пластинки Кирхгоффа. Модель Кирхгоффа получается из (1)–(9) введением ограничения $\gamma = 0$. Тогда основное уравнение переписывается как

$$K \Delta \Delta \omega - T \Delta \omega = p. \quad (11)$$

Конечно-элементная реализация. Для решения задачи прямая минимизация (4) с использованием стандартного конечно-элементного метода Галеркина неприменима из-за хорошо известного явления численного запираения (метод не предназначен для работы с условием Кирхгоффа $\gamma = 0$, которое появляется в случае малого t). Для того чтобы избежать запираения, Elmer использует так называемые SMITC-элементы (Stabilization and Mixed Interpolation of Tensorial Components), которые известны как оптимально сходящиеся и обеспечивающие устойчивый расчет.

Линейный элемент SMITC-семейства впервые был введен Brezzi, Fortin и Stenberg [6], реализовавшими замену члена энергии сдвига в (4) следующей численной модификацией:

$$\int_{\Omega} \gamma_h \cdot q_h d\Omega, \quad (12)$$

где γ_h – «упрощенное» напряжение сдвига (иногда также его обозначают как искусственно введенный или замещающий сдвиг), а $q_h = (t^2 + \alpha h^2)^{-1} G \cdot \gamma_h$ – «упрощенная» сила сдвига. Здесь h – размер сетки (диаметр самого большого элемента), а $\alpha > 0$ является численным параметром стабилизации (обычно $\alpha = 0,15$).

Упрощенный сдвиг γ_h определяется поэлементно так, что

$$\gamma_{h|K} = (aK - bKy, aK + cKx) \quad (13)$$

для любого элемента K . Параметры aK , bK и cK определяются из условий:

$$\int_E (\gamma - \gamma_h) \cdot t ds = 0 \quad (14)$$

для каждой кромки Y из K . Здесь t является касательной по отношению к E .

Результаты расчетов. Реализованная в Elmer конечно-элементная модель по оценке собственных колебаний эластичной мембраны-пленки на первом этапе позволила получить качественные результаты по формам ее собственных колебаний при воздействии акустического давления величиной в 1 Па. В таблице представлены исходные данные для расчета.

Исходные данные для расчета собственных колебаний мембраны-пленки в сотовой конструкции

Параметр	Значение параметра
Плотность, ρ , кг/м ³	$0,91 \cdot 10^3$
Предел прочности на растяжение, p , Па	$2,0 \cdot 10^7$
Модуль Юнга, E , Па	$1,5 \cdot 10^8$
Коэффициент Пуассона, σ	0,17
Толщина пленки, S , м	$50 \cdot 10^{-6}$

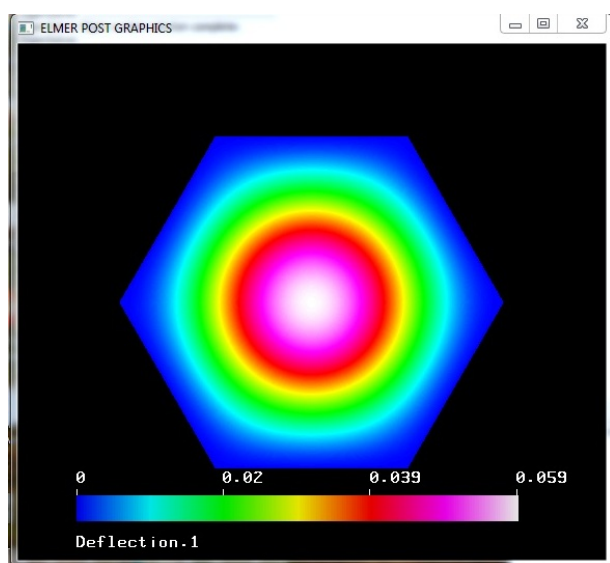


Рис. 3. Собственные частоты колебаний 1-го порядка

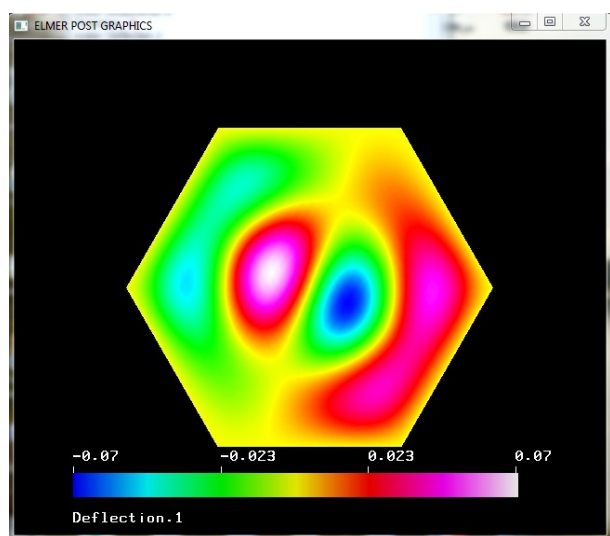


Рис. 4. Собственные частоты колебаний 2-го порядка

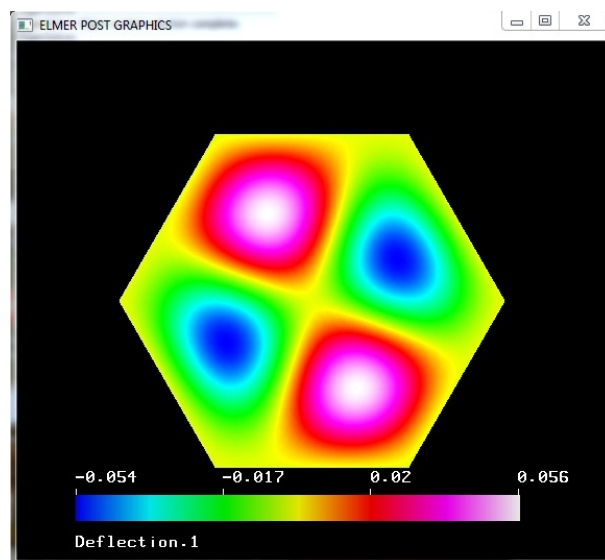


Рис. 5. Собственные частоты колебаний 4-го порядка

Вторым этапом методики оценки звукопоглощения численным экспериментированием является моделирование конечно-элементной модели акустического интерферометра в проприетарном программном обеспечении Atran. Подробно теория расчета излагается в [7]. На рис. 6 отображена модель акустического интерферометра, построенного с размерами, соответствующими физической модели [8].

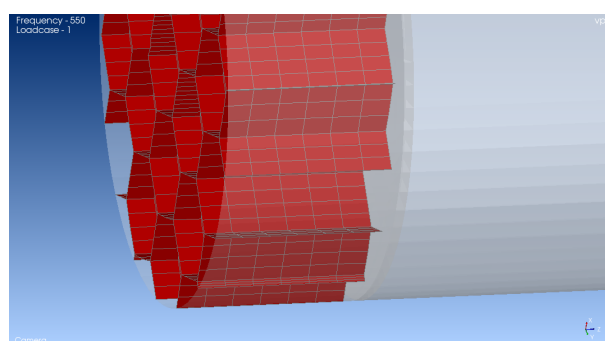


Рис. 6. Конечно-элементная модель акустического интерферометра, реализованная в Atran

Возможности программного пакета позволяют моделировать внутри трубы интерферометра звуковые поля, формируемые не только простыми гармониками, но и совокупностью акустических колебаний, в частности белым шумом. Пример записи акустических колебаний, регистрируемых двумя микрофонами в интерферометре, отображен на рис. 7.

Результаты вычислений собственных частот колебаний мембраны-пленки, полученных на первом этапе, используются для исследования поведения сотовой бирезонансной конструкции на этих частотах в численном эксперименте с помощью ПО Atran.

Заключительным этапом являются экспериментальные исследования звукопоглощения сотовых бирезонансных конструкций на физической модели интерферометра.

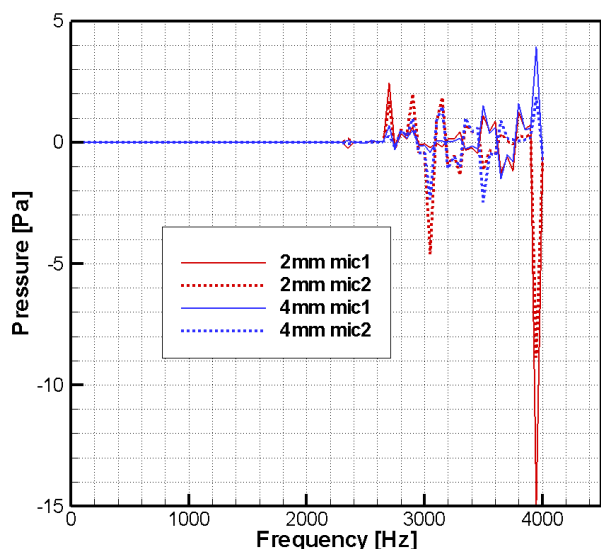


Рис. 7. Акустические колебания на измерительных микрофонах конечно-элементной модели акустического интерферометра

При реализации двухмикрофонного метода кривая звукопоглощения конструкции с параметрами по рис. 1 (диаметр перфораций 7 мм, толщина сотовой основы 32 мм, толщина крупноячеистой сетки 4 мм, форма ячеек – треугольник, толщина полиэтиленовой пленки 50 мкм) отображена на рис. 8.

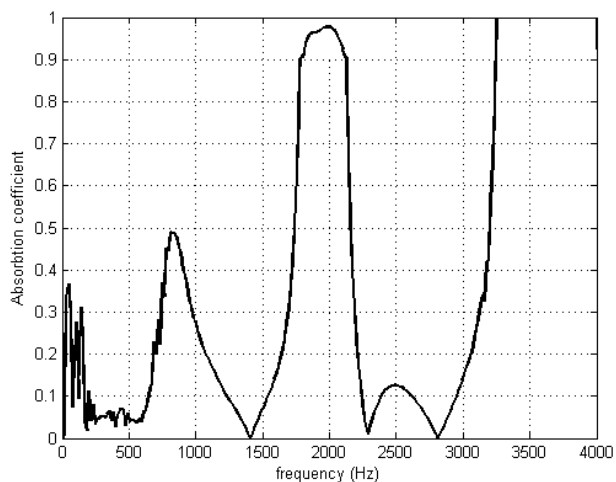


Рис. 8. Звукопоглощение сотовой бирезонансной конструкции, полученное в акустическом интерферометре

Предпочтение в дальнейших численных и экспериментальных исследованиях отдается средствам снижения шума на рабочих местах с помощью бирезонансных конструкций, обладающих повышенными гигиеническими свойствами. Анализ шумозащитных материалов резонансного типа показал, что разработанные конструкции являются одним из малоисследованных типов. Представленная методика оценки звукопоглощения таких конструкций на заключительном этапе позволит:

1. Оценить звукопоглощение численным моделированием с помощью проприетарного программного обеспечения.
2. Оценить звукопоглощение в физических экспериментах при реализации двухмикрофонного метода передаточной функции в акустическом интерферометре.
3. Скорректировать численную модель для последующего проектирования конструкций под конкретные условия акустической обстановки.

Библиографические ссылки

1. Тюрин А. П. Численное моделирование звукопоглощения вакуумированных сотовых конструкций // Интеллектуальные системы в производстве. – 2010. – № 1. – С. 85–94.
2. Formulas of acoustics: second edition / ed. F.P. Mechel. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. – 1282 p.
3. Mechel F. P. Panel absorber // J. Sound. Vib., 2001. – Vol. 248, № 10. – P. 43–70.
4. Патент RU 2478762 Шумозащитная панель / С. А. Пяткина, А. П. Тюрин, Д. В. Парахин и др. – № 2011132233/03 ; заявл. 29.07.2011 ; опубл. 10.04.2013. Бюл. № 10.
5. Mechel F. P. Schallabsorber, Vol. II, Ch. 26: Foil absorbers Hirzel, Stuttgart, 1995. – P. 767–836.
6. M. Fortin F. Brezzi and R. Stenberg. Error analysis of mixed-interpolated elements for Reissner-Mindlin plates. Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, 1:125–151, 1991.
7. Тюрин А. П. Указ. соч.
8. Shaklein A. A., Tyurin A. P. Computation of sound pressure levels in computation of sound pressure levels in the cylindrical wave guide : Universology: definitions, issues and concepts [the electronic resource] : the electronic scientific publication: proceedings from the Teachers' Technical Scientific Conference (in the English language), Izhevsk, 27 June, 2013 / Kalashnikov Izhevsk State Technical University. – Electronic data (1 file : 3,18 Mb.). – Izhevsk, 2013. – 64 p. – 1 electronic disk (CD-ROM). – System requirements: Acrobat reader 6.0 and on – С. 53–57. – ISBN 978-5-7526-0654-0.

A. P. Tyurin, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
 D. V. Parakhin, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
 A. A. Shaklein, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
 K. Yu. Zamotin, Saint-Petersburg State Polytechnic University

On the question of studying the sound absorption properties of noise protection structures by numerical and physical experiments

One of the essential points of the acoustic design is the estimation of sound absorption materials. The work is aimed at elaborating the stages of evaluation methodology for absorption of noise protection structures in the numerical experiment using proprietary software. Evaluation of natural oscillations of the membrane film is based on the Reissner-Mindlin model. The evaluation of the acoustic pressure value at the measuring microphone is performed using the finite element method implemented by software Actran. The samples of double-resonant honeycomb structures prepared for physical experiments in an acoustic interferometer are used as physical samples. The work is performed under support of grant RFFR project № 14-38-50170 «Development of theoretical framework for assessing the absorption of double-resonant honeycomb structures based on experimental studies».

Keywords: sound absorption coefficient, Reissner-Mindlin model, numerical and physical experiment, proprietary software

Получено: 14.11.14