* * *

*O. V. Ponomareva,* PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

**Measurement of the time spectrum of discrete signals by modified parametric discrete Fourier transform**

*We propose a modified parametric discrete Fourier transform to restore the values of continuous discrete signals. We developed a method for restoring values of time spectrum of discrete signals, based on the proposed transformation, and we showed that the proposed method has several advantages over the existing methods.*

**Keywords:** discrete signal, finite interval, parametric discrete exponential functions, parametric discrete Fourier transform, modified parametric discrete Fourier transform.

Получено: 22.10.14

УДК 622.1:528.022.61

*Т. А. Редькина*, старший преподаватель
Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова
*Д. Г. Миловзоров*, кандидат технических наук, доцент
Уфимский государственный авиационный технический университет
*Р. Р. Садрутдинов*, генеральный директор
ОАО «НПФ «Геофизика» (г. Уфа)
*Е. С. Морозова*, старший преподаватель
Уфимский государственный авиационный технический университет

# МЕТОД ИТЕРАЦИОННОГО ВАРЬИРОВАНИЯ КОНСТАНТ В ТРЕХКОМПОНЕНТНЫХ ВЕКТОРНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ

*Рассмотрены трехкомпонентные векторно-измерительные преобразователи и методика алгоритмической коррекции их инструментальных погрешностей, определяемых константами, характеризующими конкретное пространственное позиционирование измерительных преобразователей в корпусе прибора. Предложена методика уточнения численных значений констант, определяемых на этапах калибровки путем их итерационного варьирования в соответствии с научно обоснованными критериями.*

**Ключевые слова:** векторно-измерительные преобразователи, итерационный метод.

Трехкомпонентные векторно-измерительные преобразователи (ТВИП) находят широкое применение в различных областях – магнитометрии, градиентометрии, наклонометрии, сейсмометрии и др. Основу ТВИП составляют датчики, обладающие диаграммой направленности, непосредственной задачей которых является измерение ортогональных проекций полного вектора соответствующей физической величины в трехмерном пространстве на оси их чувствительности с определением знака.

Метрологические характеристики векторно-измерительных преобразователей с трехкомпонентными датчиками во многом определяются точностью контроля измеряемых проекций, которая, в свою очередь, непосредственно зависит от точности априорной ориентации осей чувствительности отдельных датчиков по отношению к осям ортонормированных систем координат (базисов), жестко связанных с корпусом прибора. Прямым решением задачи обеспечения повышенных точностных характеристик таких приборов является приведение в соответствие измеряемых компонент с их действительными (ортогональными) значениями в конкретных точках путем уменьшения инструментальных погрешностей, присутствие ненулевых значений которых в результатах измерений обусловливается наличием малых угловых параметров отклонения осей чувствительности датчиков от осей базисов корпуса прибора. Практическая реализация данного соответствия возможна следующими методами:

- прецизионная ориентация осей чувствительности датчиков на этапах конструкторской компоновки и изготовления установочных элементов корпуса прибора;
- принудительная ориентация каждого из датчиков в корпусе путем выполнения регулировочных операций в двух взаимно перпендикулярных плоскостях;
- алгоритмическая коррекция инструментальных погрешностей в соответствии с обобщенными статическими математическими моделями векторно-измерительных преобразователей, содержащих аналитические выражения малых угловых параметров.

Первый метод требует использования высоких технологий изготовления как самих первичных преобразователей, так и конструктивных элементов прибора. Второй метод требует исключительно высокой профессиональной квалификации исполнителей при выполнении сборочных и настроечных технологических операций, а также является весьма кропотливым и трудоемким.

Наиболее целесообразным является метод алгоритмической коррекции погрешностей определения искомых углов пространственной ориентации, осуществляемый на этапах обработки измеренных данных. Однако данный метод требует однозначных численных значений малых угловых параметров, экспериментальное определение которых также является трудоемким процессом и требует соответствующей квалификации персонала и применения поверочного оборудования. Причем даже применение прецизионного поверочного оборудования порой не обеспечивает достаточно высокой точности при экспериментальном определении численных значений констант – малых угловых параметров, поскольку само это оборудование также имеет конечные значения погрешностей воспроизведения углов. Поэтому получаемые константы отличаются от их действительных значений, что представляет собой существенную проблему, в качестве решения которой предлагается автоматизированный метод уточнения полученных при калибровке численных значений малых угловых параметров, основанный на итерационном методе их варьирования. Суть предлагаемого метода удобно представить на конкретном примере в решении одной из задач пространственной ориентации объектов. Так, в задачах наклонометрии нашли довольно широкое применение акселерометрические датчики в микроэлектронном исполнении, с помощью которых измеряют проекции вектора ускорения свободного падения $\vec{G}$ на оси их чувствительности с последующим определением искомых углов пространственной ориентации объектов при их перемещении по соответствующим траекториям.

На рис. 1 схематично показан ТВИП с акселерометрическими датчиками ($D_{i(x,y,z)}$), представлены базисы – ортонормированные прямоугольные системы координат и обозначены углы соответствующих преобразований базисов. Основной базис $R_0(0, X_0, Y_0, Z_0)$ связан непосредственно с вектором $\vec{G}$. Базис корпуса прибора $R_к(0, X_к, Y_к, Z_к)$ образован преобразованиями основного базиса путем его поворотов вокруг соответствующих осей на определенные углы θ и φ. Базис датчика $R_д(0, X_д, Y_д, Z_д)$ образован осями чувствительности акселерометров $D_{i(x,y,z)}$.

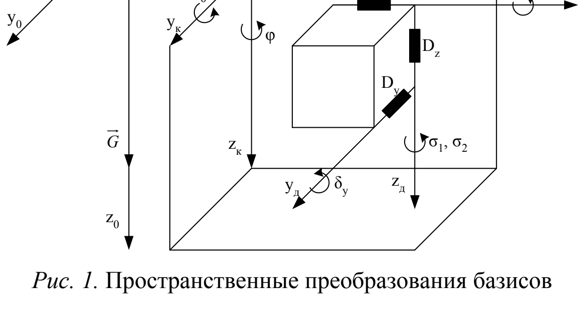


*Рис. 1.* Пространственные преобразования базисов

Последовательность поворотов базисов определяется начальной ориентацией корпуса прибора и предполагаемой траекторией его движения [1]. В задачах инклинометрии и наклонометрии начальное положение корпуса скважного прибора, содержащего ТВИП с акселерометрическими датчиками, является вертикальным. При этом продольная ось корпуса скважного прибора $0Z_к$ ориентирована по оси $0Z_0$ и совпадает с направлением вектора $\vec{G}$.

Так, пространственные преобразования основного базиса $R_0(0,X_0,Y_0,Z_0)$ при переходе к базису корпуса прибора $R_к(0,X_к,Y_к,Z_к)$ определяются наклоном (отклонением от вертикали) путем поворота вокруг оси $0Y_0$ на зенитный угол θ и поворотом вокруг собственной продольной оси корпуса прибора вокруг оси $0Z_0$ на визирный угол φ.

Общее векторно-матричное уравнение (ВМУ), соответствующее данным поворотам основного базиса $R_0(0, X_0, Y_0, Z_0)$, имеет вид [2, 3]:

$$\vec{G}_{R_K} = A_{\phi(z)} A_{\theta(y)} \vec{G}_{R_0}, \qquad (1)$$

где $\vec{G}_{R_0}(0,0,G)$ – проекция вектора $\vec{G}$ в основном базисе $R_0(0, X_0, Y_0, Z_0)$; $\vec{G}_{R_k}(g_x, g_y, g_z)$ – проекции вектора $\vec{G}$ в базисе корпуса $R_к(0, X_к, Y_к, Z_к)$; $A_{\varphi(z)}$ и $A_{\theta(y)}$ – матрицы направляющих косинусов, соответствующие последовательным плоским поворотам базиса $R_0(0, X_0, Y_0, Z_0)$ на угол θ вокруг оси $OY_0$ и на угол φ вокруг оси $OZ_0$.

Решением ВМУ (1) относительно искомых углов θ и φ являются базовые статические математические модели ТВИП:

$$\left.\begin{aligned} g_x &= -\cos\varphi\sin\theta G \\ g_y &= \sin\varphi\sin\theta G \\ g_z &= \cos\theta G \end{aligned}\right\}; \quad \left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\phi &= \frac{g_y}{-g_x} \\ \operatorname{tg}\theta &= \frac{\sqrt{g_x^2 + g_y^2}}{g_z} \end{aligned}\right\};$$

$$|G| = \sqrt{\sum_{i=1}^{3}\left[g_{i(x,y,z)}\right]^2}, \qquad (2)$$

где $g_{i(x,y,z)}$ – значения измеряемых проекций вектора $\vec{G}$ с помощью акселерометрических датчиков $D_{i(x,y,z)}$.

Данные математические модели справедливы лишь для случая, когда оси чувствительности датчиков $D_{i(x,y,z)}$ совпадают с осями базиса корпуса $R_к(0, X_к, Y_к, Z_к)$. На практике это условие, как правило, не соблюдается и оси чувствительности датчиков $D_{i(x,y,z)}$ при их позиционировании в корпусе имеют отклонения по отношению к осям базиса корпуса в виде малых углов:

- $\delta_x$ – угол отклонения оси датчика $D_x$ от оси $OX_к$ в плоскости $OX_кZ_к$;
- $\delta_y$ – угол отклонения оси датчика $D_y$ от оси $OY_к$ в плоскости $OY_кZ_к$;
- æ – угол отклонения оси датчика $D_x$ от оси $OX_к$ в плоскости $OX_кY_к$;
- $\sigma_1$ и $\sigma_2$ – углы отклонения оси датчика $D_z$ от оси $OZ_к$ соответственно в плоскостях $OX_кZ_к$ и $OY_кZ_к$.

В соответствии с этими малыми углами и дополнительными поворотами базиса корпуса $R_к(0, X_к, Y_к, Z_к)$ вокруг соответствующих осей ВМУ (1) для ортогонального базиса каждого из датчиков $D_{i(x,y,z)}$ будет дополнено матрицами:

$$\left.\begin{aligned} \vec{G}_x &= A_{\delta_{x(y)}} A_{\phi(z)} A_{\theta(y)} \vec{G}_{R_0} = A_{\delta_{x(y)}} \vec{G}_{R_к}, \\ \vec{G}_y &= A_{\delta_{y(x)}} A_{æ(z)} A_{\phi(z)} A_{\theta(y)} \vec{G}_{R_0} = A_{\delta_{y(x)}} A_{æ(z)} \vec{G}_{R_к}, \\ \vec{G}_z &= A_{\sigma_2(y)} A_{\sigma_1(x)} A_{\phi(z)} A_{\theta(y)} \vec{G}_{R_0} = A_{\sigma_2(y)} A_{\sigma_1(x)} \vec{G}_{R_к}. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Решив представленные ВМУ (3) относительно соответствующих проекций вектора $\vec{G}$, не сложно получить следующую систему скалярных уравнений связи:

$$\left.\begin{aligned} d_x &= a_1 g_x + b_1 g_y + c_1 g_z, \\ d_y &= a_2 g_x + b_2 g_y + c_2 g_z, \\ d_z &= a_3 g_x + b_3 g_y + c_3 g_z, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

где $d_{i(x,y,z)}$ – значения измеряемых проекций на оси чувствительности датчиков $D_{i(x,y,z)}$; $a_1$, ..., $c_3$ – константы, характеризующие конкретное позиционирование каждого из датчиков $D_{i(x,y,z)}$ в корпусе прибора:

$$\left.\begin{aligned} & a_1 = \cos\delta_x; b_1 = 0; c_1 = -\sin\delta_x; \\ & a_2 = -\cos\delta_y \sin æ; b_2 = \cos\delta_y \cos æ; c_2 = \sin\delta_y; \\ & a_3 = \sin\sigma_2; b_3 = -\sin\sigma_1 \cos\sigma_2; c_3 = \cos\sigma_1 \cos\sigma_2. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

В результате решения системы уравнений (4) относительно «ортогональных» величин $g_{i(x,y,z)}$ следуют выражения:

$$\left.\begin{aligned} g_x &= \frac{1}{a_1}\left[d_x - \frac{b_1}{b_2} d_y - \frac{c_1}{c_1} d_z\right], \\ g_y &= \frac{1}{b_1}\left[d_y - \frac{a_2}{a_1} d_x - \frac{c_2}{c_3} d_z\right], \\ g_z &= \frac{1}{c_1}\left[d_z - \frac{a_3}{a_1} d_x - \frac{b_3}{b_2} d_y\right], \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

которые подставляются в базовые модели (2), реализуя тем самым процедуру определения искомых углов с учетом констант (5). Таким образом, зная численные значения малых углов $\delta_x$, $\delta_y$, æ, $\sigma_1$ и $\sigma_2$, определяемых экспериментальным путем, находят искомые углы θ и φ по обобщенным моделям.

Очевидно, что результирующие погрешности Δφ и Δθ непосредственно зависят от малых угловых параметров $\delta_x$, $\delta_y$, æ, $\sigma_1$ и $\sigma_2$, т. е. от степени их приближения к действительным значениям.

Безусловно, что конкретные численные значения математического ожидания МО($\delta_к$) отличаются от действительных значений ДЗ($\delta_к$) на конечную величину, характеризуемую и применяемым поверочным оборудованием, и методикой экспериментальных исследований ТВИП, причем эта величина лежит в некотором диапазоне NM на числовой оси углов $\delta_i$ (рис. 2).

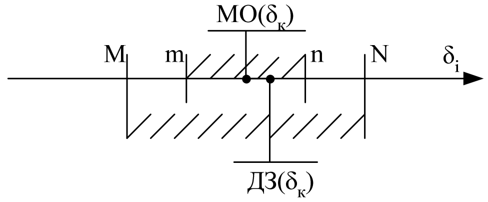


*Рис. 2.* Диапазоны варьирования малых углов $\delta_i$

Суть предлагаемой в данной работе методики заключается в уточнении численных значений констант МО($\delta_к$) с целью их приближения к ДЗ($\delta_к$) автоматизированным способом, а именно, путем их итерационного варьирования. Методика включает в себя несколько этапов дополнительных несложных технологических операций и соответствующих вычислений.

Так, исследуемый прибор должен быть зафиксирован в пространстве в квазигоризонтальном положении с возможностью вращения вокруг собственной продольной оси по визирному углу φ, например в поверочной установке для калибровки или на жестких опорах (рис. 3). При этом должно соблюдаться требование неизменности ориентации корпуса прибора в пространстве при его вращении по визирному углу φ.

На начальном этапе формируется экспериментальная база данных. Задается несколько произвольных положений прибора по визирному углу φ от 0 до 360°, например через 30°. Следует заметить, что сам визирный угол при этом не контролируется, т. е. является произвольным. При каждом конкретном значении угла φ осуществляется измерение сигналов с акселерометров $g_{i(x,y,z)}$ и вычисляются искомые значения углов θ и φ по обобщенным математическим моделям.

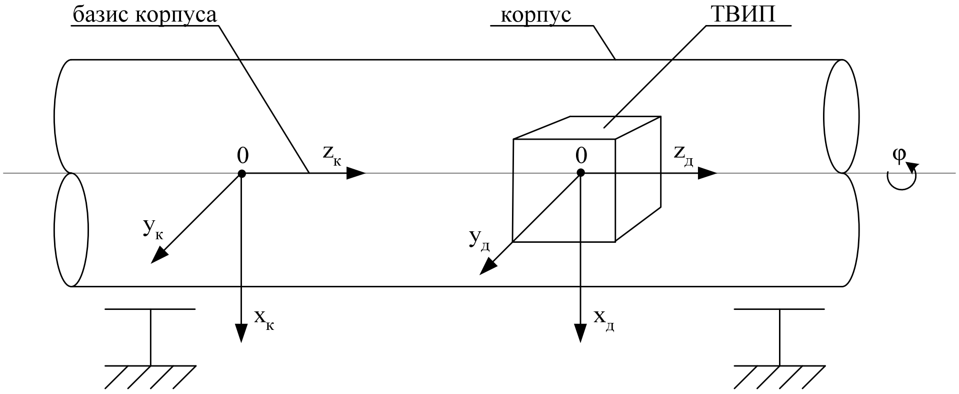


*Рис. 3.* Схема расположения корпуса прибора и позиционирования ТВИП

Для таких вращений по визирному углу φ без изменения пространственного положения корпуса прибора используются два главных критерия:

– $g_{zi} \to \mathrm{const}$;

– $\theta_{\text{выч}i} \to \mathrm{const}$.

Эти критерии являются первоначальными, обобщенными и используются на первом этапе варьирования.

Алгоритм первого этапа варьирования представлен на рис. 4.

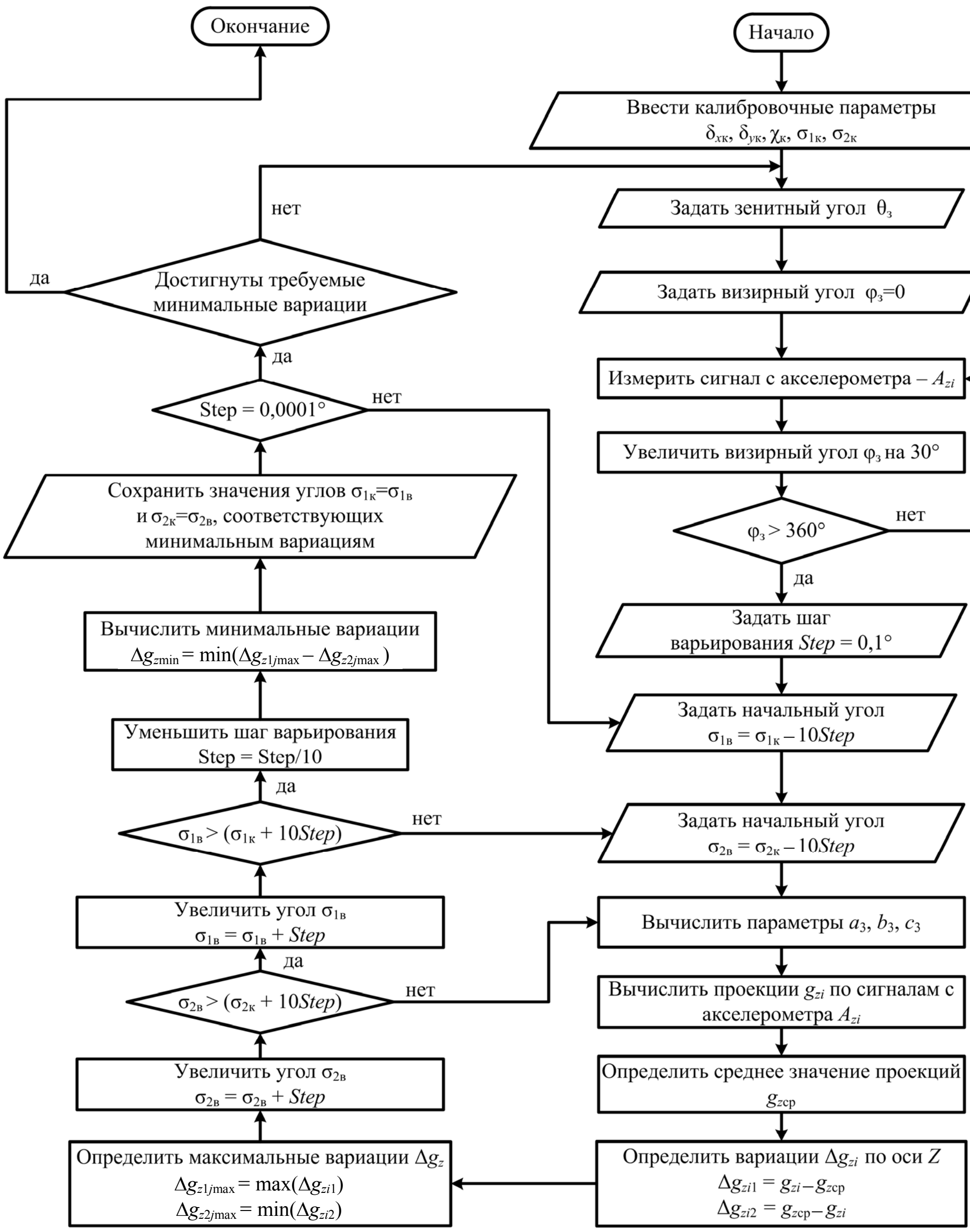


*Рис. 4.* Алгоритм первого этапа варьирования малых угловых параметров $\sigma_{1\text{к}}$ и $\sigma_{2\text{к}}$

На первом этапе варьирования задаются калибровочные значения малых угловых параметров $\sigma_{1\text{к}}$, $\sigma_{2\text{к}}$, которые нужно уточнить, используя значения сигналов с акселерометра $D_z$. Задается грубый шаг варьирования *Step*, например $0{,}1^0$. На первом шаге варьирования устанавливаются начальные значения параметров $\sigma_{1\text{в}} = \sigma_{1\text{к}} - 10Step$, $\sigma_{2\text{в}} = \sigma_{2\text{к}} - 10Step$. Параметр $10Step$ используется для полного перекрытия диапазона варьирования *MN* (рис. 2).

На данном этапе интерес представляют значения сигналов с акселерометра $G_z$ и вычисленные значения проекций $g_{zi}$. Эти значения формируют массив данных, из которого можно вычислить среднее значение $g_{zcp}$ и определить численные значения их вариаций при каждом значении угла φ и фиксированных значениях параметров $\sigma_{1\text{в}}$ и $\sigma_{2\text{в}}$:

$$\Delta g_{zi1} = g_{zi} - g_{z\text{ср}},$$

$$\Delta g_{zi2} = g_{z\text{ср}} - g_{zi},$$

где $\Delta g_{zi1}$ и $\Delta g_{zi2}$ – значения вариаций в положительной и отрицательной областях относительно $g_{z\text{ср}}$ соответственно.

Далее определяются максимальное и минимальное значения этих вариаций:

$$\Delta g_{z1j\max} = \max(\Delta g_{zi1}),\ \Delta g_{z2j\max} = \min(\Delta g_{zi2}).$$

Затем во вложенных циклах последовательно увеличиваются значения параметров $\sigma_{2в}$ и $\sigma_{1в}$, пока не будут достигнуты их конечные значения $\sigma_{2в} = \sigma_{2к}+10Step$ и $\sigma_{1в} = \sigma_{1к}+10Step$. По завершении варьирования вычисляются минимальные вариации:

$$\Delta g_{zmin} = \min(\Delta g_{z1j\max} - \Delta g_{z2j\max})$$

и сохраняются соответствующие им значения параметров $\sigma_{1к}=\sigma_{1в}$ и $\sigma_{2к}=\sigma_{2в}$.

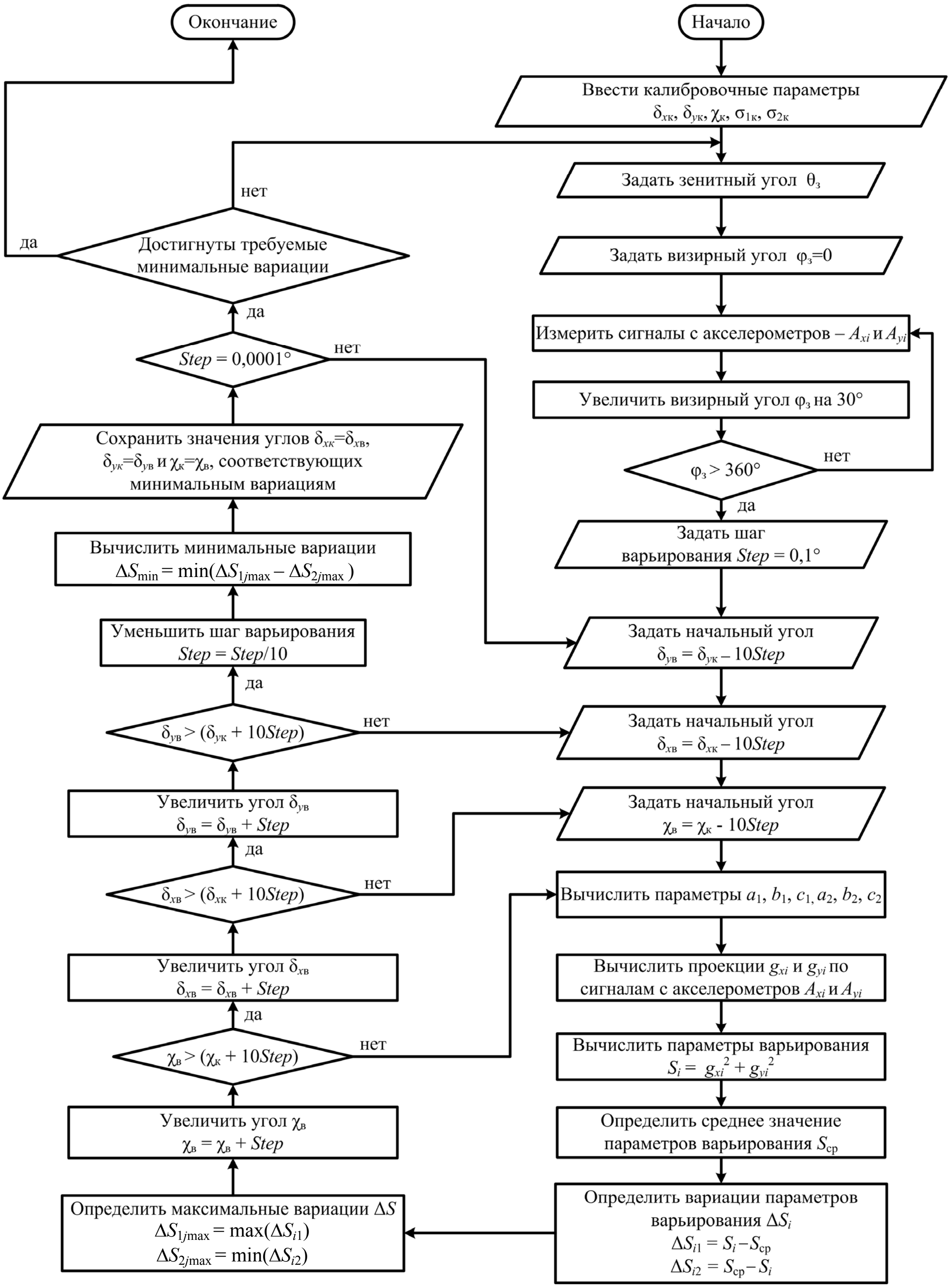


*Рис. 5.* Алгоритм второго этапа варьирования малых угловых параметров $\delta_{хк}$, $\delta_{ук}$, æ$_к$

При выполнении последующей итерации происходит уменьшение на порядок (диапазон *mn*) шага варьирования *Step* (рис. 2), начальным значениям присваиваются полученные значения малых угловых параметров, и проведение вышеописанных операций осуществляется заново. Таким образом, происходит последовательное уточнение калибровочных значений параметров $\sigma_{1к}$ и $\sigma_{2к}$, приближая их к истинным значениям. При этом после выполнения каждой итерации уменьшаются вариации $\Delta g_{z\min}$, и происходит последовательное приближение к выполнению главного критерия $g_{zi} \to \text{const}$.

При этом количество итераций определяется требованиями к точностным показателям аппаратуры и реально полученными значениями минимальных вариаций. На последнем этапе фиксируют оптимизированные численные значения малых и угловых параметров и записывают их в виде констант в выражения обобщенных математических моделей, используемых в общем алгоритме определения углов пространственной ориентации по результатам скважинных измерений.

На втором этапе варьирования задаются калибровочные значения малых угловых параметров $\delta_{xк}$, $\delta_{yк}$, $æ_к$, которые нужно уточнить, используя значения сигналов с акселерометра $D_x$ и $D_y$ (рис. 5). При этом значения параметров $\sigma_{1к}$ и $\sigma_{2к}$ принимаются уже уточненные на первом этапе. Задается грубый шаг варьирования *Step*, например 0,1°. На данном этапе интерес представляют значения сигналов с акселерометра $D_x$ и $D_y$ и вычисленные значения проекций $g_{xi}$ и $g_{yi}$. В соответствии с базовыми моделями получаем второй критерий для итерационного варьирования:

$$S = g_x^2 + g_y^2 = \mathrm{Sin}^2\theta \to \text{const}.$$

Процесс итерационного варьирования на втором этапе аналогичен первому этапу за исключением, что во вложенных циклах варьируются уже три параметра – $\delta_{xк}$, $\delta_{yк}$, $æ_к$.

Данный метод итерационного варьирования малых угловых параметров является автоматизированным и при соответствующем математическом и программном обеспечении не представляет каких-либо трудностей в его практической реализации.

Применение описанной выше методики уточнения констант дает неплохие результаты при экспериментальных исследованиях и метрологической аттестации вновь создаваемой аппаратуры, позволяет повысить в конечном итоге точность определения искомых углов не менее, чем на порядок, и успешно может быть использована в различных вариантах построения трехкомпонентных векторно-измерительных преобразователей с применением датчиков различной физической природы.

**Библиографические ссылки**

1. *Голдстейн Г.* Классическая механика. – М. : Наука, 1975. – 415 с.

2. *Миловзоров Г. В.* Анализ инструментальных погрешностей инклинометрических устройств. – Уфа : Гилем,1997. – 184 с.

3. *Миловзоров Г. В., Зигангиров Л. Р., Миловзоров Д. Г.* Векторно-матричный аппарат в моделировании трехкомпонентных инклинометрических систем // Датчики и системы. – 2011. – № 7. – С. 30–34.

* * *

*T. A. Redkina,* Senior Lecturer, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
*D. G. Milovzorov,* PhD in Engineering, Associate Professor, Ufa State Aviation Technical University
*R. R. Sadrutdinov,* Director General, OJSC “NPF “Geophysics”, Ufa
*E. S. Morozova,* Senior Lecturer, Ufa State Aviation Technical University

**Method of iterative variation of constants in three-component vector-measuring transducers**

*The paper considers three-component vector-measuring transducers and methods of algorithmic correction of their instrumental errors, defined by constants that characterize a particular spatial positioning of the transducers in the unit casing. The technique is offered for refining the numerical values of constants defined at calibration stages by their iterative variation according to scientifically based criteria.*

**Keywords:** vector-measuring transducers, iterative method

Получено: 05.11.14

УДК 62-503.56

*В. А. Тененев*, доктор физико-математических наук, профессор
*Е. В. Ветчанин*, кандидат физико-математических наук
*Л. Ф. Илалетдинов*, аспирант
Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

# АППРОКСИМАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ В ЖИДКОСТИ ТЕЛА С ВИНТОВОЙ СИММЕТРИЕЙ С ВНУТРЕННИМИ РОТОРАМИ

*Рассматривается задача управления пространственным движением устройства без внешних движителей из одной точки в другую в идеальной жидкости. Устройство представляет собой систему, состоящую из внешней жесткой оболочки, обладающей винтовой симметрией, и трех роторов, установленных внутри оболочки.*

**Ключевые слова:** идеальная жидкость, управление, инерциоидные роботы.