

УДК 621.833.6

Б. А. Якимович, доктор технических наук, профессор

ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

Ф. И. Плеханов, доктор технических наук, профессор

Глазовский инженерно-экономический институт (филиал) ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ  
ЗУБЧАТЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ ПЕРЕДАЧ

В статье приведены рациональные конструкции планетарных передач с внутренними зацеплениями колес и малой разницей чисел их зубьев. Рассмотрено влияние геометрических параметров внутреннего зацепления колес передачи на показатели ее прочности. Приведены результаты экспериментальных исследований этих механизмов.

**Ключевые слова:** планетарные передачи, конструкции, геометрия, прочность.

Зубчатые планетарные передачи широко распространены в машиностроении. Особенно целесообразно их использование в качестве редукторов ответственных тяжелонагруженных механических приводов в авиакосмической технике, транспортных и грузоподъемных машинах, мехатронных системах, где преобладающими требованиями при выборе типа передачи являются надежность, хорошие массогабаритные показатели, высокий коэффициент полезного действия (КПД) [1–3]. По сравнению с обычными (рядными) передачами планетарные обладают меньшей в 1,5–5 раз массой, высокой нагрузочной способностью, большим передаточным отношением в одной ступени [4].

Чаще всего на практике используются многопоточные (многосателлитные) планетарные передачи, содержащие солнечную шестерню, неподвижное центральное колесо, сателлиты и водило. Их передаточное отношение не превышает 11 в одной ступени, КПД – до 98 %. Для ликвидации избыточных связей и выравнивания нагрузки в зацеплениях колес солнечная шестерня обычно выполняется «плавающей» (на зубчатой подвеске), а сателлиты самоустанавливающимися (на сферических подшипниках). Причем для улучшения массогабаритных характеристик привода сателлиты располагаются в несколько рядов. В этом случае избавиться от избыточных связей и обеспечить равномерное распределение нагрузки в зацеплениях колес затруднительно. Однако при рациональном выборе конструкции передачи и ее параметров можно за счет податливости сопрягаемых элементов существенно снизить отрицательное влияние погрешностей изготовления и деформации отдельных звеньев механизма на его нагрузочную способность.

На рис. 1 представлена планетарная передача с «плавающей» солнечной шестерней и консольно расположенными в водиле, податливыми осями сателлитов, а на рис. 2 – график зависимости коэффициента неравномерности распределения нагрузки по венцам ее трехрядного сателлита  $K_w = q_{\max}/q_c$  от коэффициента погрешности изготовления передачи  $\Delta = 2\delta E \cos \alpha_w / q_c$  при разных значениях отношения толщины щеки водила  $b$  к диаметру оси сателлита  $d$

( $\bar{b} = b/d$ ). График построен на основании решения системы уравнений совместности перемещений податливых элементов передачи:

$$\left. \begin{aligned} F_{n1} &= \frac{q_1 l}{2 \cos \alpha_w} = b_w C_w (\varepsilon - \delta_i - y_{\phi 1} - \delta_{h1} - y_1 \cos \alpha_w), \\ F_{ni} &= \frac{q_i l}{2 \cos \alpha_w} = b_w C_w (\varepsilon - \delta_i - y_{\phi i} - \delta_{hi} - y_i \cos \alpha_w), \\ F_{nN} &= \frac{q_N l}{2 \cos \alpha_w} = b_w C_w (\varepsilon - \delta_N - y_{\phi N} - \delta_{hN} - y_N \cos \alpha_w), \\ \sum_{i=1}^N F_{ni} &= \frac{1}{2 \cos \alpha_w} \sum_{i=1}^N q_i = \frac{Nl}{2 \cos \alpha_w} q_c, \end{aligned} \right\} (1)$$

где  $F_{ni}$ ,  $q_i$  – нормальная сила в зацеплении колеса с  $i$ -м венцом сателлита и соответствующая ей погонная нагрузка, действующая на ось сателлита;  $q_c$  – средняя погонная нагрузка, действующая на ось сателлита при равномерном распределении нагрузки по потокам мощности;  $N$  – число рядов сателлитов, равное числу венцов сателлита;  $\alpha_w$  – угол зацепления (данная система уравнений соответствует равенству углов внутреннего и внешнего зацеплений колес);  $C_w$  – жесткость зацепления ( $C_w \cong 0,075 E$ ,  $E$  – модуль упругости первого рода [5]);  $\delta_i$  – начальное неприлегание зубьев (зазор) в зацеплениях  $i$ -го венца сателлита с колесами, обусловленное погрешностями окружного расположения осей и шага зубьев;  $\delta_{hi}$  – снижение начального неприлегания зубьев колес, вызванное деформацией обода сателлита и податливостью его опоры;  $\varepsilon = \text{const}$ ;  $b_w$  – ширина одного венца сателлита;  $y_{\phi i}$  – снижение величины деформации зубьев в зацеплениях  $i$ -го венца сателлита с колесом и шестерней, вызванное кручением солнечной шестерни;  $y_i$  – суммарное перемещение оси  $i$ -го венца сателлита в месте установки подшипника, вызванное ее деформацией и податливостью щеки водила;  $l$  – длина консоли оси.

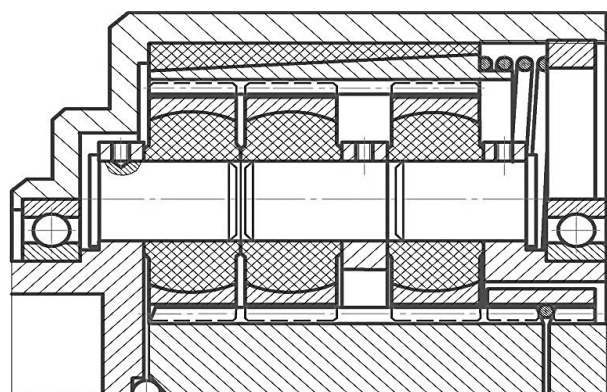


Рис. 1. Многорядная планетарная передача с консольными осями сателлитов

Входящие в уравнения (1) деформация кручения солнечной шестерни и прогиб консольной части оси сателлита определялись методами сопротивления материалов с использованием интегралов Мора, а податливость сопряжения ось сателлита – щека водила – из решения дифференциального уравнения оси, расположенной на упругом основании:

$$\frac{1}{C} \frac{d^2 w(z)}{dz^2} = \frac{d^2 y(z)}{dz^2} = \frac{M(z)}{IE} + 1,11 \frac{w(z)}{FG}.$$

Здесь  $C$  – контактная жесткость сопряжения, найденная экспериментальным путем ( $C \cong E/1,2$  [6]);  $I$  – осевой момент инерции сечения;  $F$  – площадь поперечного сечения оси;  $G$  – модуль упругости второго рода;  $w(z)$  – погонная нагрузка;  $y(z)$  – перемещение;  $M(z)$  – изгибающий момент.

Для оценки точности аналитического метода расчета податливости сопряжения ось – щека водила осуществлено исследование напряженно-деформированного состояния этих элементов передачи методом конечно-элементного анализа в среде Solid Works [7].

Рис. 2 соответствует наиболее неблагоприятному случаю, когда начальное неприлегание зубьев отсутствует у венца, расположенного со стороны подвода момента к шестерне ( $\delta_1 = y_{\phi 1} = 0$ ); водило передачи жесткое; отношение ширины венца солнечной шестерни к ее диаметру  $\bar{B} = 1,5$ ,  $N = 3$ ,  $b_w = d$ ,  $l = b_w$ ,  $\delta_{ni} = 50q_i/E$  (толщина обода сателлита менее трех модулей),  $\alpha_w = 20^\circ$ ,  $\delta_2 = \delta_3 = \delta$ .

Из графика видно, что при  $\bar{b} = b/d \leq 1$  неравномерность распределения нагрузки по венцам сателлита невелика даже при значительной погрешности изготовления передачи, что следует учитывать при проектировании планетарных механизмов подобного типа.

Указанным методом может быть найден и коэффициент неравномерности распределения нагрузки по сателлитам при  $N > 3$  или отсутствии самоустанавливающихся звеньев.

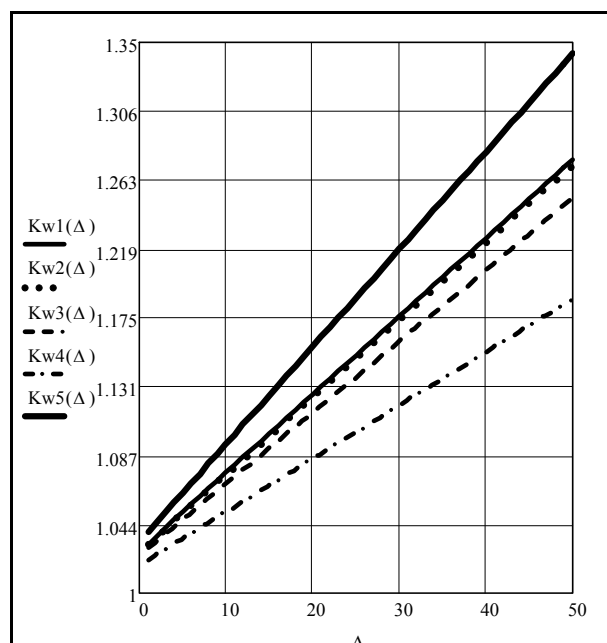


Рис. 2. График зависимости коэффициента неравномерности распределения нагрузки по венцам сателлита от величины относительного начального неприлегания зубьев при податливых опорах и ободьях сателлита: 1 –  $\bar{b} = 2$ ; 2 –  $\bar{b} = 1,5$ ; 3 –  $\bar{b} = 1$ ; 4 –  $\bar{b} = 0,6$ ; 5 – жесткие оси

Для снижения неравномерности распределения нагрузки в зацеплениях колес, вызванной кручением солнечной шестерни, предлагается конструкция с трехрядным расположением сателлитов, в которой двухпорная ось сателлита имеет консольный участок со стороны подвода момента к солнечной шестерне, а размеры ее подбираются так, что деформация кручения шестерни соответствует изгибу этого участка оси (рис. 3).

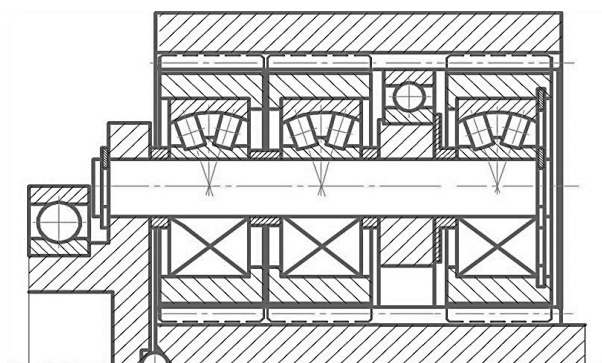


Рис. 3. Планетарная передача с ограниченным радиальным размером и выравниванием нагрузки в зацеплениях колес методом взаимной компенсации деформаций

Для реализации большого передаточного отношения используются двухступенчатые или многоступенчатые конструкции указанных передач. Однако это усложняет механизм, снижает уровень его технологичности. А предлагаемые иностранными и отечественными производителями планетарно-цевочные передачи с большим передаточным отношением в одной ступени имеют сравнительно низкий коэффи-

коэффициент полезного действия из-за наличия трения скольжения в сопряжении сателлит – цевка [8].

Разработанные в ФГБОУ ВПО «ИжГТУ имени М. Т. Калашникова» зубчато-роликовые планетарные передачи лишены указанных недостатков. Они содержат центральное колесо с внутренними зубьями, два-три сателлита, ведущий эксцентриковый вал и роликовый механизм снятия движения с сателлитов. При малой разнице чисел зубьев сателлита и центрального колеса ( $\Delta z = 1-3$ ) в каждом зацеплении одновременно находится до 5 пар зубьев, что обеспечивает высокую их нагрузочную способность. Передаточное отношение одноступенчатого планетар-

ного механизма  $i = 30 \dots 140$ , коэффициент полезного действия  $\eta = 90 \dots 95 \%$  (что превышает КПД волновых передач с аналогичной нагрузочной способностью примерно на 10–15 %). При наличии дополнительной ступени обеспечивается передаточное отношение до 1000. На рис. 4 представлена двухсателлитная конструкция зубчато-роликовой планетарной передачи, а на рис. 5 – трехсателлитная с симметричной схемой нагружения колес, что позволяет уравновесить возникающие центробежные силы и улучшить виброакустические характеристики привода [9–11].

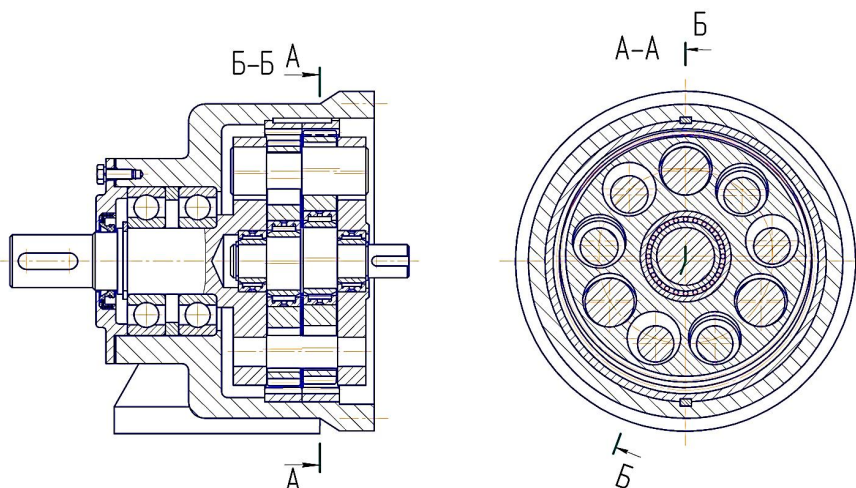


Рис. 4. Зубчато-роликовая планетарная передача с малой разницей чисел зубьев колес

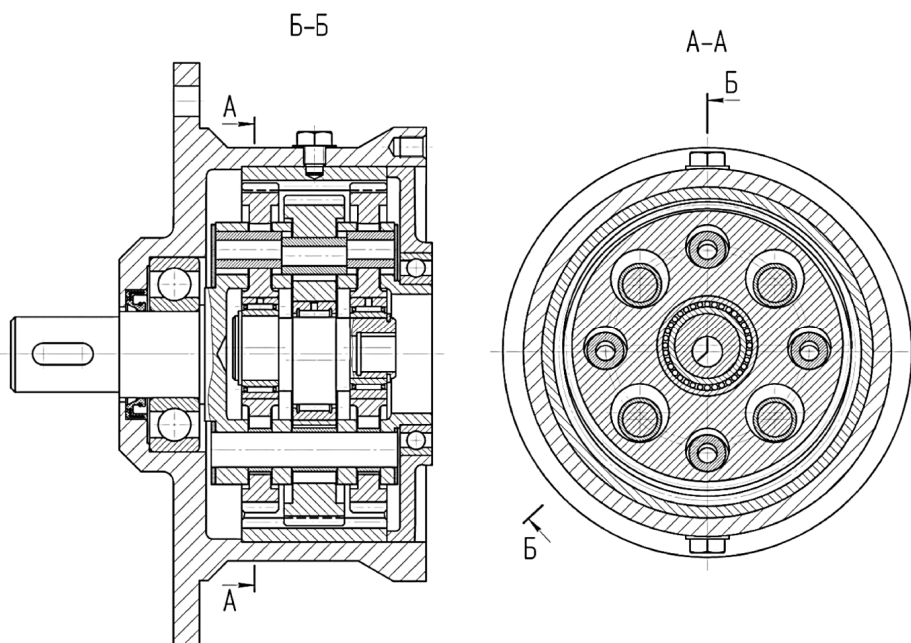


Рис. 5. Зубчато-роликовая планетарная передача с симметричной схемой нагружения колес

В зацеплении колес с небольшим значением  $\Delta z$  зазоры между зубьями малы, при приложении к выходному валу момента они деформируются, зазоры выбираются, и нагрузку несут одновременно несколько пар зубьев.

Составляющие нагрузки в зацеплении определим с учетом начальной величины зазоров  $\Delta_i$ ,  $\Delta_j$  между зубьями (рис. 6) из решения системы уравнений их деформации и уравнения статики, позволяющих установить число пар зубьев, несущих нагрузку, ее

распределение и определить нагрузочную способность передачи:

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= f(\sigma_p), \\ \omega_{i=1} &= \omega_0 - C\Delta_{i=1}, \\ \omega_{j=1} &= \omega_0 - C\Delta_{j=1}, \\ &\dots\dots\dots \\ \omega_{i=n} &= \omega_0 - C\Delta_{i=n}, \\ \omega_{i=k} &= \omega_0 - C\Delta_{i=k}, \\ n_w \left( \omega_0 + \sum_{i=1}^n \omega_i + \sum_{j=1}^k \omega_j \right) &= \frac{2T}{b_w d_{bg}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь  $\omega_0$  – нормальная погонная нагрузка в наиболее нагруженной паре зубьев, определяемая из расчета на изгибную прочность  $\omega_0 = \sigma_p m / (Y_F K_{F\Sigma} \cos \alpha)$ ;  $\omega_i$  – нормальная погонная нагрузка в  $i$ -й паре зубьев справа от наиболее нагруженной пары;  $\omega_j$  – нормальная погонная нагрузка в  $j$ -й паре зубьев слева от наиболее нагруженной пары;  $b_w$  – ширина венца сателлита;  $C$  – жесткость зацепления;  $\sigma_p$  – допустимое напряжение изгиба, определяемое по известным формулам расчета на прочность;  $Y_F$  – коэффициент формы зуба;  $\alpha$  – угол профиля исходного контура;  $K_{F\Sigma}$  – коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку, неравномерность распределения нагрузки по сателлитам и длине зуба и другие факторы, влияющие на прочность;  $m$  – модуль зацепления;  $d_{bg}$  – диаметр основной окружности сателлита;  $T$  – допустимый момент на выходном валу передачи;  $n_w$  – число сателлитов.

Входящие в уравнения (2) зазоры между парами зубьев выражаются из уравнений геометрического синтеза через модуль зацепления в соответствии с рис. 6 и с учетом фазы зацепления наиболее нагруженного зуба.

Таким образом, допустимый момент на выходном валу передачи, выраженный через объем зубчатых колес  $V$ :

$$T = VE \frac{\left( \bar{\omega}_0 + \sum_{i=1}^n \bar{\omega}_i + \sum_{j=1}^k \bar{\omega}_j \right) z_g \cos \alpha}{0,5\pi(z_g + \Delta z)^2}, \quad (3)$$

где  $z_g$  – число зубьев сателлита;  $V = 0,25\pi b_w n_w d_b^2$ ;  $d_b$  – диаметр делительной окружности неподвижного центрального колеса;  $\bar{\omega}_0, \bar{\omega}_i, \bar{\omega}_j$  – нормальная погонная нагрузка в парах зубьев, отнесенная к  $mE$ .

На рис. 7 приведен график зависимости относительного момента  $T^* = T \cdot 10^6 / VE$  от  $z_g$  и разницы чисел зубьев колес  $\Delta z$ , построенный для передачи, рассчитанной на длительный срок службы при реверсивной нагрузке;  $K_{F\Sigma} = 2$ ;  $n_w = 2$ ; материал сателлита – легированная сталь, подверженная объем-

ной закалке с применением средств против обезуглероживания, твердость поверхностей зубьев 45...55 HRC. Угол зацепления  $\alpha_w$  и глубина захода зубьев принимались из условий отсутствия интерференции их профилей и обеспечения торцового коэффициента перекрытия  $\varepsilon = 1,05 : 40^\circ \leq \alpha_w \leq 50^\circ$  (меньшее значение для  $\Delta z = 4$ , большее для  $\Delta z = 2$ ) [12].

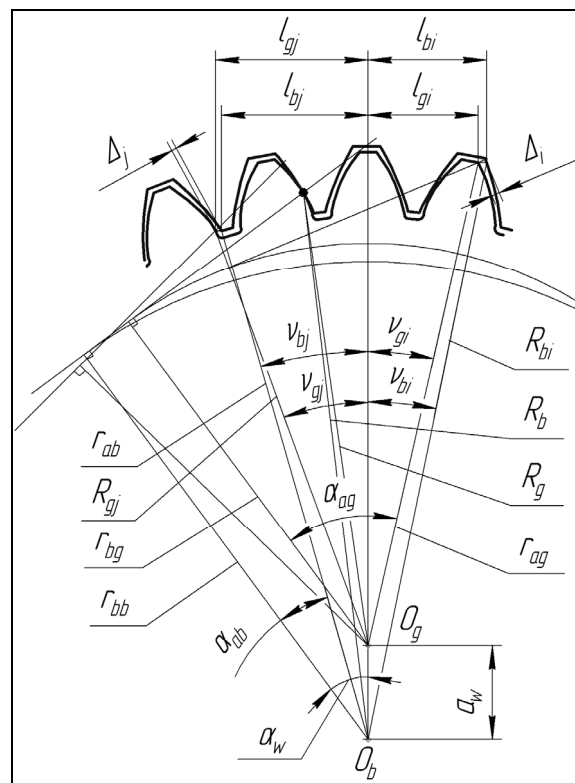


Рис. 6. Геометрические параметры внутреннего эвольвентного зацепления колес

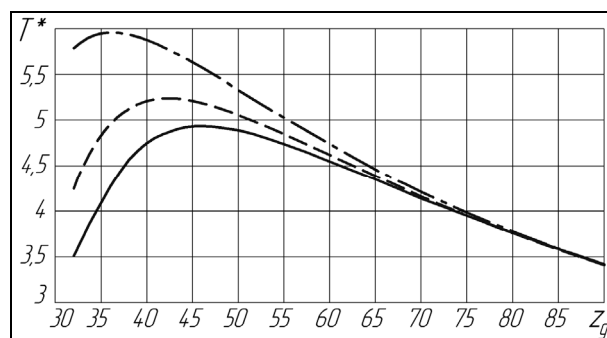


Рис. 7. Зависимость относительного вращающего момента на тихоходном валу передачи от числа зубьев сателлита: —  $\Delta z = 4$ ; - - -  $\Delta z = 3$ ; - · - · -  $\Delta z = 2$

Из выполненных по выражениям (2), (3) расчетов и построенного по ним графика следует, что с уменьшением  $\Delta z$  снижаются зазоры в зацеплении колес и растет нагрузочная способность передачи. Увеличение допустимой погонной нагрузки на 30% ведет к увеличению нагрузочной способности передачи на 40...55%, что связано с перераспределением сил в многопарном зацеплении. При одинаковых

модулях зацеплений и одном и том же значении  $\Delta z$  число пар зубьев, несущих нагрузку, в передаче с большим числом зубьев больше (рис. 8).

Опытные образцы предложенных конструкций планетарных передач с передаточными отношениями 30 и 50 были подвержены испытаниям на прочность и КПД на специальной экспериментальной установке

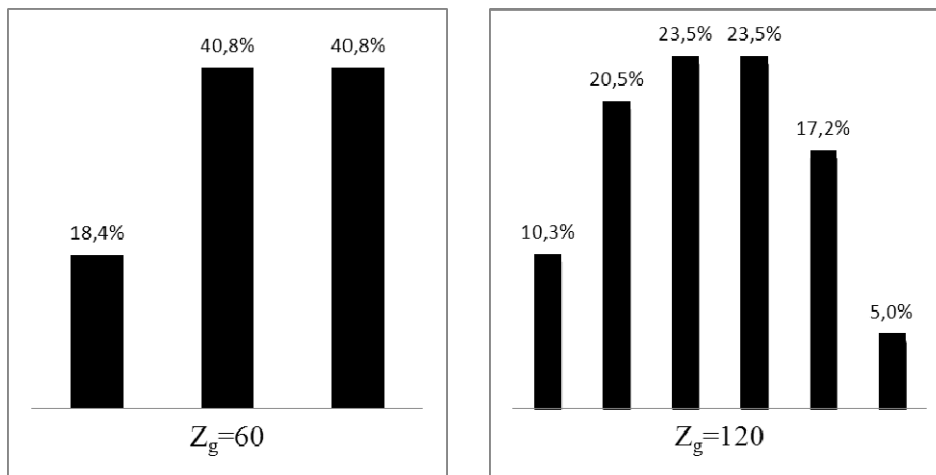


Рис. 8. Диаграммы распределения нагрузки между парами зубьев колес внутреннего зацепления при  $\Delta z = 1$

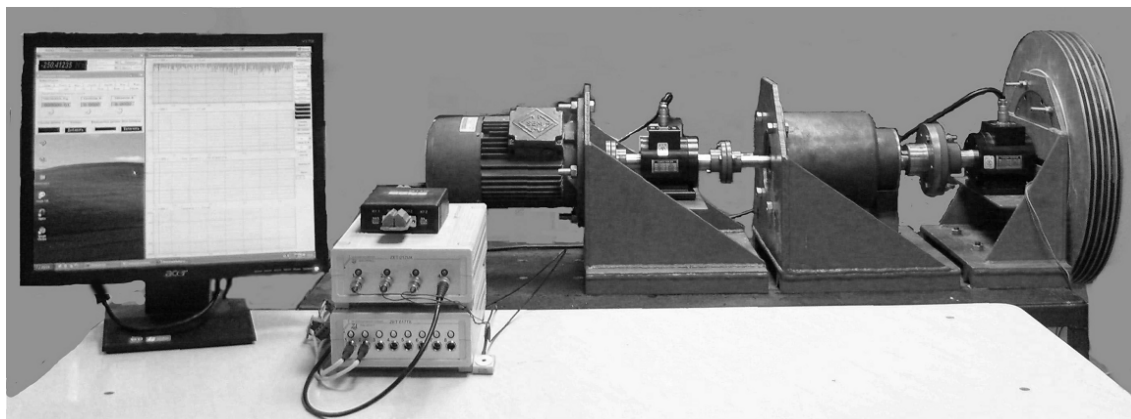


Рис. 9. Стенд для испытания соосных зубчатых передач



Рис. 10. Блок сателлитов экспериментального образца зубчато-роликовой планетарной передачи

Выполненное исследование позволяет осуществить выбор рациональной конструкции зубчатой планетарной передачи, оценить ее несущую способ-

(рис. 9, 10). Результаты их подтвердили эффективность указанных механизмов: нагрузочная способность соответствует расчетным ее значениям, КПД передачи с внутренними зацеплениями колес при номинальной нагрузке равен 93–95 % и близок к КПД двухступенчатой многосателлитной планетарной передачи.

ность, подобрать параметры и необходимое для реализации требуемого передаточного отношения число зубьев колес, рационально спроектировать планетарный механизм.

#### Библиографические ссылки

1. Тимофеев Г. А., Самойлова М. В. Геометрико-кинematicкое исследование комбинированного планетарно-волнового механизма // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Машиностроение. – 2012. – № 1. – С. 70–80.
2. Кудрявцев В. Н., Курдяшев Ю. Н. Планетарные передачи : справочник. – М. : Машиностроение, 1977. – 535 с.
3. Kahratan A., Ligata H. and Singh A. Influence of ring gear rim thickness on planetary gear set behavior // J. Mechanical Design, vol. 132, p. 021002, 2010.
4. Кудрявцев В. Н., Курдяшев Ю. Н. Планетарные передачи : справочник. М., 1977.
5. Там же.

6. Плеханов Ф. И., Овсянников А. В. Исследование распределения нагрузки по длине ролика зубчато-роликковой планетарной передачи // Вестник машиностроения. – 2011. – № 3. – С. 12–14.

7. Parker G. R., Agashe V., Vijayakar M. S. (2000). Dynamic response of a planetary gear system using a finite element / contact mechanics model. *Transactions of the ASME*, vol. 122, p. 304–310, DOI:10.1115/1.1286189.

8. Иванов А. С., Ермолаев М. М., Крикунов Д. Э., Мирошник А. А., Руднев С. К., Чиркин А. В. Конструктивные исполнения планетарно-цевочных редукторов для высокоточных следящих приводов // Вестник машиностроения. – 2013. – № 3. – С. 9–11.

9. Lin J., Parker G. R. (2001). Natural frequency veering in planetary gears. *Mechanics of Structures and Machines*, vol. 29, no. 4, p. 411–429, DOI:10.1081/SME 100107620.

10. Lin J., Parker G. R. (2002). Planetary gear parametric instability caused by mesh stiffness variation. *Journal of Sound and vibration*, vol. 249, no. 1, p. 38–48, DOI:10.1006/jsvi.2001.3848.

11. Singh A. Epicyclic load sharing map – development and validation // *Mechanism and Machine Theory*, p. 632–646, 2011.

12. Плеханов Ф. И. Влияние геометрии зацепления колес планетарной передачи типа К-Н-V на показатели ее прочности // Вестник машиностроения. – 2013. – № 3. – С. 16–20.

\* \* \*

*B. A. Yakimovich*, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov ISTU

*F. I. Plekhanov*, DSc in Engineering, Professor, Glazov Engineering and Economical Institute (branch) of Kalashnikov ISTU

#### **Specifics of planetary gear rational design**

*The article shows examples of rational design of planetary gears with internal gearing and small tooth number difference. Influence of geometrical parameters on indicators of gear strength is considered. Some results of experimental studies of these mechanisms are presented as well.*

**Key words:** planetary transmissions, design, geometry, strength.

Получено: 23.01.15