

УДК 621.83.06

М. Е. Лустенков, доктор технических наук, доцент
Белорусско-Российский университет, Могилев, Республика Беларусь

ПЕРЕДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ: ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ И КЛАССИФИКАЦИЯ

Статья посвящена исследованию механических передач, в которых нагрузка передается посредством промежуточных тел качения. Оси (центры масс) тел качения не закреплены на общем основании и имеют возможность относительного перемещения. Разработаны модели передач, в которых беговые дорожки представлены в виде замкнутых периодических кривых – центровых профилей кулачковых поверхностей, а тела качения являются точками пересечения этих кривых. Установлены требования к центровым профилям, обеспечивающие постоянство мгновенного передаточного отношения при работе передач. Приводится классификация данной группы механизмов. В качестве примера практической реализации результатов теоретических исследований рассмотрена конструкция разработанного экспериментального образца передачи сферического типа.

Ключевые слова: механическая передача, редуктор, тело качения, беговая дорожка, кулачок, сепаратор.

Актуальность

Основной тенденцией развития современных механических приводов является увеличение передаваемых мощностей при снижении материалоемкости и габаритных размеров. Мировой объем производства промышленных редукторов и мотор-редукторов, начиная с 2008 г., постоянно растет. В 2010 г. этот рынок оценивался в 8,06 млрд долларов (в Европе – 3,75 млрд долларов) [1]. По прогнозам аналитиков рынок редукторов Европы к 2017 г. составит свыше 4,7 млрд долларов. В Республике Беларусь развито грузовое автомобилестроение и тракторостроение (БелАЗ, МАЗ, МТЗ и др.), в связи с чем серийно производятся элементы трансмиссий, в том числе зубчатые передачи различных типоразмеров. Однако в республике, за редким исключением (ЗАО «Белробот»), отсутствуют предприятия, серийно производящие редукторы как унифицированные узлы приводов, их приходится закупать за рубежом [2]. При этом ежегодная потребность предприятий Беларуси составляет свыше 30 тыс. единиц редукторной техники. Например, за 2013 г. на их приобретение (только по процедурам тендеров) было затрачено более 11 млн долларов [3].

Экспозиции ведущих иностранных фирм на международных технических выставках свидетельствуют об устойчивом спросе на малогабаритную редукторную технику. Около 20 % от общей потребности в редукторных механизмах приходится на силовые передачи с малыми радиальными размерами (с диаметром корпуса менее 150 мм). Эти передачи используются в качестве редукторов в устройствах, работающих в скважинах и трубах (редукторных турбобурах, электробурах, механизмах для развинчивания аварийных труб и т. д.), а также в качестве элементов приводов токарных патронов и пинолей станков, промышленных роботов и манипуляторов автоматизированных линий сборочных производств, механизмов дифференциалов транспортных средств, редукторов, встраиваемых в средства механизации (баллонные ключи, гайковерты) для передачи мощности в труднодоступные места с увеличением крутящего момента (до 2 кНм), применяемых в том числе подразделениями МЧС. Мировые производители малогабарит-

ных редукторов Apex Dynamics, Harmonic Drive, Spinea и др. используют для этих целей планетарные зубчатые, цевочно-циклоидальные и волновые передачи, которые не всегда могут обеспечить требуемую передаваемую мощность 3...5 кВт в диапазоне диаметров корпуса 50...150 мм в связи с необходимостью применения мелко модульных зубчатых колес с низкой прочностью.

В этой связи разработчики новой техники все чаще обращают внимание на передачи с промежуточными телами качения (ППТК), которые имеют низкие массогабаритные показатели и высокую нагрузочную способность, т. к. мощность передается по множеству параллельных потоков (тел качения). В качестве объекта исследования среди множества разработанных конструкций нами выбраны передачи с так называемыми свободными телами качения [4], оси (центры масс) которых не закреплены на общем основании и имеют возможность совершать относительные движения. Их исследованием на протяжении нескольких десятков лет занимаются ученые Белорусско-Российского университета [5, 6]. Сдерживающим фактором широкого применения ППТК в промышленности является отсутствие апробированных методов расчета и технологий изготовления. Разработка и совершенствование теории передач данного типа являются актуальными задачами.

Разработка моделей и классификация ППТК

Конструкция передачи цилиндрического типа показана на рис. 1.

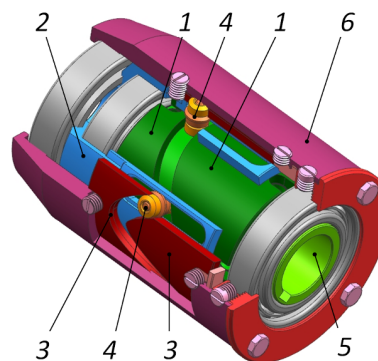


Рис. 1. Конструкция ППТК цилиндрического типа

При вращении ведущего вала 5, на котором установлены торцовые кулачки 1, образующие составной внутренний кулачок, ролики 4 перемещаются одновременно по его замкнутой периодической беговой дорожке, по замкнутой периодической беговой дорожке, образованной двумя торцовыми кулачками 3, закрепленными в корпусе (составной наружный кулачок), и вдоль пазов сепаратора 2 (ведомого вала). Сепаратор вращается с измененной угловой скоростью по сравнению с ведущим валом. Передаточное отношение i данного механизма зависит от соотношения числа периодов (волн) Z_1 и Z_3 замкнутых беговых дорожек внутреннего и наружного кулачков и

от используемой кинематической схемы (у передачи, изображенной на рис. 1 $i = 1 + Z_3/Z_1$).

Каждое из промежуточных тел (роликов) состоит из трех элементов: стержня и двух втулок, которые имеют возможность вращаться относительно общей оси и, соответственно, друг относительно друга. Каждый из элементов может осуществлять качение без проскальзывания по рабочей поверхности соответствующего элемента ППТК, что снижает потери мощности на скольжение и повышает КПД [7].

В моделях передач (рис. 2) беговые дорожки и пазы представлены в виде кривых, промежуточные тела качения – в виде точек пересечения этих кривых.

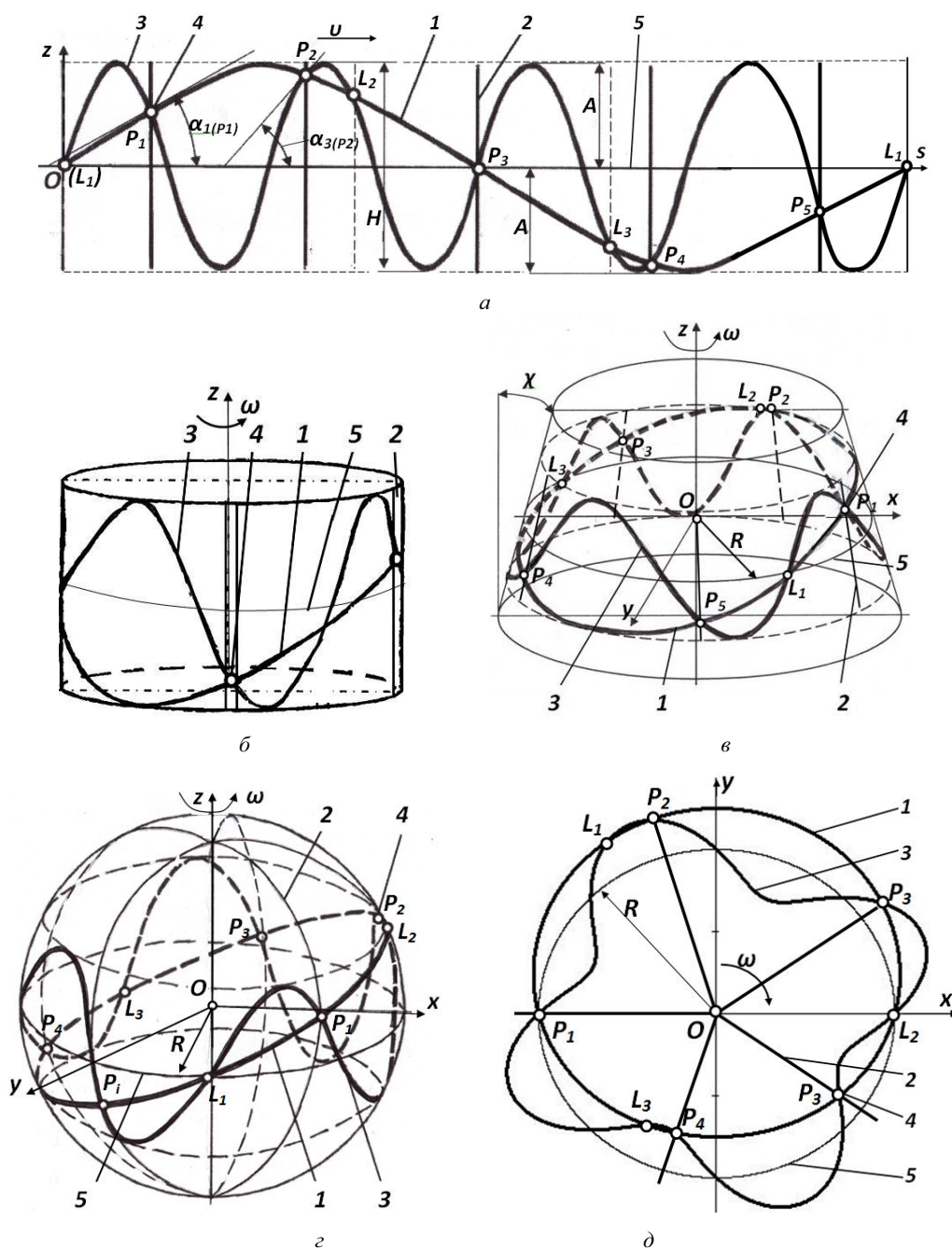


Рис. 2. Развертка центральных кривых на плоскость (а) и модели ППТК цилиндрического (б), конического (в), сферического (z) и плоского (д) типов: 1, 3 – периодические кривые (беговые дорожки) и 2 – пазы, связанные со звеньями 1, 3 и 2 соответственно; 4 – точки пересечения кривых (центры тел качения); 5 – средняя линия (окружность)

Тип передачи (цилиндрический, плоский, сферический, конический и др.) определяется видом поверхности, на которой расположены траектории движения центров масс тел качения, образуемые в процессе работы ППТК. Замкнутые периодические кривые 1 и 3 (центровые кривые) являются центровыми профилями составных кулачков 1 и 3 соответственно (рис. 1). Точки 4 пересечения кривых 1 и 3 совпадают с центрами масс тел качения. Эти точки делятся на две группы: точки пересечения P_1, P_2, \dots, P_n , в которых углы подъема центровых кривых α_1 и α_3 имеют разные знаки, и точки пересечения L_1, L_2, \dots, L_k , в которых эти углы имеют одинаковые знаки. Линии 2, расположенные в плоскостях, проходящих через ось Oz с постоянным угловым шагом, являются траекториями центров масс тел качения в относительном движении вдоль пазов сепаратора. В представленных моделях не учитываются размеры тел в плоскости xOy (толщина кулачков и сепаратора и высота роликов). Средняя линия 5 является окружностью с радиусом R . Дуговая координата s отсчитывается вдоль средней линии и изменяется от 0 до $2\pi R$.

На развертке центровых кривых на плоскость (рис. 2, а) средняя линия является отрезком прямой (s – абсцисса). Развертка каждой из кривых (1 и 3) будет описываться функцией $f_j(s)$ в системе координат sOz . Элементы 1, 2 и 3 передачи (рис. 1) и соответствующие кривые в моделях (рис. 2, б-д) могут вращаться относительно оси Oz с угловыми скоростями ω_j ($j = 1 \dots 3$). На развертке (рис. 2, а) эти вращения будут соответствовать линейным перемещениям вдоль оси Oz со скоростями v_j . Центры масс тел качения, совпадающие с точками пересечения 4 центровых кривых соответствующей группы, движутся согласованно, вынуждая ведомое звено (1, 2 или 3) перемещаться с определенной скоростью.

Угловые расстояния между точками пересечения центровых кривых одной группы (в плоскости, перпендикулярной оси передачи) постоянны [8]. В качестве уравнений разверток центровых кривых могут использоваться уравнения синусоид, кусочно-винтовых, циклоидальных и других кривых [9].

По функциональному назначению рассматриваемые группы передач могут образовывать механизмы редукторов, мультипликаторов, дифференциалов, механизмы преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное движение. Для передач с одной степенью свободы возможна реализация шести основных кинематических схем (табл. 1).

По конструктивному исполнению ППТК с коаксиальным расположением звеньев (цилиндрического, сферического и конического типов) можно разделить на три вида (табл. 2).

С учетом равенства амплитуд центровых кривых существуют передачи с постоянным мгновенным передаточным отношением ($A_1 = A_3$) и механизмы прерывистого действия ($A_1 \neq A_3$).

По виду замыкания высших кинематических пар, образуемых телами качения и основными деталями

ППТК, подразделяются на передачи с геометрическим и кинематическим замыканиями. При силовом замыкании (эксцентриковые передачи) нагрузочная способность снижается вдвое, т. к. половина тел качения не передает нагрузку, а совершает холостой ход. При геометрическом замыкании элементы тел качения движутся по беговым дорожкам и контактируют поочередно с двумя их сторонами. При этом увеличиваются требования к точности изготовления деталей передачи и ее сборки.

Таблица 1. Кинематические схемы ППТК

Кинематическая схема	Ведущее звено	Ведомое звено	Остановленное звено	Передаточное отношение
1	1	2	3	$i_{12}^{(3)} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1}$
2	1	3	2	$i_{13}^{(2)} = -\frac{Z_3}{Z_1}$
3	2	1	3	$i_{21}^{(3)} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$
4	2	3	1	$i_{23}^{(1)} = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3}$
5	3	1	2	$i_{31}^{(2)} = -\frac{Z_1}{Z_3}$
6	3	2	1	$i_{32}^{(1)} = 1 + \frac{Z_1}{Z_3}$

Таблица 2. Конструктивные исполнения секции ППТК

Конструктивная схема	Внутреннее звено	Промежуточное звено	Наружное звено
1	1(3)	2	3(1)
2	1(3)	3(1)	2
3	2	1(3)	3(1)

ППТК подразделяются на одно- и многоступенчатые (при последовательном соединении секций), на одно- и многосекционные (при параллельном соединении секций). По виду тел качения передачи бывают шариковые и роликовые.

Центровые кривые и их свойства

Исследование свойств центровых кривых и точек их пересечения (в частности, однопериодной и многопериодной кривых) – один из основных вопросов в теории ППТК. В [10] доказано существование двух групп точек пересечения двух синусоидальных кривых, расположенных на цилиндрической поверхности. Также доказано постоянство расстояния точками пересечения (в пределах группы) вдоль оси абсцисс при перемещении одной синусоиды относительно другой вдоль этой оси на развертке кривых на плоскость (рис. 2, а). Это соответствует постоянству углового шага между точками пересечения кривых при повороте цилиндрической поверхности с одной кривой относительно другой (рис. 2, б). В [11] приводятся доказательства для кусочно-винтовых кривых, т. е. для кривых, являющихся сочетанием восходящих и нисходящих отрезков прямых (на плоской развертке). Авторами работ [12, 13] делается заключение о возможности переноса дан-

ных свойств на другие виды кривых, в общем же случае задача не была решена.

Рассмотрим класс функций $f(s)$, определенных и непрерывных на отрезке $[0; 2\pi R]$, $R > 0$, удовлетворяющих условию симметрии относительно точки, имеющей абсциссу, равную πR (относительно середины указанного интервала), и условию равенства значений функции в начале и конце интервала $[0; 2\pi R]$:

$$f(\pi R - s) = -f(\pi R + s); f(0) = f(2\pi R). \quad (1)$$

Данные функции можно рассматривать как периодические (однопериодные) с периодом, равным $2\pi R$ на всей числовой прямой. Условие периодичности будет иметь вид $f(s) = f(s + 2\pi R \cdot i)$, $i \in \mathbb{Z}$.

Из условий (1) следует, что $\forall s \in [0, 2\pi R]$:

$$\begin{aligned} f(s) &= -f(2\pi R - s); f(\pi R) = 0; \\ f(0) &= f(2\pi R) = 0. \end{aligned}$$

Добавим к условию $2\pi R$ -периодичности функций данного класса также условие симметрии графика данной функции на отрезке $[0; \pi R]$ относительно прямой, параллельной оси ординат и проходящей через точку с абсциссой $s = \pi R/2$, а на отрезке $[\pi R; 2\pi R]$ – относительно прямой, параллельной оси ординат и проходящей через точку с абсциссой $s = 3\pi R/2$. Это условие симметрии с учетом периодичности на всей числовой прямой записывается как $f(s) = f(2\pi R \cdot i + \pi R - s)$.

Таким образом, функции описанного выше класса представляют собой множество автоморфных [14] функций относительно семейства преобразований $\Gamma = \{ T_1(s) = s + 2\pi R \cdot i, T_2(s) = 2\pi R \cdot i + \pi R - s, i \in \mathbb{Z} \}$.

Несложно показать, что эти преобразования образуют группу, поскольку

$$T_1^{-1}(s) = s - 2\pi R \cdot i = s + 2\pi R \cdot k \in \Gamma(i, k \in \mathbb{Z});$$

$$T_2^{-1}(s) = \pi R \cdot (2 \cdot i + 1) - s \in \Gamma(i \in \mathbb{Z});$$

$$\begin{aligned} T_1 \circ T_2 &= (\pi R \cdot (2 \cdot i + 1) - s) + 2\pi R \cdot i = 4\pi R \cdot i + \pi R - s = \\ &= \pi R \cdot (2 \cdot k + 1) - s \in \Gamma(i, k \in \mathbb{Z}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_2 \circ T_1 &= \pi R \cdot (2 \cdot i + 1) - (s + 2\pi R \cdot k) = 2\pi R \cdot (i - k) + \\ &+ \pi R - s = \pi R \cdot (2 \cdot l + 1) - s \in \Gamma(i, k, l \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

В качестве примера функции автоморфной относительно группы преобразований такого типа можно привести функцию $f(s) = \sin(s)$, которая автоморфна относительно группы преобразований $s + 2\pi i, 2\pi i + \pi - s$.

Рассмотрим также многопериодную периодическую функцию вида $f(Z \cdot s)$, определенную на всей числовой прямой, где Z – число периодов функции, помещающихся на интервале $[0; 2\pi R]$, ($Z \in \mathbb{N}$). Пе-

риод такой функции будет равен $2\pi R/Z$. Необходимо определить координаты точек пересечения графиков функций $z = f(s)$ и $z = f(Z \cdot s)$ на интервале $[0; 2\pi R]$.

Таким образом, требуется решить уравнение

$$f(s) = f(Z \cdot s). \quad (2)$$

Известно [15], что если функция $f(x)$ инвариантна относительно группы преобразований Γ , то решения совокупности уравнений $g(x) = T_k(h(x))$ ($T_k \in \Gamma, k = 1, 2$) будут также решениями уравнения $f(g(x)) = f(h(x))$.

Отсюда следует, что решениями уравнения (2.2) будут решения совокупности уравнений:

$$\begin{cases} s = Z \cdot s + 2\pi R \cdot i, \\ s = 2\pi R \cdot k + \pi R - Z \cdot s, \end{cases} \quad i, k \in \mathbb{Z}.$$

Эти решения имеют вид

$$\begin{cases} s = \frac{2\pi R \cdot i}{1 - Z}, \\ s = \frac{\pi R \cdot (2 \cdot k + 1)}{1 + Z}, \end{cases} \quad i, k \in \mathbb{Z}.$$

Определим количество решений уравнения (2.2) на интервале $[0; 2\pi R]$:

$$0 \leq \frac{2\pi R \cdot i}{1 - Z} < 2\pi R,$$

$$2\pi R - 2\pi R \cdot Z < 2\pi R \cdot i \leq 0,$$

$$1 - Z < i \leq 0, \quad i = \overline{2 - Z, 0}. \quad (3)$$

Таким образом, первой ветви решений соответствует $Z - 1$ точек пересечения графиков функций.

Для второй ветви решений:

$$0 \leq \frac{\pi R \cdot (2 \cdot k + 1)}{Z + 1} < 2\pi R,$$

$$0 \leq \pi R \cdot (2 \cdot k + 1) < 2\pi R \cdot Z + 2\pi R,$$

$$0 \leq 2 \cdot k + 1 < 2 \cdot Z + 2, \quad -1 \leq 2 \cdot k < 2 \cdot Z + 1,$$

$$-\frac{1}{2} \leq k < Z + \frac{1}{2}, \quad k = \overline{0, Z}. \quad (4)$$

Второй ветви решений совокупности соответствует $Z + 1$ точек пересечения графиков функций.

Изучим поведение семейств решений в случае параллельного переноса кривой $z = f(s)$ вправо вдоль оси Ox . Такому преобразованию соответствует вид функции $z = f(s - b)$, $b > 0$. Аналогично получаем, что решения уравнения $f(s - b) = f(Z \cdot s)$ будут иметь вид

$$\begin{cases} s - b = Z \cdot s + 2\pi R \cdot i, \\ s - b = 2\pi R \cdot k + \pi R - Z \cdot s, \end{cases} \quad i, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} s = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot i}{1-Z} + \frac{b}{1-Z}, \\ s = \frac{\pi \cdot R \cdot (2 \cdot i + 1)}{Z+1} + \frac{b}{Z+1}, \end{cases} \quad i, k \in \mathbb{Z}. \quad (5)$$

Установлены следующие свойства полученных семейств решений. Для каждой из групп расстояние между соседними точками, измеренное вдоль оси абсцисс, является постоянной величиной, равной для первого семейства решений $2 \cdot \pi \cdot R / (Z - 1)$, для второго $- 2 \cdot \pi \cdot R / (Z + 1)$. При движении кривой $z = f(s)$ вдоль оси O_s в положительном направлении точки первого семейства движутся в противоположном направлении с коэффициентом замедления, равным по абсолютной величине $1/(Z - 1)$, точки второго семейства движутся в попутном направлении с коэффициентом замедления $1/(Z + 1)$. При разработке ППТК целесообразно использовать группу точек пересечения ветвей кривых с углами подъема, имеющими разные знаки, т. к. при этом создаются лучшие условия клинового взаимодействия и обеспечивается больше потоков в передаче нагрузки.

Разработка экспериментального образца

Сферический тип ППТК является малоисследованным. Он позволяет разрабатывать механизмы,



а



б

Рис. 3. Экспериментальный образец редуктор со сферической ППТК:
а – основные детали и узлы; б – редуктор в сборе

Результаты испытаний подтвердили работоспособность сферической роликовой передачи и постоянство мгновенного передаточного отношения с учетом допустимой кинематической погрешности.

Заключение

Установлено, что центровыми профилями кулачковых поверхностей деталей, образующих беговые дорожки в ППТК, могут быть семейства самых разнообразных кривых, автоморфных относительно указанных преобразований и удовлетворяющих следующим условиям: строгая монотонность, определенность и непрерывность на интервале $[0; 2\pi R/Z]$, $R > 0$, $Z \in \mathbb{N}$; симметрия относительно середины указанного интервала; равенство значений функций в начале и конце этого интервала. Полученные условия позволяют осуществлять синтез кулачковых поверхностей, обеспечивающих заданные кинематические и силовые характеристики передачи. Результаты стендовых испытаний экспериментального образца редуктора подтвердили посто-

имеющие компоновочные преимущества и позволяющие совмещать в единой структуре редуцирующий узел и сферический шарнир [16].

Теоретического подтверждения постоянства мгновенного передаточного отношения для сферических ППТК получено не было, однако справедливость приведенных выше формул обосновывалось принципами гомеоморфизма и результатами кинематического анализа компьютерных моделей передач в системе Siemens NX. Для практического подтверждения применимости созданной теории для сферических передач был разработан редуктор с составными роликами и передаточным отношением $i = 5$. Особенности конструкции механизма являются: два встроенных карданных шарнира, что позволяет плавно изменять угол между осями входного и выходного валов в процессе работы редуктора; возможность регулировки положения корпуса редуктора относительно его лап для снижения неравномерности вращения; конструкция внутреннего кулачка позволяет изменять амплитуду центровых кривых, что позволяет оценить КПД передач при различных геометрических параметрах беговых дорожек. Экспериментальный образец (рис. 3) прошел испытания на лабораторном стенде.

явно мгновенного передаточного отношения сферических ППТК.

Библиографические ссылки

1. Industrial Gearbox and Gear Motors: European Manufacturers Are Challenged by Intense Competition and Low Margins, Finds Frost & Sullivan [Электронный ресурс]. – Frost & Sullivan Press Release. – Published 19.06.2012. – URL: <http://www.frost.com/prod/servlet/press-releaseprint.pag?docid=262010347> (дата доступа: 14.01.2013).
2. Лустенков М. Е., Фитцова Е. С. Исследование рынка редукторов в Республике Беларусь // История, философия, политика, право: науч. тр. преподавателей гуманитар. дисциплин. – Могилев: БИП, 2012. – С. 74–78.
3. Официальный сайт по государственным закупкам [Электронный ресурс] / Национальный центр маркетинга и конъюнктуры цен. Респ. Беларусь, 2014. – URL: <http://www.icetrade.by> (дата доступа: 05.05.2014).
4. Становской В. В., Ремнева Т. А., Казакевичус С. М. Передачи со свободными телами качения, обзор патентной литературы // Прогрессивные зубчатые передачи : сб. науч. тр. – Новоуральск : Изд-во НГТИ, 2003. – С. 61–94.

5. *Игнатицев Р. М.* Синусошариковые редукторы. – Минск : Выш. шк., 1983. – 107 с. : ил.
6. *Пашкевич М. Ф., Геращенко В. В.* Планетарные шариковые и роликовые редукторы и их испытания. – Минск : БелНИИНТИ, 1992. – 248 с. : ил.
7. *Lustenkov M. E.* Strength calculations for cylindrical transmissions with compound intermediate rolling elements // Int. J. of Mechanisms and Robotic Systems. – 2015. – Vol.2. – No.2. – Pp.111 – 121.
8. *Игнатицев Р. М.* Указ. соч.
9. *Пашкевич М. Ф., Геращенко В. В.* Указ. соч.
10. *Игнатицев Р. М.* Указ. соч.
11. *Пашкевич М. Ф., Геращенко В. В.* Указ. соч.
12. *Игнатицев Р. М.* Указ. соч.
13. *Пашкевич М. Ф., Геращенко В. В.* Указ. соч.
14. *Форд Л. Р.* Автоморфные функции. – М. ; Л. : ОНТИ, 1936. – 340 с.
15. *Сильвестров В. В.* Автоморфные функции – обобщение периодических функций // Соросовский образовательный журнал. – 2000. – Т. 6. – № 3. – С. 124–127.
16. *Фитцова Е. С.* Редукторный механизм на основе сферической роликовой передачи // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2015. – № 4 (49). – С. 79–87.

M. E. Lustenkov, DSc in Engineering, Associate Professor, Belarusian-Russian University

Gears with Intermediate Rolling Bodies: Elements of Theory and Classification

The article investigates the mechanical transmission, in which the load is transmitted through the intermediate rolling bodies. Axes (centers of mass) of rolling bodies are not fixed on a common base and are able to move relatively to each other. The models of transmissions are given, in which race tracks are presented in the form of closed periodic curve lines (pivot profiles of cam surfaces); and the rolling elements are the points of intersection of these curves. The requirements of pivot profiles to ensure consistency of the instantaneous transmission ratio are established. The classification of this group of mechanisms is developed. As an example of the practical implementation of the results of theoretical studies, the design of the developed experimental prototype transmission of the spherical type is examined.

Keywords: mechanical transmission, speed reducer, rolling body, race track, cam, separator.

Получено: 28.11.16