

УДК 621.01/03

К. В. Сызранцева, кандидат технических наук, доцент
Тюменский индустриальный университет

РАСЧЕТ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ПО ПОВРЕЖДАЮЩЕМУ ВОЗДЕЙСТВИЮ НАПРЯЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ МНОГОЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ

На основе математических моделей кинетической теории многоциклового усталости решена задача расчета эквивалентных по повреждающему воздействию напряжений. Разработанная методика обработки данных испытаний образцов на долговечность позволяет определить исходную поврежденность материала, рассчитать для всех ступеней блока изменения напряжений накопленное усталостное повреждение и определить эквивалентное напряжение. Методика проиллюстрирована на примере обработки данных испытаний образцов из стали 50 на многоциклового усталость.

Ключевые слова: многоциклового усталость, эквивалентные напряжения, усталостные повреждения, ресурс.

Введение

В настоящее время основой для прогнозирования долговечности циклически деформируемых в процессе эксплуатации деталей является кривая усталости (кривая Велера) [1, 2], получаемая путем обработки экспериментальных данных чисел циклов N деформирования образцов до поломки на различных уровнях напряжений ($\sigma = \text{const}$) в условиях регулярного нагружения. Традиционно результаты испытаний отражают в плоскости параметров $\sigma - \lg N$ или $\lg \sigma - \lg N$, что позволяет для описания кривых усталости использовать простые при обработке экспериментальных данных линейные регрессионные модели. С помощью этих моделей удается учесть рассеивание механических и усталостных свойств материала, однако на их основе определить как исходную поврежденность материала, так и возникающие в процессе циклического деформирования деталей усталостные повреждения возможным не представляется.

В реальных условиях эксплуатации детали в подавляющем большинстве случаев подвергаются нерегулярному нагружению. С целью прогнозирования ресурса деталей в этих условиях выполняют схематизацию случайного процесса деформирования, представляя его в виде ступенчатой диаграммы (блока нагружения): соответствующих чисел циклов деформирования при определенной амплитуде напряжений (ступени блока). При расчете ресурса детали в условиях блочного режима нагружения используется линейная гипотеза суммирования усталостных повреждений [3], в соответствии с которой разрушение детали наступит, когда предельная сумма относительных повреждений (a_p) за весь период циклического деформирования детали достигнет единицы:

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = a_p = 1, \quad (1)$$

где k – число уровней амплитуд цикла напряжений при схематизации нерегулярного режима нагружения; n_i – общее число циклов деформирования детали при амплитуде напряжения σ_{ai} ; N_i – число цик-

лов деформирования детали при величине амплитуды напряжения σ_{ai} при нерегулярном нагружении до образования усталостной трещины заданной протяженности или полного разрушения детали.

Для прогнозирования долговечности деталей, блок изменения напряжений в которых известен, используется и другой подход [4], основанный на знании кривой усталости и величины эквивалентного напряжения (σ_{ae}), рассчитываемой по известным относительным параметрам ступеней блока изменения напряжений.

Результаты обработки данных усталостных испытаний как отечественных, так и зарубежных исследователей свидетельствуют, что для реальных процессов сумма накопленных повреждений отличается от единицы и изменяется в пределах от 0,01 до 10. Естественно, использование для прогнозирования ресурса детали параметра, изменяющегося на три порядка, не позволяет достичь требуемой точности расчета. Основной причиной, приводящей к значительному изменению a_p , является механистическое описание величины повреждения, получаемого деталью за каждый цикл деформирования, – в виде $1/N_i$. Здесь никакие процессы, возникающие в структуре материала детали и приводящие, в конечном итоге, к возникновению и развитию усталостных трещин, не учитываются. С целью приближения результатов расчета к экспериментальным данным в работе [5] рассмотрена коррекция величины a_p , однако данное уточнение отмеченную выше первопричину недостаточной точности расчетов как a_p , так и значения σ_{ae} не устраняет.

Повышение достоверности результатов прогнозирования долговечности циклически нагружаемых изделий связано с необходимостью использования при описании кривых усталости более сложных, нежели линейных, моделей, отражающих процесс накопления усталостных повреждений в деталях. Именно такие модели разработаны в кинетической теории механической усталости [6–8]. Важнейшим практическим значением этой теории является возможность построения кривых усталости, соответствующих различной величине поврежденности мате-

риала (D): от $D = D_0 \geq 0$, характеризующей начальное повреждение материала детали, которое имеет место еще до начала ее циклического деформирования, вплоть до предельной величины $D = D_k \leq 1$, соответствующей разрушению детали (образца) вследствие накопленных усталостных повреждений.

Следуя кинетической теории усталости [9], кривая Велера в зоне упругого деформирования детали (многоцикловая усталость) описывается выражением:

$$N = \frac{Q_T}{\sigma_a} \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a - \sigma_R}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \times \ln \left\{ \frac{1 - \exp[-F(D)]}{1 - \exp[-F(D_0)]} \right\}, \quad (2)$$

где $F(D) = \frac{D}{1-D} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \cdot \frac{\sigma_B}{\sigma_B - \sigma_R}$;

$$F(D_0) = \frac{D_0}{1-D_0} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \cdot \frac{\sigma_B}{\sigma_B - \sigma_R}.$$

Для предельного повреждения, соответствующего $D = D_k$, число циклов N , с учетом $\exp[-F(D_k)] \approx 0$, уравнение (2) преобразуется к виду

$$N = \frac{Q}{\sigma_a} \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a - \sigma_R}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \right) - 1 \right]^{-1} \right\}, \quad (3)$$

В выражениях (2) и (3) обозначено: N – число циклов деформирования; σ_a – максимальное напряжение цикла; σ_R – предел выносливости детали при коэффициенте асимметрии цикла R ; σ_{RT} – циклический предел текучести (ниже его уровня отсутст-

вуют следы пластической деформации даже после нескольких миллионов циклов деформирования); σ_B – предел прочности материала; D_0, D – степени исходного и текущего повреждения материала; Q_T – коэффициент, характеризующий сопротивление детали росту усталостных трещин; Q – коэффициент выносливости:

$$Q = -Q_T \ln \left[1 - \exp \left(- \frac{D_0}{1-D_0} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \cdot \frac{\sigma_B}{\sigma_B - \sigma_R} \right) \right]. \quad (4)$$

Методика и алгоритмы расчета на основе полученных в процессе усталостных испытаний образцов данных $\sigma_{ai}, N_i, i = \overline{1, n}$, параметров σ_R, σ_{RT} и Q уравнения (3) представлены в работах [10, 11]. Особенностью разработанных здесь процедур обработки является определение параметров кривой усталости (3) и границ ее доверительных интервалов с учетом фактических законов распределения случайных величин σ_a, N и σ_R , восстановленных с использованием методов непараметрической статистики [12–14].

Рассмотрим задачу расчета числа циклов до разрушения образцов, изготовленных из стали 50 [15]. Полученная кривая многоцикловой усталости [16] представлена на рис. 1, параметры модели (3) для этих данных имеют значения:

$$\sigma_{RT} = \sigma_{RT}^* = 228,961 \text{ МПа}; \quad Q = Q^* = 1,246 \cdot 10^9,$$

$$\sigma_R = \sigma_R^* = 255,558 \text{ МПа}.$$

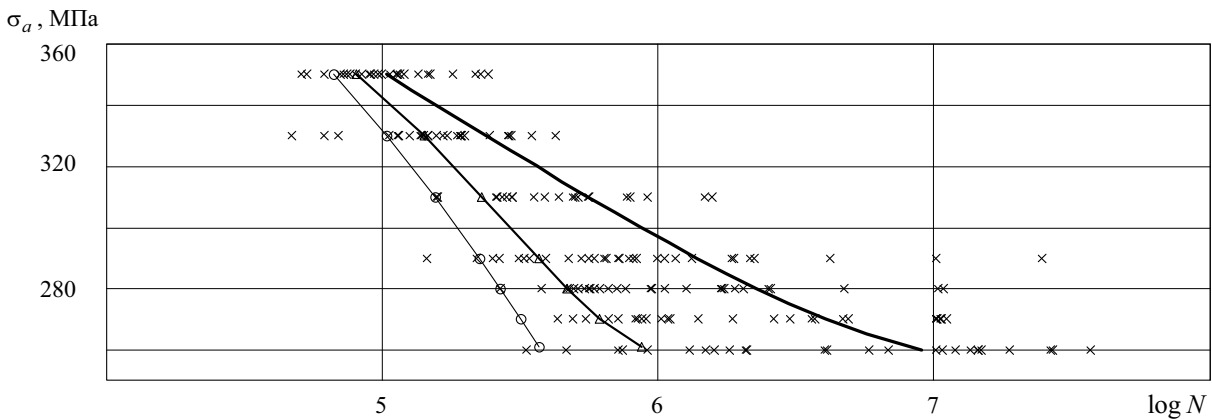


Рис. 1. Кривая многоцикловой усталости (толстая линия) для стали 50

Поставим задачу: используя зависимость (3), определить число циклов нагружения образца до разрушения ($N_{ост}$) при напряжении $\sigma_{a2} = 295$ МПа, если до этого образец деформировался в течение $N_1 = 10^5$ числа циклов при напряжении $\sigma_{a1} = 330$ МПа. В слу-

чае, когда образец продолжал бы деформироваться при $\sigma_{a1} = 330$ МПа, то, входя в формулу (3) при $\sigma_a = \sigma_{a1}$, определим $N_p = 2,372 \cdot 10^5$ и рассчитаем величину $N_{ост}$: $N_{ост} = N_p - N_1 = 1,372 \cdot 10^5$. Анало-

гично, по зависимости (3) при $\sigma_a = \sigma_{a2}$ определим $N_p = 1,087 \cdot 10^6$ и $N_{ост} = N_p - N_1 = 0,987 \cdot 10^6$. Однако в данном случае накопленные за период работы при $\sigma_a = \sigma_{a1}$ повреждения образца в течение N_1 числа циклов нагружения не учитываются. В технических приложениях определение долговечности для отмеченных условий деформирования образца выполняется с использованием эквивалентного напряжения (σ_{ae}), рассчитываемого по известным величинам ступеней блока нагружения. Поскольку в данном примере как таковой блок нагружения отсутствует, величина σ_{ae} рассчитана быть не может. Невозможность решения рассмотренной задачи является следствием отсутствия в регрессионных моделях, традиционно используемых для описания результатов усталостных испытаний, в том числе и в зависимости (3), параметров, отражающих в материале образца при его циклическом деформировании процесс накопления усталостных повреждений.

Построение математической модели расчета эквивалентных напряжений по повреждающему воздействию

Обратимся к уравнению кривой усталости в форме (3). Величина входящего в уравнение коэффициента $Q = Q^*$ в результате обработки данных испытаний образцов известна. В то же время в рамках кинетической теории усталости для коэффициента Q^* получено выражение (4), которое, учитывая, что параметры σ_{RT}^* и σ_R^* определены, а значение предела прочности ($\sigma_B = \sigma_B^*$) для материала образцов легко устанавливается в результате их разрушения на разрывной машине, преобразуем к виду

$$\exp(-Q^*/Q_T) + \exp\left[-\frac{D_0}{1-D_0} \cdot \frac{\sigma_a}{(\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*)} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_B^* - \sigma_R^*)}\right] = 1. \quad (5)$$

Данное уравнение содержит два неизвестных параметра: D_0 и Q_T . Поскольку величина D_0 отражает поврежденность материала в исходном состоянии, она для всего диапазона варьирования σ_a остается постоянной. Полагая, что и коэффициент Q_T , характеризующий сопротивление детали росту усталостных трещин, для исследуемого материала в диапазоне изменения напряжений $\sigma_R^* \leq \sigma \leq \sigma_B^*$ является величиной постоянной, для определения D_0 и Q_T войдем в уравнение (5) дважды: при значениях напряжения $\sigma_a = \sigma_B^*$ и $\sigma_a = \sigma_R^*$. В результате получим следующую систему двух трансцендентных уравнений:

$$\exp(-Q^*/Q_T) + \exp\left[-\frac{D_0}{1-D_0} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*)} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_B^* - \sigma_R^*)}\right] = 1;$$

$$\exp(-Q^*/Q_T) + \exp\left[-\frac{D_0}{1-D_0} \cdot \frac{\sigma_R^*}{(\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*)} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_B^* - \sigma_R^*)}\right] = 1, \quad (6)$$

решая которую численным методом относительно неизвестных D_0 и Q_T , определим:

$$D_0 = D_0^* = 1,61 \cdot 10^{-10}; \quad Q_T = Q_T^* = 6,615 \cdot 10^7.$$

Следуя кинетической теории механической усталости, в процессе циклического деформирования образцов величина их текущей поврежденности D по отношению к D_0 плавно возрастает. Воспользовавшись уравнением (2), рассмотрим задачу расчета величины поврежденности, которую получит образец за период деформирования в течение $N = N_1 = 10^5$ числа циклов при напряжении $\sigma_a = \sigma_{a1} = 330$ МПа. Введем обозначения

$$A = \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a - \sigma_R^*}{\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*} \right) - 1 \right]^{-1} \right\};$$

$$C = \frac{\sigma_a}{(\sigma_R^* - \sigma_R^*)} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_B^* - \sigma_R^*)};$$

$$B = \ln \left[1 - \exp \left(-\frac{D_0 \cdot C}{1 - D_0} \right) \right];$$

$$K = \ln \left[1 - \exp \left(\frac{N \cdot \sigma_a + A \cdot B \cdot Q_T^*}{A \cdot Q_T^*} \right) \right], \quad (7)$$

с учетом которых выражение для расчета величины D представим в виде

$$D = K / (K - C). \quad (8)$$

Зависимость (8) при заданных параметрах i -й ступени блока нагружения ($\sigma_{ai} = \text{const}$, $N_i = \text{const}$) позволяет рассчитать величину усталостного повреждения, которую после реализации этой ступени получит деталь в процессе ее циклического деформирования.

Возвратимся к задаче определения ресурса образца, изготовленного из стали 50, подвергнутого деформированию в течение $N_1 = 10^5$ числа циклов при напряжении $\sigma_{a1} = 330$ МПа. Воспользовавшись формулами (7) при $\sigma_a = \sigma_{a1}$ и $N = N_1$, по выражению (8) рассчитаем величину $D_1 = D = 4,53 \cdot 10^{-7}$ накопленного повреждения, которую получит образец в процессе деформирования при $\sigma_{a1} = 330$ МПа. Найденное значение поврежденности материала D_1 , достигнутое образцом на первом этапе нагружения, позволяет для его материала, на основе зависимости (2) с учетом (4) при замене в ней D на D_1 , получить выражение для новой кривой многоциклового усталости:

$$N = \frac{-Q_T^*}{\sigma_a} \cdot \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a - \sigma_R^*}{\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \times \ln \left[1 - \exp \left(-\frac{D_1}{1-D_1} \cdot \frac{\sigma_a}{(\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*)} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_B^* - \sigma_R^*)} \right) \right]. \quad (9)$$

Поскольку в уравнении кривой усталости (9) повреждения, накопленные в течение первого этапа нагружения образца, учтены, она может быть использована для расчета долговечности образца как при $\sigma_a = \sigma_{a2} = 295$ МПа, так и при любом другом уровне напряжений. В рассматриваемом примере, подставляя в формулу (9) $\sigma_a = \sigma_{a2} = 295$ МПа, определим $N_p = 6,329 \cdot 10^5$ и рассчитаем $N_{ост} = N_p - N_1 = 5,329 \cdot 10^5$. Полученное число циклов практически в два раза меньше рассчитанного по уравнению (3), которое накопленные усталостные повреждения на первом этапе деформирования образца не учитывает.

Изложенную методику применим для определения напряжений, эквивалентных по повреждающему воздействию. Пусть образец в течение числа циклов N_1 деформируется при напряжении σ_{a1} , в течение числа циклов N_2 деформируется при напряжении σ_{a2} и в течение числа циклов N_3 деформируется при напряжении σ_{a3} . Общее число циклов

$$N_\Sigma = \sum_{i=1}^3 N_i.$$

Поставим задачу определения эквивалентного напряжения σ_3 , при котором повреждения в образце за число циклов N_Σ будут такими же, как и при реализации заданного блока нагружения.

Воспользуемся уравнением (2), описывающим кривую усталости для величины поврежденности материала в исходном состоянии (D_0). Подставляя в формулы (7) значения $\sigma_a = \sigma_{a1}$, $N = N_1$ по выражению (8) рассчитаем величину повреждения на первой ступени блока нагружения D_1 . Повторяя описанную процедуру для параметров второй и третьей ступеней блока, определим величины повреждения D_2 и D_3 и рассчитаем суммарное повреждение за все три ступени блока $D_\Sigma = \sum_{i=1}^3 D_i$.

Для решения задачи определения напряжения эквивалентного по повреждающему воздействию (σ_3) воспользуемся уравнением (9), в котором произведем замены: σ_a на σ_e , N на N_Σ и D_1 на D_Σ :

$$N_\Sigma = \frac{-Q_T^*}{\sigma_a} \cdot \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a - \sigma_R^*}{\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \times$$

$$\times \ln \left[1 - \exp \left(-\frac{D_\Sigma}{1-D_\Sigma} \cdot \frac{\sigma_a}{(\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*)} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_B^* - \sigma_R^*)} \right) \right]. \quad (10)$$

Данное уравнение имеет лишь одно неизвестное – σ_3 , является трансцендентным и его решение выполняется численными методами.

Практическая реализация и выводы

Рассмотрим на основе известной кривой усталости (рис. 1) определение величины эквивалентных напряжений для блока изменения напряжений, параметры ступеней которого имеют значения: $\sigma_{a1} = 350$ МПа, $N_1 = 4 \cdot 10^4$, $\sigma_{a2} = 320$ МПа, $N_2 = 3 \cdot 10^4$, $\sigma_{a3} = 280$ МПа, $N_3 = 10^5$. В результате расчетов получено: $D_1 = 2,307 \cdot 10^{-7}$; $D_2 = 1,101 \cdot 10^{-6}$; $D_3 = 2,53 \cdot 10^{-6}$ и $D_\Sigma = 3,862 \cdot 10^{-6}$.

Решая уравнение (10) при $N_\Sigma = \sum_{i=1}^3 N_i = 1,7 \cdot 10^5$, определим искомую величину $\sigma_3 = 323,062$ МПа. При уменьшении числа циклов первой ступени ($N_1 = 1 \cdot 10^4$, $\sigma_{a1} = 350$ МПа) эквивалентное напряжение снижается до величины $\sigma_3 = 309,46$ МПа, если же в первой ступени амплитуда напряжений более высокая ($N_1 = 4 \cdot 10^4$, $\sigma_{a1} = 360$ МПа), то и эквивалентное напряжение увеличивается $\sigma_3 = 330,441$ МПа.

Разработанные модели и алгоритмы позволяют после нагружения детали конечным числом блоков изменения напряжений рассчитывать накопленные к этому моменту усталостные повреждения в материале, с учетом которых определять эквивалентные напряжения, устанавливать соответствующую накопленным повреждениям новую кривую усталости и рассчитывать в заданных условиях эксплуатации остаточный ресурс детали.

Библиографические ссылки

1. Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович В. М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. – М.: Машиностроение, 1976. – 488 с.
2. Почтенный Е. К. Кинетическая теория механической усталости и ее приложения. – Минск: Наука и техника, 1973. – 213 с.
3. Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович В. М. Указ. соч. – 488 с.
4. Там же.
5. Там же.
6. Почтенный Е. К. Кинетическая теория механической усталости и ее приложения. – 213 с.
7. Почтенный Е. К. Прогнозирование долговечности и диагностика усталости машин. – Минск: Наука и техника, 1983. – 246 с.
8. Сызранцев В. Н., Сызранцева К. В. Обработка данных многоцикловых испытаний на основе кинетической теории усталости и методов непараметрической статистики: монография. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2015. – 135 с.

9. Почтенный Е. К. Кинетическая теория механической усталости и ее приложения. – 213 с.
10. Сызранцев В. Н., Сызранцева К. В. Указ. соч. – 135 с.
11. Сызранцев В. Н., Сызранцева К. В., Черная Л. А. Расчет эквивалентных по повреждающему воздействию напряжений // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2013. – № 10. – С. 30–35.
12. Сызранцев В. Н., Сызранцева К. В. Указ. соч. – 135 с.
13. Сызранцева К. В. Расчет прочностной надежности деталей машин при случайном характере внешних нагрузок. – Тюмень : ТюмГНГУ, 2011. – 88 с.
14. Оценка безопасности и прочностной надежности магистральных трубопроводов методами непараметрической статистики / В. Н. Сызранцев, В. В. Новоселов, М. П. Созонов, С. Л. Голофаст. – Новосибирск : Наука, 2014. – 172 с.
15. Поляков Б. Усталостные свойства материала крупногабаритных сталей // НМ-оборудование. – 2005. – № 2. – С. 17–23.
16. Сызранцев В. Н., Сызранцева К. В. Указ. соч. – 135 с.

K. V. Syzrantseva, PhD in Engineering, Associate Professor, Industrial University of Tyumen

Calculation of Equivalent Stress in Accordance with Damaging Effect on the Basis of the Kinetic Theory of High-Cycle Fatigue

The paper considers the problem solution of equivalent stress calculation in accordance with damaging effect on the basis of mathematical models of the kinetic theory of high-cycle fatigue. The developed method of data processing of samples durability tests allows for defining the initial damage of material, calculating the accumulated fatigue damage for all steps of the stress varying block and determining the equivalent stress. The proposed method is illustrated on the example of data processing of tests of samples made of steel-50 according to the high-cycle fatigue.

Keywords: high-cycle fatigue, equivalent stress, fatigue damage, service life.

Получено: 30.11.16