

УДК 519.676

Н. А. Неклюдова, аспирант  
Удмуртский государственный университет

ФУНКЦИЯ ВОЛАТИЛЬНОСТИ: ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

В работе рассматривается задача прогнозирования функции волатильности. Данная задача сводится к определению неизвестных параметров функции, для нахождения которых используется метод генетических алгоритмов. Предложенный метод используется для прогнозирования волатильности опциона на фьючерс на индекс РТС.

**Ключевые слова:** срочный рынок, опцион, волатильность, модель Блэка – Шоулза, функция волатильности, генетический алгоритм.

Для совершения успешной торговли опционами на срочном рынке необходимо учитывать факторы, влияющие на рынок в целом. Наиболее значимым показателем является волатильность. Однако при построении сложных рыночных стратегий точечного значения волатильности недостаточно. В этом случае используют функцию волатильности, имеющую следующий вид [1]:

$$f(A, B, C, D, E, S, \sigma) = A + B \cdot (1 - \exp(-C \cdot y^2)) + \frac{D \cdot \arctg(E \cdot y)}{E}; \quad (1)$$

$$y = x - S; \quad (2)$$

$$x = \frac{\ln\left(\frac{X}{F(t)}\right)}{\sqrt{T}}, \quad (3)$$

где  $\sigma$  – волатильность, выраженная в процентах от цены фьючерсного контракта, являющегося базовым активом опциона;  $X$  – страйк опциона;  $F(t)$  – цена фьючерсного контракта, являющегося базовым активом опциона, в текущий момент времени  $t$ ;  $T$  – время от текущего момента  $t$  до даты последнего дня заключения опциона (в долях года);  $A, B, C, D, E, S$  – коэффициенты функции.

Параметры  $A, B, C, D, E, S$  устанавливаются таким образом, чтобы для каждого страйка опциона значение кривой волатильности для данного страйка было выше подразумеваемой волатильности лучшей заявки на покупку и одновременно ниже подразумеваемой волатильности лучшей заявки на продажу по опциону с данным страйком.

В работе рассматривается функция волатильности опционов на фьючерс на индекс РТС. Задача сводится к нахождению неизвестных параметров  $A, B, C, D, E, S$ . Однако для решения этой задачи необходимо также найти значения подразумеваемой волатильности, входящие в функцию в виде одного из параметров.

Итак, на основе имеющихся статистических данных, во-первых, рассчитывается подразумеваемая волатильность из модели Блэка – Шоулза. Во-вторых, находят коэффициенты функции волатильности –  $A, B, C, D, E, S$ . В-третьих, производится

оценка состоятельности найденной функции и прогнозирование. Функции и выражения, рассматриваемые в данной работе, имеют сложный вид и неразрешимы алгебраически напрямую, поэтому для решения поставленных задач используются численные методы.

Модель Блэка – Шоулза ценообразования опционов предполагает, что рыночная стоимость базового актива в момент времени исполнения ( $S_t$ ) имеет логнормальное распределение и премия по колл опциону равна [2]:

$$C = S_t \cdot \Phi(d_1) - X \cdot e^{-rT} \cdot \Phi(d_2), \quad (4)$$

где  $\Phi(x)$  – функция Лапласа:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt; \quad (5)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X \cdot e^{-rT}}\right) + \frac{\sigma^2}{2} \cdot T}{\sigma \sqrt{T}}; \quad (6)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}. \quad (7)$$

Первый этап поставленной задачи сводится к численному решению нелинейного алгебраического уравнения (4), где  $\sigma$  – искомая переменная. Существует ряд итерационных методов, позволяющих выполнить данные вычисления. Для нахождения значения интеграла (5) использовался классический метод Симпсона. Далее с применением метода дихотомии решаем обратную задачу нахождения  $\sigma$ .

На втором этапе подбираем значение параметров функции волатильности. Для этого следует задать целевую функцию:

$$F(x) = \sum_{i,j=1}^n \left[ (\sigma_{ij} - f(A, B, C, D, E, S, \sigma)) \right]^2 \rightarrow \min, \quad (8)$$

где  $\sigma_{ij}$  – статистические значения волатильности.

Функция (8) является многоэкстремальной, поэтому применение как прямых, так и градиентных методов не приведет к правильному результату. Поскольку при получении решения без дополнительных исследований поведения целевой функции нель-

зя однозначно установить, к какому экстремуму оно сошло. Более того, результат применения классических методов оптимизации напрямую зависит от имеющегося начального допустимого приближения. Однако применение генетических алгоритмов решает эти проблемы [3].

В качестве статистических данных в данной работе были рассмотрены рыночные значения спроса и предложения опционов, меняющиеся каждые пять минут в течение одного рабочего дня биржи. Таким образом рассматривался массив данных, состоящий из значений лучшей цены на продажу и на покупку колл и пут опционов с различными страйками. Страйки менялись с 120000 до 170000 пунктов.

На рис. 1 точками изображены значения волатильности, которые были подобраны нами на первом этапе анализа волатильности, а также данные волатильности, предоставляемые биржей.

Значения волатильности, подобранные нами и представленные биржей, в целом, отличаются незна-

чительно. Наибольшее из выявленных различий составляет 2,3 %.

На этапе подбора коэффициентов функции построенная модель оставляет возможность указывать объем статистических данных, отводимых на обучение системы. Оставшаяся часть данных используется как контрольная – для оценки качества подбора параметров и прогнозирования. При условии, что на обучение системы взято 90 % генеральной совокупности данных, были получены следующие коэффициенты:  $A = 0,43$ ;  $B = 2,99$ ;  $C = 0,04$ ;  $D = 0,01$ ;  $E = 0,45$ ;  $S = 0,57$ . Далее приводится пример построения прогноза с использованием коэффициентов, полученных при обучении 0,9 части первоначальных данных. На рис. 2 изображен график спрогнозированной функции волатильности, а также маркерами отмечены волатильности – биржевые и подобранные с использованием построенной модели.

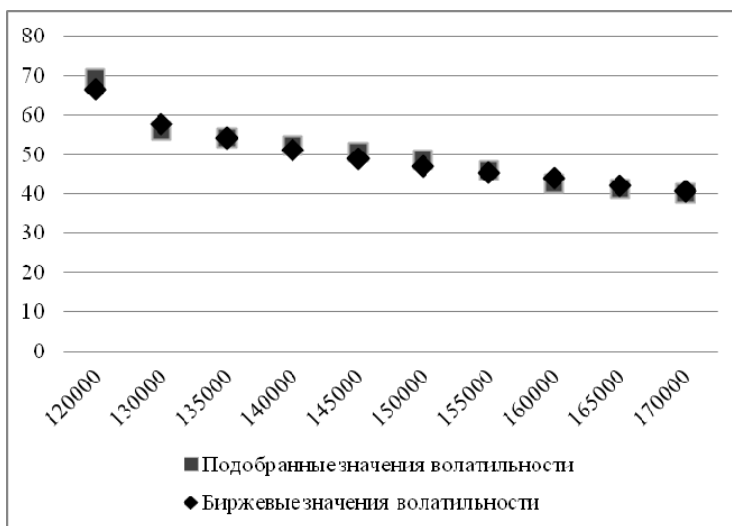


Рис. 1. Значения волатильности

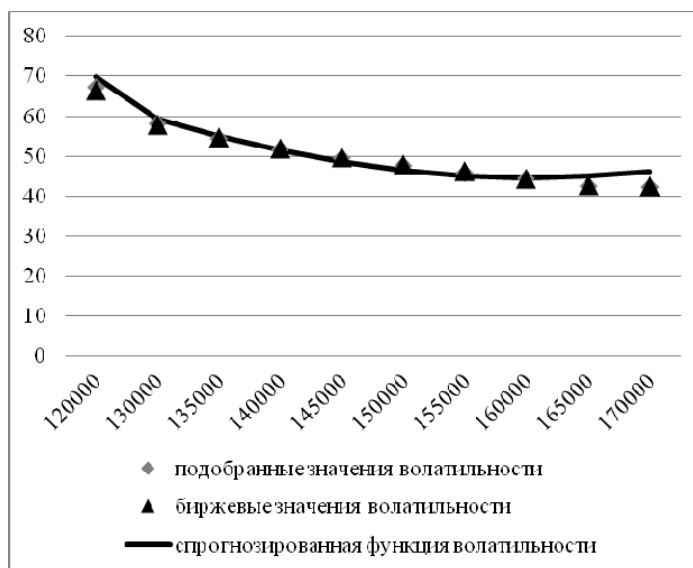


Рис. 2. Прогнозирование функции волатильности

Наибольшее отклонение спрогнозированной функции волатильности наблюдается на крайних страйках в 120 000 и 170 000 руб. Это связано с низкой ликвидностью финансовых активов такого типа и, как следствие, большим разбросом рыночных цен, что затрудняет построение математической модели и увеличивает ошибку при малых и больших страйках. Действительно, разница между спрогнозированной функцией и биржевыми значениями волатильности на маленьких и больших страйках не превышает 4 %, на средних страйках – 1,5 %, что считается допустимым уровнем ошибки.

Результаты данной научной работы могут применяться компаниями – профессиональными участниками фондового рынка, в частности, отделами риск-менеджмента брокерских домов для оценки рисков

собственных опционных позиций и позиций клиентов. Также модель оценки функции волатильности будет полезна опционным трейдерам, использующим сложные торговые стратегии (например, слабые гамма-положительные стратегии с динамическим рехеджированием).

#### Библиографические ссылки

1. *Тенев В. А.* Генетические алгоритмы в моделировании систем. – Ижевск : Изд-во ИЖГТУ, 2010. – 306 с.
2. Рынок FORTS – торговля фьючерсами и опционами [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – URL: <http://rts.micex.ru/s96> (дата обращения: 19.03.2014).
3. *Ширяев А. Н.* Основы стохастической финансовой математики : в 2 т. – М. : ФАЗИС, 1998. – 1056 с.

\* \* \*

*Neklyudova N. A.*, Post-graduate, Udmurt State University

#### Volatility Function: Parameters Estimation and Forecasting

*This paper presents a method of volatility function forecasting. The problem of forecasting is reduced to finding parameters of volatility function using genetic algorithms. A method proposed is then applied to forecast volatility of RTS index futures option.*

**Keywords:** derivatives market, option, volatility, Black–Scholes option pricing model, volatility function, genetic algorithm.

Получено: 08.06.15