

УДК 623.546

A. П. Чупахин, инженер-конструктор I категории  
Нижнетагильский институт испытания металлов

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ СЛЕЖЕНИЯ ЗА ЛЕТЯЩИМ ПРЯМОЛИНЕЙНО ОБЪЕКТОМ ИЗМЕРЕНИЯ

Представлена математическая модель, описывающая работу поворотной платформы видеорегистрирующей системы, следящей за прямолинейным движением боеприпаса. Следящая система предназначена для регистрации и последующего измерения внешнетраекторных параметров изделий при проведении полигонных испытаний. Получены выражения, связывающие основные кинематические параметры движения платформы с ключевыми траекторными характеристиками объекта измерения. При моделировании рассмотрены случаи слежения за объектами, движущимися в воздушной среде и в условиях, когда влиянием среды можно пренебречь.

**Ключевые слова:** модель, оптическая регистрация, испытания.

**Актуальность проблемы.** Современные боеприпасы ствольных артиллерийских и реактивных систем, поведение которых исследуется при проведении полигонных испытаний, отличаются большим конструктивным и, как следствие, функциональным разнообразием. При этом все они делятся на две большие группы: управляемые и неуправляемые [1]. Таким образом, объект измерения, наблюдение за которым на априори известном участке траектории реализует измерительная следящая система, является основным источником для решения задач формирования ее облика, обеспечения условий проведения испытаний с учетом предельных значений ее соответствующих технических и эксплуатационных характеристик, включая задачи приемлемой взаимоориентации точек расположения измерительных постов и исследуемого участка траектории.

Экспериментальная баллистика ставит своей целью определение экспериментальными методами комплекса баллистических параметров, оказывающих существенное влияние на функционирование артиллерийских и ракетных комплексов, а также входящих в их боекомплект боеприпасов. Основой таких методов баллистических исследований в современных условиях является рациональное сочетание натурных и вычислительных экспериментов.

Наиболее полные и достоверные сведения дает натурный эксперимент, однако он, как правило, дорог и требует длительного времени на его подготовку и проведение. Более удобным и дешевым является эксперимент, проводимый с моделью, но адекватность результатов последнего должна в необходимой мере контролироваться натурными испытаниями.

Усложнение объектов испытаний ставит перед экспериментальной полигонной баллистикой новые проблемы, основными из которых являются:

1. Недоступность непосредственного измерения некоторых характеристик объектов испытаний, т. е. совокупность показателей, по которым производится оценка качества испытуемого объекта, шире совокупности параметров объекта, которые на данном этапе развития полигонного оборудования возможно определить экспериментально.

2. Необходимость организации испытаний объектов, функционирование которых происходит, с

одной стороны, на протяженных участках траектории, с другой – носит сложный динамический характер и подвержено существенному влиянию изменяющихся условий внешней среды.

3. При исследовании сложных комплексов повышается значение технических возможностей измерительной и регистрирующей аппаратуры как основного источника получения необходимой для отработки изделия информации.

4. Теоретическое моделирование с выходом на виртуальное полигонное пространство становится неотъемлемым компонентом развития современных артиллерийских и боеприпасных полигонов, без которого невозможно планирование эксперимента, подбор оборудования, его поведение и обработка результатов.

В настоящее время накоплен обширный материал по экспериментальной отработке ракетно-артиллерийской, авиационной и космической техники. Однако эти материалы, частично опубликованные в многочисленных периодических и специальных изданиях, разобщены и методически неоднородны. Большое количество и разнообразие подлежащих определению параметров, отсутствие единых методик в постановке и проведении экспериментов, большое разнообразие испытательных стендов делают задачи теоретического обеспечения и сопровождения испытаний, обеспечивающие получение достоверной информации о функционировании испытуемого объекта в условиях минимальных затрат времени и средств, в каждом конкретном случае важными и востребованными.

Одной из самых высоконформативных составляющих испытаний на полигоне является визуальное сопровождение боеприпаса на известном априори участке траектории с помощью высокоскоростных оптических устройств. Вследствие высоких скоростей движения боеприпасов процесс их видеорегистрации очень динамичен и кратковременен [2]. При этом подобное устройство работает в системе единого времени, обеспечивающей синхронную работу с другими регистрирующими устройствами и движением самого боеприпаса. Поэтому очевидна актуальность задачи корректного определения законов вращательного движения поворотной платформы опти-

ческой системы, обеспечивающих стабильное визуальное сопровождение боеприпаса в каждом конкретном случае [2].

В настоящей статье рассмотрена модель работы вращающейся в одной плоскости поворотной платформы оптического измерительного комплекса, для случая слежения за прямолинейным движением объекта с постоянной скоростью, что актуально при сопровождении подкалиберных бронебойных снарядов на ограниченных участках траектории, а также боеприпасов средств ближнего боя и случая слежения за прямолинейным движением объекта с переменной скоростью (также имеющего значимость при работе с определенными типами боеприпасов).

**Движение объекта по настильной траектории с постоянной скоростью.** Необходимо установить, будет ли возможна съемка и сопровождение изделия с заданных точек с учетом наличия верхних предельных значений для угловых скоростей и (или) ускорений платформы, или, напротив, нужно определить допустимую область точек стояния измерительных постов исходя из аппаратных возможностей следящей системы по сопровождению объекта, движущегося с определенной скоростью.

Для осуществления слежения за объектом наблюдения на исследуемом участке траектории координаты точки наблюдения должны быть выбраны таким образом, чтобы, с одной стороны, максимальные значения угловой скорости и (или) углового ускорения вращения платформы с данной точки наблюдения не превышали предельных значений ее соответствующих паспортных характеристик. Поэтому необходимо или относить точку наблюдения по нормали от линии стрельбы, или сдвигать ее относительно исследуемого участка вдоль линии стрельбы (на практике возможна и целесообразна параллельная комбинация последних двух действий), т. е. по данному критерию координаты точки наблюдения ограничены снизу. Но при этом, с другой стороны, разрешающая способность объектива и требуемое качество изображения объекта наблюдения на снимке требуют также ограниченного, но уже сверху, расположения регистрирующей аппаратуры по отношению к исследуемому участку траектории [3, 4]. Таким образом, напрашивается компромиссное решение этих задач в каждом конкретном случае, которое определит геометрический контур и зону в окрестностях исследуемого участка траектории, каждая точка которой не противоречит одновременно двум условиям: 1) кинематические характеристики платформы измерительного устройства не превышают предельно допустимых значений; 2) качество получаемой информации удовлетворяет предъявляемым к нему требованиям.

Схема модели работы платформы установки для оптических измерений (УОИ) для рассматриваемого случая приведена на рис. 1 [3, 4]. Из точки  $A$  производится настильная стрельба боеприпасом  $S$  со скоростью  $V = \text{const}$  в направлении оси  $x$ . Требуется обеспечить его визуальное сопровождение на участке траектории  $MN$  ( $x_0, x_k$ ) измерительным устройством

$K$ , технические характеристики которого известны. При этом оптическая ось устройства  $K$  в любой момент времени должна проходить через геометрическую точку  $S$ . Мгновенное значение горизонтального угла поворота платформы измерительного устройства –  $\alpha = \alpha(t)$ , скорость вращения платформы в горизонтальной плоскости –  $\omega_\alpha$ , расстояние от измерительного устройства  $K$  до оси  $x$  –  $d$ .

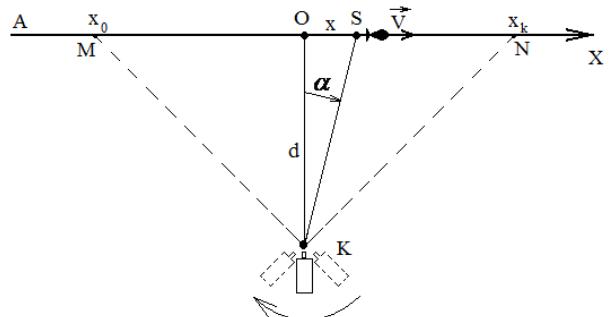


Рис. 1. Схема модели работы платформы УОИ

Из рисунка следует:

$$\alpha(x) = \arctg \frac{x}{d} \quad \text{и} \quad \alpha(t) = \arctg \frac{V \cdot t}{d}, \quad (1)$$

где  $x = V \cdot t$ ;  $x \in [x_0; x_k]$ ;  $t \in \left[ -\frac{x_0}{V}; \frac{x_k}{V} \right]$ ;  $x_0, x_k$  –

параметры, определяющие исследуемый в эксперименте участок траектории (рис. 1).

Угловая скорость вращения камеры в горизонтальной плоскости определяется дифференцированием выражения (1) по времени:

$$\omega_\alpha(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{V/d}{1 + (V^2 t^2 / d^2)},$$

$$\text{откуда } \omega_\alpha(x) = \frac{V/d}{1 + (x^2 / d^2)}.$$

Аналогичным образом определяется угловое ускорение привода:

$$\frac{d\omega_\alpha}{dt} = \varepsilon_\alpha(t) = -\frac{2(V^3 / d^3)t}{(1 + (V^2 / d^2)t^2)^2}.$$

При проектировании приводов устройства иногда полезно иметь зависимости угловых скоростей и угловых ускорений как функции соответствующих углов поворота. Не останавливаясь подробно на вычислениях, получаем в итоге ряд наиболее востребованных выражений для сопровождения прямолинейно и равномерно движущегося объекта измерения:

$$\alpha(t) = \arctg(Vt / d); \quad (2)$$

$$\omega_\alpha(t) = \frac{V/d}{1 + (V^2 t^2 / d^2)}; \quad (3)$$

$$\varepsilon_\alpha(t) = -\frac{2(V^3 / d^3)t}{(1 + (V^2 / d^2)t^2)^2}; \quad (4)$$

$$\omega_\alpha(x) = \frac{V/d}{1 + (x^2/d^2)}; \quad (5)$$

$$\varepsilon_\alpha(x) = -\frac{2(V^2/d^3)x}{(1 + (x^2/d^2))^2}; \quad (6)$$

$$\omega_\alpha(\alpha) = (V/d)\cos^2\alpha; \quad (7)$$

$$\varepsilon_\alpha(\alpha) = -\frac{2(V^2/d^2)\tan\alpha}{(1 + \tan^2\alpha)^2} = -\frac{2V^2}{d^2}\sin\alpha\cos^3\alpha, \quad (8)$$

где  $\alpha$  – горизонтальный угол текущего направления платформы от перпендикуляра к траектории;  $t$  – время;  $V$  – скорость объекта сопровождения;  $d$  – расстояние от измерительного устройства до траектории (оси  $x$ );  $\omega_\alpha$  – скорость вращения платформы в горизонтальной плоскости;  $\varepsilon_\alpha$  – ускорение вращения платформы в горизонтальной плоскости.

**Движение объекта по настильной траектории с переменной скоростью.** В качестве диссипативной силы, приводящей к изменению скорости движения сопровождаемого объекта на траектории, будем рассматривать силу сопротивления воздуха. Силой гравитации в данной модели пренебрегаем, поэтому траекторию считаем по-прежнему настильной, что в первом приближении соответствует характеру движения большинства реальных объектов измерения, не снабженных двигателем, при стрельбе под нулевыми или малыми углами к горизонту и на определенном (чаще всего начальном) участке траектории. Схема модели движения сопровождаемого объекта в условиях действия на него силы сопротивления представлена на рис. 2.

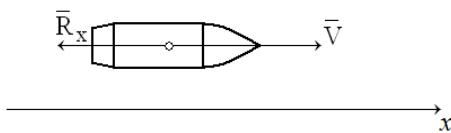


Рис. 2. Схема модели движения сопровождаемого объекта в условиях действия на него силы сопротивления

Вектор силы сопротивления противоположен вектору скорости движения центра масс объекта, величина силы сопротивления пропорциональна баллистическому коэффициенту  $C_x$ , плотности  $\rho$  среды, в которой происходит движение, квадрату скорости  $V$  и площади миделева сечения  $S_m$  сопровождаемого объекта [5]:

$$R_x \approx C_x \cdot S_m \frac{\rho \cdot V^2}{2}.$$

Для правильно стабилизированного на траектории сопровождаемого объекта

$$S_m = \pi \cdot d^2 / 4,$$

где  $d$  – калибр.

В рассматриваемом случае настильной стрельбы на небольшие дальности входящие в структуру силы

аэродинамического сопротивления физические параметры атмосферы и сопровождаемого объекта  $C_x$ ,  $\rho$  и  $S_m$  изменяются незначительно, и для последующего анализа выражение для силы сопротивления будет иметь вид

$$R_x = K \cdot V^2,$$

где  $K = \frac{C_x \cdot S_m \cdot \rho}{2}$  – комплексная физическая константа.

Запишем уравнение движения сопровождаемого объекта на траектории:

$$M \frac{dV}{dt} = -KV^2, \quad (9)$$

где  $M$  – масса сопровождаемого объекта.

Для дифференциального уравнения (9) по условиям испытаний имеются начальные условия, соответствующие задаче Коши:

$$\text{при } t = 0 \quad V(0) = V_0; \quad x(0) = 0. \quad (10)$$

Интегрируя (9) с учетом (10), получаем:

$$V(t) = \frac{V_0}{1 + (KV_0/M)t}, \quad V(x) = V_0 \cdot \exp\left(-\frac{K}{M}x\right), \\ x = \frac{M}{K} \ln\left(1 + \frac{KV_0}{M}t\right).$$

Проанализируем общий случай, когда измерительный комплекс располагается на произвольном участке траектории, не включающем в себя точку выстрела (рис. 3).

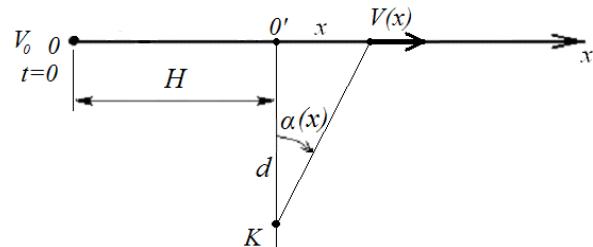


Рис. 3. Расположение платформы УОИ в общем случае

Рассуждая аналогично первому случаю и учитывая поправку на параметр  $H$  (рис. 3), получим тот же набор выражений для сопровождения объекта измерения, движущегося прямолинейно, но уже с переменной скоростью (с учетом силы аэродинамического сопротивления):

$$\alpha(t) = \arctg\left[\left(\frac{M}{K} \ln\left(1 + \frac{KV_0}{M}t\right) - H\right)/d\right]; \quad (11)$$

$$\omega_\alpha(t) = AB/\left[(1 + Bt)\left(1 + (A \cdot \ln(1 + Bt) - C)^2\right)\right]; \quad (12)$$

$$\varepsilon_\alpha(t) = \frac{-AB^2}{(1 + Bt)^2} \times \\ \times \frac{(A \ln(1 + Bt) - C)(A(\ln(1 + Bt) + 2) - C + 1)}{\left(1 + (A \ln(1 + Bt) - C)^2\right)^2}; \quad (13)$$

$$\omega_\alpha(x) = \frac{V_0 d}{x^2 + d^2} \cdot \exp\left(-\frac{K}{M}(x + H)\right); \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha(x) = & -\frac{V_0^2 x d ((K/M)x + (K/M)d + 2)}{(d^2 + x^2)^2} \times \\ & \times \exp\left(-2\frac{K}{M}(x + H)\right); \end{aligned} \quad (15)$$

$$\omega_\alpha(\alpha) = \frac{AB}{1 + \tan^2 \alpha} \cdot \exp\left(-\frac{C + \tan \alpha}{A}\right); \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha(\alpha) = & -\frac{V_0^2}{d^2} \cdot \frac{\tan \alpha ((Kd/M)(\tan \alpha + 1) + 2)}{(1 + \tan^2 \alpha)^2} \times \\ & \times \exp\left(-2(H + d \tan \alpha) \frac{K}{M}\right), \end{aligned} \quad (17)$$

где  $A = M / Kd$ ,  $B = KV_0 / M$ ,  $C = H / d$ ,  $K = C_x S_M \rho / 2$  – комплексная физическая константа;  $C_x$  – баллистический коэффициент;  $\rho$  – плотность среды, в которой происходит движение;  $S_M$  – площадь миделева сечения;  $M$  – масса сопровождаемого объекта;  $V_0$  – начальная скорость сопровождаемого объекта;  $H$  – расстояние по оси  $x$  от точки выстрела до проекции на ось  $x$  точки расположения измерительного устройства.

Нетрудно заметить, что при отсутствии силы аэродинамического сопротивления ( $K = 0$ ) данные зависимости выражаются в полученные ранее выражения для случая сопровождения прямолинейно равномерно движущегося объекта.

**Основные результаты работы.** Показана адекватность проведенного моделирования при сопровождении подкалиберных бронебойных снарядов на ограниченных участках траектории, а также боеприпасов средств ближнего боя и (в первом приближении) объектов измерения, не снабженных двигателями.

*A. P. Chupakhin, Design Engineer, Federal state enterprise "Nizhny Tagil Institute of Metal Testing"*

#### Simulation of Motion for Optical System of Tracking a Straight-line Flying Object of Measurement

*The paper presents the mathematical model describing the operation of a rotary platform of a video recording system that tracks the linear motion of munitions. The tracking system is designed for registration and measurement of trajectory parameters of items when conducting field tests. The expressions are obtained linking the main kinematic parameters of motion of the platform with the basic trajectory characteristics of the object of measurement. Simulation process involved the cases of tracking objects moving in air and in conditions when the influence of the environment can be neglected.*

**Keywords:** model, optical detection, tests.

Получено: 11.08.16

лем, при стрельбе под малыми углами к горизонту на начальном участке траектории.

В результате проведенного анализа получены общие соотношения (2)–(8), (11)–(17), связывающие мгновенные кинематические параметры поворотной платформы оптической системы со скоростью исследуемого объекта, с координатами ее расположения относительно линии стрельбы и (косвенно) с прочими числовыми параметрами полигонной обстановки.

Полученные выражения позволяют значительно облегчить оценочную работу при проектировании приводов поворотной платформы и при настройке режима сопровождения боеприпаса на траектории при проведении полигонных испытаний с помощью конкретной оптической измерительной системы.

#### Библиографические ссылки

1. Внешняя баллистика /А. А. Дмитриевский. – М. : Машиностроение, 1972. – С. 584.
2. Баранов В. Л., Колганов А. Г., Чванов А. Е., Чупахин А. П. Модельное обеспечение видеорегистрации внешне-траекторных параметров при проведении полигонных испытаний // Известия ТулГУ. Сер. Технические науки. – Вып. 12. – Ч. 1. – Тула : Изд-во ТулГУ, 2014. С. 28–33.
3. Там же.
4. Елисеев А. К., Чупахин А. П., Лебедев А. А. Расчет параметров работы наземных следящих оптических видеорегистраторов для испытаний боеприпасов // Матер. третьей Всерос. науч.-техн. конф. «Рдултовские чтения», 10–12 октября 2012 г. – СПб. : Балт. гос. техн. ун-т., 2013. – С. 169–175.
5. Чупахин А. П. Расчет динамических параметров работы следящих систем для быстро перемещающихся объектов // Матер. Междунар. конф. «Восьмые Окуневские чтения», 25–28 июня 2013 г. – СПб. : Балт. гос. техн. ун-т., 2013. – С. 340–342.
6. Елисеев А. К., Чупахин А. П., Лебедев А. А. Расчет параметров работы наземных следящих оптических видеорегистраторов для испытаний боеприпасов. – С. 169–175.
7. Чупахин А. П. Указ. соч. – С. 340–342.
8. Аксенов Е. П. Теория движения искусственных спутников Земли. – М. : Наука. гл. ред. физ.-мат. лит., 1977. – 360 с.

\* \* \*