УДК 621.833.2(31)

В. Н. Сызранцев, доктор технических наук, профессор
К. В. Сызранцева, кандидат технических наук, доцент
А. А. Пазяк, аспирант
Тюменский государственный нефтегазовый университет

РАСЧЕТ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛУОБКАТНОЙ ПРЯМОЗУБОЙ ПЛОСКОКОНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ

В настоящей работе рассматривается полуобкатная прямозубая плосконическая передача, изготовление зубьев колес которой значительно упрощается в сравнении с обкатными передачами. Вследствие многопарности зацепления зубьев она является конкурентоспособной при создании высоконагруженных приводов, условия эксплуатации которых характеризуются невысокими угловыми скоростями и кратковременным режимом работы.

Ключевые слова: соосный редуктор, полуобкатная плосконическая передача, прямые зубья.

Разработанные на основе плосконической прецессирующей передачи соосные редукторы [1, 2] позволяют создавать компактные приводы нефтегазового оборудования [3, 4], имеющие высокий КПД (порядка 0,9), малый страгивающий момент, что важно для работы приводов в суровых условиях эксплуатации, широкий диапазон (от 10 до 65 и выше) передаточных чисел. К настоящему времени наиболее полно исследованы плосконические передачи с двояковыпукловогнутыми по длине зубьями [3, 4], технологические процессы нарезания которых не только весьма трудоемки, но и крайне сложны – требуют четыре переналадки зуборезного станка, поскольку каждая из сторон зуба шестерни и зуба колеса нарезаются отдельно. В настоящей работе рассматривается полуобкатная прямозубая плосконическая передача, изготовление зубьев колес которой значительно упрощается. Несмотря на отсутствие локализации контакта в исследуемой передаче, вследствие многопарности зацепления зубьев, она является конкурентоспособной при создании высоконагруженных приводов, условия эксплуатации которых характеризуются невысокими угловыми скоростями и кратковременным режимом работы.

На рис. 1 показана схема передачи. Нарезание впадины зуба колеса передачи осуществляется инструментом с прямолинейной режущей кромкой. Колесо в процессе обработки остается неподвижным. Перед нарезанием каждой следующей впадины зуба колесо поворачивается на угол, кратный угловому шагу зуба, то есть реализуется метод единичного деления. В качестве инструмента могут использоваться резцы (нарезание без обкатки на зубострогальном станке), пальцевые либо дисковые фрезы (нарезание на фрезерном станке с поворотным столом).

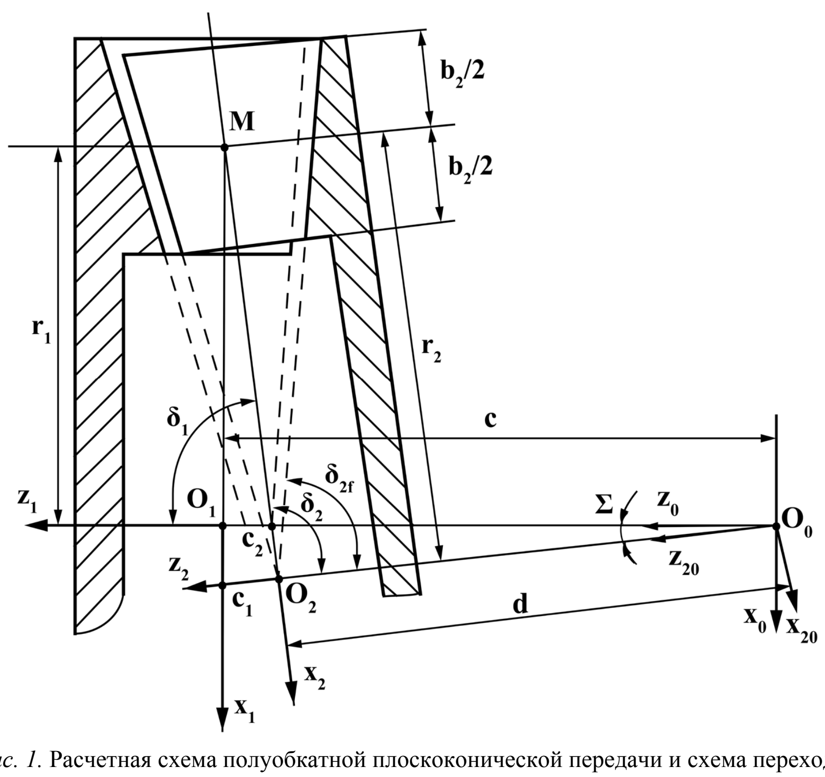

Рис. 1. Расчетная схема полуобкатной плосконической передачи и схема перехода от системы координат S_2 к системе S_1

Из описанного способа нарезания следует, что боковая поверхность зуба колеса представляет собой плоскость. Делительная поверхность зуба колеса представляет собой плоскость, проходящую через расчетную точку зуба *M*, параллельную плоскости $x_2O_2y_2$ (перпендикулярно оси z_2). Система координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$ жестко связана с колесом. Боковая поверхность зуба колеса в системе координат $S_p(x_p, y_p, z_p)$, ось y_p которой направлена по нормали к поверхности зуба, представляет собой плоскость, в этой системе координат ее уравнение имеет вид:

$$x_p = u\,;\; y_p = 0\,;\; z_p = h\,, \tag{1}$$

где u – линейная координата по длине зуба; h – линейная координата по профилю зуба колеса.

Представим радиус-вектор $\overline{r_p}$ поверхности зуба колеса (плоскости) в системе координат $S_p(x_p, y_p, z_p)$ в виде матрицы строки $\tilde{r}_p = \|x_p; y_p; z_p; 1\|$, элементами которой являются координаты x_p, y_p, z_p, а радиус-вектор поверхности зуба колеса $\overline{r_2}$ в системе $S_2(x_2, y_2, z_2)$ – в виде матрицы строки $\tilde{r}_2 = \|x_2; y_2; z_2; 1\|$, элементы которой представлены координатами x_2, y_2, z_2. Тогда поверхность зуба колеса в системе $S_2(x_2, y_2, z_2)$ описывается зависимостью:

$$\tilde{r}_2 = \tilde{A}_{2p} \cdot \tilde{r}_p\,, \tag{2}$$

где $\tilde{A}_{2p}$ – матрица четвертого порядка [5, 6], определяющая переход от системы координат S_p к системе координат S_2.

Раскрывая выражение (2), получим:

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= u \cdot \cos\theta_{f2} - h \cdot \sin\theta_{f2} \cdot \cos\alpha_n - r_2, \\ y_2 &= -h \cdot \sin\alpha_n + t, \\ z_2 &= u \cdot \sin\theta_{f2} + h \cdot \cos\theta_{f2} \cdot \cos\alpha_n, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где θ_{f2} – угол ножки зуба колеса; α_n – угол профиля; r_2 – среднее конусное расстояние колеса; t – половина толщины зуба колеса.

В исследуемой полуобкатной плоскоконической передаче поверхность зуба шестерни является огибающей в однопараметрическом движении поверхности зуба колеса. В качестве производящей поверхности выступает боковая поверхность прямого зуба колеса (плоскость). Обратимся к рис. 1, на котором показана система координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$, жестко связанная с колесом, и система координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, жестко связанная с шестерней в процессе формообразования поверхности зуба шестерни.

При нарезании зубьев за счет кинематики станка при повороте зуба колеса вокруг своей оси на угол φ_2 заготовка шестерни поворачивается вокруг своей оси на угол φ_1, связанный с углом φ_2 зависимостью:

$$\varphi_1 = \varphi_2 \cdot i\,,\;\; i = z_2^* / z_1^*\,, \tag{4}$$

где i – передаточное отношение цепи обката станка; z_2^* – число зубьев колеса; z_1^* – число зубьев шестерни.

Координаты текущей точки поверхности зуба колеса (1) определяются двумя независимыми параметрами: u и h, то есть $\tilde{r}_2 = \tilde{r}_2(u, h)$. В силу отмеченного выше движения обкатки при формообразовании поверхности зуба шестерни матрица относительного движения $\tilde{A}_{12}$ является функцией параметра φ_1: $\tilde{A}_{12} = \tilde{A}_{12}(\varphi_1)$. Радиус-вектор $\overline{r_1}$ поверхности зуба шестерни в системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ (рис. 1) в матричной форме представляется выражением:

$$\tilde{r}_1 = \tilde{A}_{12} \cdot \tilde{r}_2\,, \tag{5}$$

где $\tilde{r}_1 = \|x_1, y_1, z_1, 1\|$ – матрица-строка, составленная из проекций координат радиуса-вектора $\overline{r_1}$ поверхности зуба шестерни.

Раскрывая (5), получим:

$$\tilde{r}_1(u, h, \varphi_1) = \tilde{A}_{12}(\varphi_1)\tilde{r}_2(u, h)\,. \tag{6}$$

Поскольку поверхность может иметь лишь два независимых параметра, для математического описания поверхности зуба шестерни необходимо установить дополнительную связь между параметрами φ_1, u и h. В теории зубчатых зацеплений [5] эта связь называется уравнением зацепления:

$$f(u, h, \varphi_1) = 0\,. \tag{7}$$

Если уравнение зацепления известно, то поверхность зуба шестерни, как огибающая семейства поверхности зуба колеса, описывается следующим образом [5, 6]:

$$\tilde{r}_1(u, h, \varphi_1) = \tilde{A}_{12}(\varphi_1)\tilde{r}_2(u, h)\,;\;\; f(u, h, \varphi_1) = 0\,. \tag{8}$$

Для определения уравнения зацепления в настоящей статье использован метод, предложенный в работе [6]. В результате зависимости, определяющие поверхность зуба шестерни, получены в виде:

$$\begin{gathered} x_1 = A_1 \cdot \cos\varphi_1 + B_1 \cdot \sin\varphi_1\,; \\ y_1 = -A_1 \cdot \sin\varphi_1 + B_1 \cdot \cos\varphi_1\,; \\ z_1 = \sin\Sigma \cdot (f_3 \cdot \sin\varphi_2 - f_1 \cdot \cos\varphi_2) + \cos\Sigma \cdot (f_2 + d) - c\,; \\ \varphi_2 = \arcsin\left[-C_\varphi \left(\sqrt{A_\varphi^2 + B_\varphi^2}\right)^{-1}\right] - \xi, \end{gathered} \tag{9}$$

где r_1 – среднее конусное расстояние шестерни; Σ – межосевой угол в передаче, последним записано уравнение зацепления (7) и введены обозначения:

$$f_1 = u\cdot\cos\theta_{f2} - h\cdot\sin\theta_{f2}\cdot\cos\alpha - r_2\,;$$

$$f_2 = u\cdot\sin\theta_{f2} + h\cdot\cos\theta_{f2}\cos\alpha\,;\ \ f_3 = t - h\cdot\sin\alpha\,;$$

$$c = r_1\cdot(i-\cos\Sigma)\cdot(\sin\Sigma)^{-1}\,;\ \ d = r_1\cdot(i\cdot\cos\Sigma - 1)\cdot(\sin\Sigma)^{-1}\,;$$

$$A_1 = \cos\Sigma\cdot(f_1\cdot\cos\varphi_2 - f_3\cdot\sin\varphi_2) + \sin\Sigma\cdot(f_2 + d)\,;$$

$$B_1 = f_3\cdot\sin\phi_2 - f_1\cdot\cos\phi_2\,;$$

$$A_\phi = \sin\alpha\cdot\sin\Sigma\cdot(u + d\cdot\sin\theta_{f2} - r_2\cdot\cos\theta_{f2})\,;$$

$$B_\phi = -\sin\Sigma\cdot(f_2\cdot\cos\alpha - f_3\cdot\sin\alpha\cdot\cos\theta_{f2} + d\cdot\cos\alpha)\,;$$

$$C_\phi = (i^{-1} - \cos\Sigma)\cdot(f_1\cdot\cos\alpha + f_3\cdot\sin\theta_{f2}\cdot\cos\alpha)\,,$$

а угол ξ определяется на основе значений его тригонометрических функций:

$$\sin\xi = B_\varphi\cdot\left(\sqrt{A_\varphi^2 + B_\varphi^2}\right)^{-1};\ \ \sin\xi = B_\varphi\cdot\left(\sqrt{A_\varphi^2 + B_\varphi^2}\right)^{-1}.$$

Представленные формулы позволяют, с одной стороны, осуществлять анализ процесса формообразования боковых поверхностей зубьев шестерни, а с другой – исследовать характер зацепления зубьев колеса и зубьев шестерни в полуобкатной плоскоконической передаче, которая по способу формообразованию зубьев шестерни является сопряженной. На основе зависимостей (9) в среде MathCad разработана программа для исследования расположения и поведения мгновенных контактных линий в зацеплении зубьев полуобкатной плоскоконической передачи. В качестве иллюстрации работы программы на рис. 2 для ряда фиксированных значений угла поворота шестерни (φ_1 = –0,172; –0,115; –0,057; 0,0; 0,088; 0,177; 0,265) показаны линии контакта ее поверхности с поверхностью зуба колеса полуобкатной плоскоконической передачи, имеющей параметры: z_1^*=64; z_2^*=65; Σ=2°; модуль средний нормальный m_n=5,0 мм; коэффициент высоты зуба h_a^*=1; коэффициент радиального зазора c_o= 0,5; ширина зуба b_2=25 мм; угол начального конуса колеса δ_2=90°.

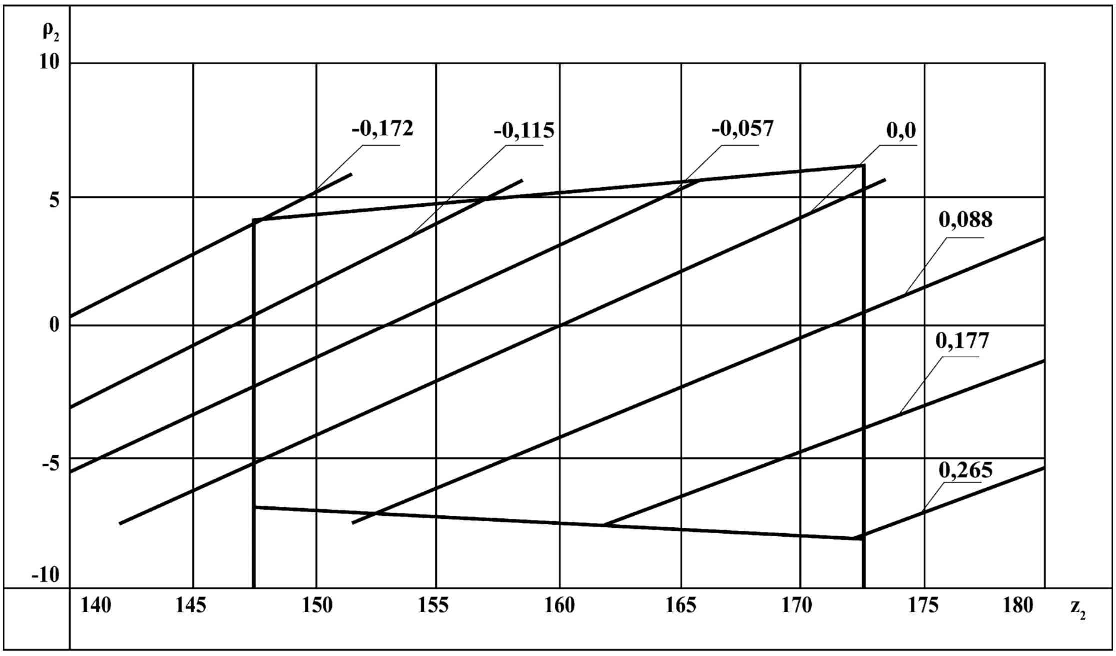

Рис. 2. Мгновенные линии контакта на поверхности зуба шестерни

В исследуемой полуобкатной передаче изменение угла φ_1 от $\varphi_{1\min} = -0{,}172$ до $\varphi_{1\max} = 0{,}265$ соответствует предельно возможной фазе зацепления зубьев. Принимая во внимание величину углового шага зубьев на шестерне ($t_1 = 2\cdot\pi / z_1^* = 0{,}09817$), установим, что в передаче одновременно в зацеплении находятся $(-\varphi_{1\min} + \varphi_{1\max})/t_1 = 4{,}45$ пар зубьев.

Библиографические ссылки

1. Патент № 2529943 на изобретение «Соосный редуктор», F16H 1/32, F04B 47/02, F04C2/107 / Ю. Г. Денисов, В. Н. Сызранцев, В. П. Вибе. Заявка № 2013117492/11, зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации 10.10.2014. Бюл. 28, RU.

2. Патент № 2334125 на изобретение «Установка скважинного винтового насоса», F04C 2/107, F04B 47/02 / Ю. Г. Денисов, Э. В. Ратманов, В. Н. Сызранцев, Д. М. Плотников. Заявка № 2006143129/06, зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации 20.09.2008, Бюл. 26, RU.

3. *Syzrantsev V., Golofast S.* Drives of Pipelines' Block Valve based on the Pan Precess Gear // Global Journal of Researches in Engineering: A Mechanical and Mechanics Engineering (USA). Vol. 14 Issue 2 Version 1.0 Year 2014. P 15–17.

4. *Сызранцев В. Н., Новоселов В. В., Голофаст С. Л.* Приводы на основе прецессирующей передачи для запорной

арматуры трубопроводов // Известия вузов. Нефть и газ. – 2011. – № 6. – С. 87–90.
5. *Литвин Ф. Л.* Теория зубчатых зацеплений. – 2–е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1968. – 584 с.
6. *Ерихов М. Л.* Синтез зубчатых зацеплений по условиям нечувствительности к погрешностям монтажа // Автомобильный транспорт. Сер. Теория механизмов и детали машин. – Вып 17. – Хабаровск, 1969. – С. 2–36.

* * *

Syzrantsev V. N., DSc in Engineering, Professor, Tyumen State Oil and Gas University;
Syzrantseva K. V., PhD in Engineering, Associate Professor, Tyumen State Oil and Gas University;
Pazyak A. A., Post-graduate, Tyumen State Oil and Gas University

Calculating geometric parameters of the semi-rolled straight pan gear

In the given work we discuss the semi-rolled straight pan gear with a simplified procedure of its gearwheel teeth manufacturing. Due to multiple teeth meshing, it is commercially viable when producing high-load drives operating under conditions of low shaft speeds and short-term work modes.

Keywords: coaxial reduction gearbox, semi-rolled pan gear, straight teeth.

Получено: 24.08.15