

*В. Н. Сызранцев, доктор технических наук, профессор*

*А. А. Пазяк, старший преподаватель*

*Тюменский индустриальный университет*

*Л. А. Черная, кандидат технических наук, доцент*

*МГТУ им. Н. Э. Баумана, г. Москва*

## АНАЛИЗ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПОЛУОБКАТНОЙ ПЛОСКОКОНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ С ПРОДОЛЬНОЙ ЛОКАЛИЗАЦИЕЙ КОНТАКТА

*Рассматривается рабочее зацепление полуобкатной плоскооконической передачи, являющейся основой новой гаммы соосных приводов нефтегазового оборудования. Получены зависимости для расчета точек активной действующей линии (рабочей линии) в зацеплении полуобкатной плоскооконической передачи с продольной локализацией контакта. Проанализировано влияние на положение рабочих линий погрешностей взаимного расположения колеса и шестерни в корпусе передачи.*

**Ключевые слова:** соосный редуктор, полуобкатная плоскооконическая передача, бочкообразные зубья, линии контакта, многопарный контакт.

В работе [1] рассмотрена прямозубая полуобкатная плоскооконическая передача, на основе которой могут быть разработаны приводы нефтегазового оборудования [2–4] с малыми радиальными габаритами, высоким КПД, малым моментом страгивания и, вследствие многопарности контакта зубьев, имеющие высокую нагрузочную способность. Преимущества новых приводов особенно важны при их эксплуатации в суровых условиях. Схема плоскооконической передачи представлена на рис. 1.

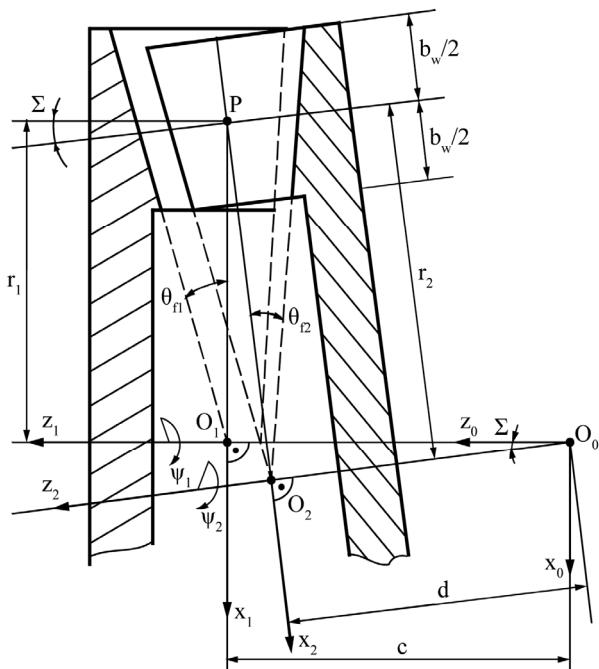


Рис. 1. Схема плоскооконической передачи

Выполненные в работе [5] исследования геометрических характеристик полуобкатной прямозубой плоскооконической передачи показали, что касание поверхностей зубьев колеса и шестерни в зацеплении осуществляется по линии. В то же время, вследствие погрешностей изготовления зубьев, погрешностей положения колеса и шестерни в корпусе редуктора,

контактных и изгибных деформаций зубьев, в передаче возникает кромочный контакт зубьев и высокая концентрация нагрузки по длине контактных линий, что, в конечном итоге, снижает несущую способность передачи и ресурс ее работы.

Для исключения «выхода» в исследуемой передаче пятна контакта на кромку зуба в работе [6] рассмотрен способ локализации контакта в продольном его направлении путем модификации поверхности зуба колеса.

Следуя работе [7], поверхность зуба шестерни является огибающей в однопараметрическом движении поверхности зуба колеса, нарезаемого методом копирования при единичном делении. Производящей поверхностью является боковая поверхность прямого зуба колеса (плоскость). Математическое описание поверхности зуба шестерни в системе координат  $S_1(x_1, y_1, z_1)$ , жестко с ней связанный в процессе формообразования, имеет вид [8]:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cdot \cos \phi_1 + B_1 \cdot \sin \phi_1; \quad y_1 = -A_1 \cdot \sin \phi_1 + B_1 \cdot \cos \phi_1; \\ z_1 &= \sin \Sigma \cdot (f_3 \cdot \sin \phi_2 - f_1 \cdot \cos \phi_2) + \cos \Sigma \cdot (f_2 + d) - c; \quad (1) \\ \phi_2 &= \arcsin \left[ -C_\phi (\sqrt{A_\phi^2 + B_\phi^2})^{-1} \right] - \xi \quad (\text{уравнение станочного зацепления}). \end{aligned}$$

Здесь обозначено:

$$A_1 = \cos \Sigma \cdot (f_1 \cdot \cos \phi_2 - f_3 \cdot \sin \phi_2) + \sin \Sigma \cdot (f_2 + d);$$

$$B_1 = f_3 \cdot \sin \phi_2 - f_1 \cdot \cos \phi_2;$$

$$f_1 = u_1 \cdot \cos \theta_{f2} - h_1 \cdot \sin \theta_{f2} \cdot \cos \alpha - r_2;$$

$$f_2 = u_1 \cdot \sin \theta_{f2} + h_1 \cdot \cos \theta_{f2} \cdot \cos \alpha;$$

$$f_3 = t - h_1 \cdot \sin \alpha; \quad c = r_1 \cdot (i - \cos \Sigma) \cdot (\sin \Sigma)^{-1};$$

$$d = r_1 \cdot (i \cdot \cos \Sigma - 1) \cdot (\sin \Sigma)^{-1};$$

$$A_\phi = \sin \alpha \cdot \sin \Sigma \cdot (u_1 + d \cdot \sin \theta_{f2} - r_2 \cdot \cos \theta_{f2});$$

$$B_\phi = -\sin \Sigma \cdot (f_2 \cdot \cos \alpha - f_3 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \theta_{f2} + d \cdot \cos \alpha);$$

$$C_\phi = (i^{-1} - \cos \Sigma) \cdot (f_1 \cdot \cos \alpha + f_3 \cdot \sin \theta_{f2} \cdot \cos \alpha),$$

угол  $\xi$  определяется на основе значений его тригонометрических функций:

$$\sin \xi = B_\phi \cdot \left( \sqrt{A_\phi^2 + B_\phi^2} \right)^{-1}; \cos \xi = A_\phi \cdot \left( \sqrt{A_\phi^2 + B_\phi^2} \right)^{-1};$$

$r_1, r_2$  – среднее конусное расстояние шестерни и колеса;  $\Sigma$  – межосевой угол в передаче;  $\theta_{f2}$  – угол ножки зуба колеса;  $\alpha$  – угол профиля;  $u_1$  и  $h_1$  – линейные координаты, соответственно, по длине и по профилю зуба шестерни;  $t$  – половина толщины зуба колеса;  $c$  и  $d$  – геометрические параметры (рис. 1);  $\phi_1$  и  $\phi_2$  – углы поворота шестерни и колеса в станочном зацеплении:

$$\phi_1 = \phi_2 \cdot i, \quad i = z_2^*/z_1^*, \quad (2)$$

где  $i$  – передаточное отношение цепи обката станка;  $z_2^*$  – число зубьев колеса;  $z_1^*$  – число зубьев шестерни.

При нарезании прямого зуба колеса прямолинейная кромка резца, точкой которой (рис. 2) в системе координат  $S_p(x_p, y_p, z_p)$  задаются параметром  $h_2$ , перемещается параллельно проекции конуса впадин в плоскости  $z_2O_2x_2$  [9] на величину  $u_2$ . В работе [10]

предложен способ модификации поверхности зуба колеса, заключающийся в том, что при перемещении резца на величину  $u_2$  он одновременно перемещается по оси  $z_p$  (рис. 2) на некоторую величину, определяемую функцией  $\Delta(u_2)$ , обеспечивающей движение резца по траектории в виде эллипса:

$$\Delta(u_2) = a \cdot \cos \chi_p \{ \cos [\vartheta(u_2)] - \cos \vartheta_p \} + b \cdot \sin \chi_p \{ \sin [\vartheta(u_2)] - \sin \vartheta_p \}, \quad (3)$$

где  $a, b$  – малая и большая полуоси эллипса;  $\vartheta_p$  – угол, нулевое значение которого обеспечивает симметричный вид зависимости  $\Delta(|u_2|)$ , а при  $\vartheta_p \neq 0$  зависимость  $\Delta(u_2)$  становится несимметричной относительно  $u_2 = 0$ ;  $\chi_p$  – угол, рассчитываемый по формуле

$$\chi_p = \arctg(a \cdot \operatorname{tg} \vartheta_p / b); \quad (4)$$

$\vartheta(u_2)$  – угол, определяющий точку касания эллипса с прямой, параллельной проекции образующей конуса впадин.

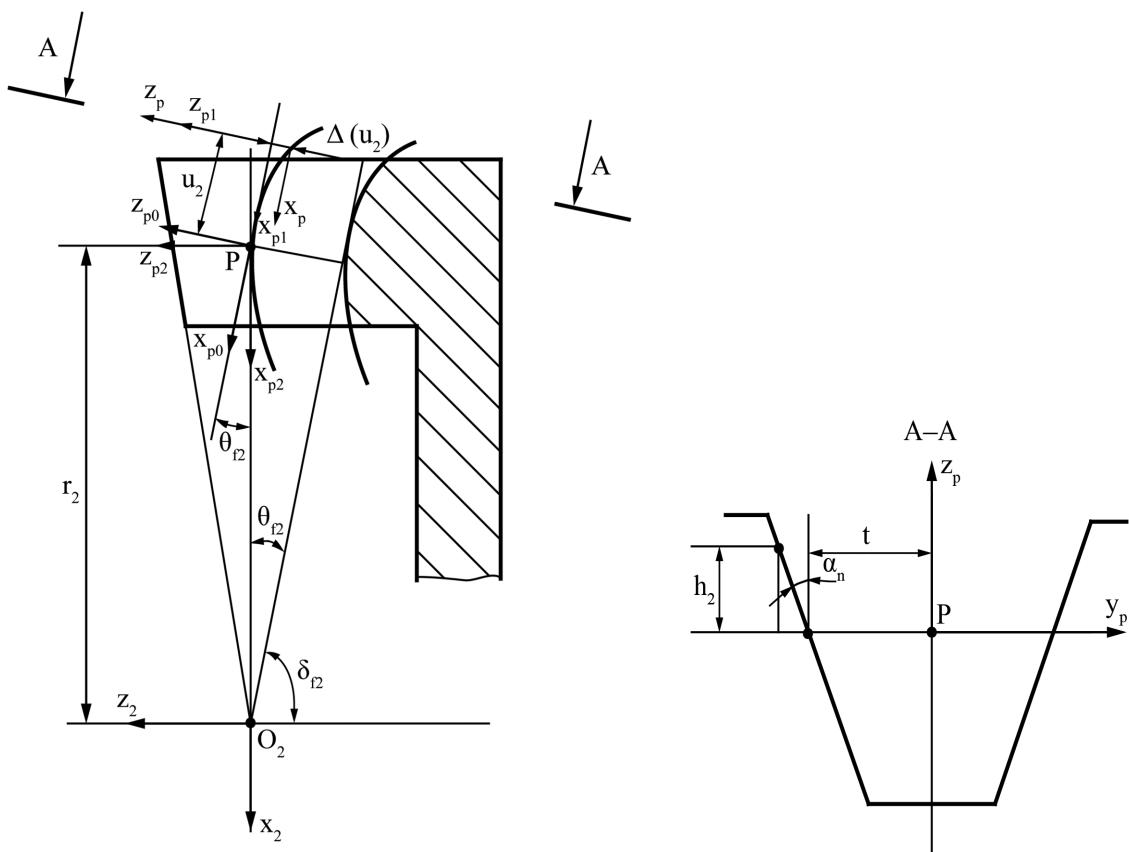


Рис. 2. Расчетная схема

Выражение для  $\vartheta(u_2)$  имеет вид

$$\vartheta(u_2) = \arcsin \frac{u_2 + b \cdot \cos \chi_p \sin \vartheta_p - a \cdot \sin \chi_p \cdot \cos \vartheta_p}{\sqrt{(a \cdot \sin \chi_p)^2 + (b \cdot \cos \chi_p)^2}} - \xi_u; \quad (5)$$

здесь  $\xi_u$  – вспомогательный угол, вычисляемый по значениям его тригонометрических функций:

$$\begin{aligned} \sin \xi_u &= \frac{-a \cdot \sin \chi_p}{\sqrt{(a \cdot \sin \chi_p)^2 + (b \cdot \cos \chi_p)^2}}; \\ \cos \xi_u &= \frac{b \cdot \cos \chi_p}{\sqrt{(a \cdot \sin \chi_p)^2 + (b \cdot \cos \chi_p)^2}}. \end{aligned} \quad (6)$$

В расчетной точке  $P$  зуба колеса эта функция (при  $u_2 = 0$ ) равна нулю, а при изменении параметра  $u_2$  как в сторону положительных, так и отрицательных значений функция  $\Delta(u_2)$  плавно возрастает. В результате такого движения режущей кромки зуб колеса приобретает бочкообразную форму. Проекции  $x_2, y_2, z_2$  радиуса-вектора зуба колеса с продольной модификацией в системе координат  $S_2(x_2, y_2, z_2)$ , жестко связанной с колесом, получены в виде

$$\begin{aligned} x_2 &= \sin \theta_{f2} [\Delta(u_2) - h_2] - u_2 \cdot \cos \theta_{f2} - r_2; \\ y_2 &= -(t + h_2 \cdot \sin \alpha); \\ z_2 &= -\cos \theta_{f2} [\Delta(u_2) - h_2] - u_2 \cdot \sin \theta_{f2}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $u_2$  и  $h_2$  – линейные координаты, соответственно, по длине и по профилю зуба колеса.

Проекции координат  $m_{l_x}, m_{l_y}, m_{l_z}$  орта нормали  $\bar{m}_l$  поверхности прямого зуба шестерни в системе координат  $S_1(x_1, y_1, z_1)$  описываются формулами [11]

$$\begin{aligned} m_{l_x} &= -\sin \theta_{f2} \cdot \sin \alpha_n \cdot (\cos \phi_1 \cdot \cos \Sigma \cdot \cos \phi_2 + \sin \phi_1 \cdot \sin \phi_2) + \\ &\quad + \cos \alpha_n \cdot (-\cos \phi_1 \cdot \cos \Sigma \cdot \sin \phi_2 + \sin \phi_1 \cdot \cos \phi_2) + \\ &\quad + \cos \theta_{f2} \cdot \sin \alpha_n \cdot \cos \phi_1 \cdot \sin \Sigma; \\ m_{l_y} &= -\sin \theta_{f2} \cdot \sin \alpha_n \cdot (-\sin \phi_1 \cdot \cos \Sigma \cdot \cos \phi_2 + \cos \phi_1 \cdot \sin \phi_2) + \\ &\quad + \cos \alpha_n \cdot (\sin \phi_1 \cdot \cos \Sigma \cdot \sin \phi_2 + \cos \phi_1 \cdot \cos \phi_2) - \\ &\quad - \cos \theta_{f2} \cdot \sin \alpha_n \cdot \sin \phi_1 \cdot \sin \Sigma; \\ m_{l_z} &= \sin \theta_{f2} \cdot \sin \alpha_n \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \phi_2 + \cos \alpha_n \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \phi_2 + \\ &\quad + \cos \theta_{f2} \cdot \sin \alpha_n \cdot \cos \Sigma. \end{aligned} \quad (8)$$

Проекции  $m_{2x}, m_{2y}, m_{2z}$  орта нормали  $\bar{m}_2$  модифицированной поверхности зуба колеса (7) в системе координат  $S_2(x_2, y_2, z_2)$  имеют вид [12]:

$$\begin{aligned} m_{2x} &= -\frac{\sin \alpha_n \cdot [\cos \theta_{f2} \cdot \Delta'(u_2) + \sin \theta_{f2}]}{\sqrt{\sin^2 \alpha_n \left\{ [\Delta'(u_2)]^2 + 1 \right\} + \cos^2 \alpha_n}}, \\ m_{2y} &= \frac{\cos \alpha}{\sqrt{\sin^2 \alpha_n \left\{ [\Delta'(u_2)]^2 + 1 \right\} + \cos^2 \alpha_n}}; \\ m_{2z} &= -\frac{\sin \alpha_n \cdot [\sin \theta_{f2} \cdot \Delta'(u_2) - \cos \theta_{f2}]}{\sqrt{\sin^2 \alpha_n \left\{ [\Delta'(u_2)]^2 + 1 \right\} + \cos^2 \alpha_n}}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta'(u_2) &= a \cdot \cos \chi_p \times \\ &\times \left[ \frac{-e_c(p+u_2) + \sqrt{[e_c(p+u_2)]^2 - n[(p+u_2)^2 - k_c]}}{n} - \cos \vartheta_p \right] + \\ &+ b \cdot \sin \chi_p \times \\ &\times \left[ \frac{-e_s(p+u_2) + \sqrt{[e_s(p+u_2)]^2 - n[(p+u_2)^2 - k_s]}}{n} \left( \frac{\vartheta_p}{|\vartheta_p|} \right) - \sin \vartheta_p \right]; \end{aligned} \quad (10)$$

$$e_c = a \cdot \sin \chi_p; k_c = b^2 \cdot \sin \chi_p; e_s = b \cdot \cos \chi_p;$$

$$k_s = a^2 \cdot \sin^2 \chi_p; n = a^2 \cdot \sin^2 \chi_p + b^2 \cdot \cos^2 \chi_p;$$

$$p = b \cdot \cos \chi_p \sin \vartheta_p - a \cdot \sin \chi_p \cos \vartheta_p.$$

В плоскоконической передаче (рис. 1) могут иметь место по крайней мере три погрешности взаимного расположения: смещение шестерни вдоль оси вращения ( $\Delta_1$ ), смещение колеса вдоль оси вращения ( $\Delta_2$ ) и погрешность углового положения осей вращения колеса и шестерни ( $\Delta_\Sigma$ ). В этом случае, следуя рис. 1, значение параметров  $c, d$  и  $\Sigma$  скорректируем на величину погрешностей:

$$c^* = c + \Delta_1; \quad d^* = d + \Delta_2; \quad \Sigma^* = \Sigma + \Delta_\Sigma. \quad (11)$$

На основании построений рис. 1 определим элементы матрицы перехода  $\tilde{A}_{12}$  от системы координат  $S_2(x_2, y_2, z_2)$  к системе координат  $S_1$ :

$$\begin{aligned} b_{11} &= \cos \psi_1 \cdot \cos \Sigma^* \cdot \cos \psi_2 + \sin \psi_1 \cdot \sin \psi_2; \\ b_{12} &= -\cos \psi_1 \cdot \cos \Sigma^* \cdot \sin \psi_2 + \sin \psi_1 \cdot \cos \psi_2; \\ b_{13} &= \cos \psi_1 \cdot \sin \Sigma^*; \quad b_{14} = d^* \cdot \cos \psi_1 \cdot \sin \Sigma^*; \\ b_{21} &= -\sin \psi_1 \cdot \cos \Sigma^* \cdot \cos \psi_2 + \cos \psi_1 \cdot \sin \psi_2; \\ b_{22} &= \sin \psi_1 \cdot \cos \Sigma^* \cdot \sin \psi_2 + \cos \psi_1 \cdot \cos \psi_2; \\ b_{23} &= -\sin \psi_1 \cdot \sin \Sigma^*; \quad b_{24} = -d^* \cdot \sin \psi_1 \cdot \sin \Sigma^*; \\ b_{31} &= -\sin \Sigma^* \cdot \cos \psi_2; \quad b_{32} = \sin \Sigma^* \cdot \sin \psi_2; \quad b_{33} = \cos \Sigma^*; \\ b_{34} &= d^* \cdot \cos \Sigma^* - c^*; \quad b_{41} = b_{42} = b_{43} = 0; \quad b_{44} = 1, \end{aligned} \quad (12)$$

где углы  $\psi_1$  и  $\psi_2$  определяют поворот, соответственно, шестерни и колеса вокруг своих осей вращения в передаче.

Если передача является сопряженной, то передаточное отношение в ней постоянное и равное

$$i^* = \psi_1 / \psi_2 = z_2^* / z_1^* .$$

Из теории зубчатых зацеплений [13] следует, что матрица  $\tilde{A}_{12}$  описывает относительное движение, если известна зависимость:

$$\psi_2 = \psi_2(\psi_1) . \quad (13)$$

В том случае, когда погрешности  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  и  $\Delta_\Sigma$  равны нулю (отсутствуют), а поверхность зuba колеса не модифицируется в продольном и профильном направлениях, по условиям формообразования зубьев шестерни (1) полуобкатной передачи, закон (13) обеспечивается кинематикой станка и имеет вид  $\psi_2 = \psi_1 / i$ . Если же имеются отличные от нуля погрешности и используется колесо, поверхности зубьев которого имеют продольную модификацию, передача перестает быть сопряженной и закон (13) устанавливается после определения точек касания (контакта) поверхностей зубьев шестерни и зубьев колеса. При фиксированном параметре  $\psi_1 = \text{const}$  точка контакта в передаче, согласно теории зубчатых зацеплений [14], определяется из решения следующей системы уравнений.

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{r}_1(u_1, h_1, \phi_1) = \tilde{A}_{12}(\psi_1, \psi_2) \cdot \tilde{r}_2(u_2, h_2); \\ \tilde{m}_1(\phi_1) = \tilde{A}_{12}(\psi_1, \psi_2) \cdot \tilde{m}_2(u_2); \\ f_1(u_1, h_1, \phi_1) = 0, \end{array} \right\}, \quad (14)$$

где  $\tilde{r}_1$ ,  $\tilde{r}_2$  – матрицы-столбцы, составленные из проекций радиусов-векторов  $\bar{r}_1$  (1),  $\bar{r}_2$  (7);  $\tilde{m}_1$ ,  $\tilde{m}_2$  – матрицы-столбцы, составленные из проекций орта нормали поверхности зuba шестерни (8) и поверхности зuba колеса (9); последним в системе (14) записано уравнение зацепления (1).

В развернутой форме система (14) имеет вид:

$$\begin{aligned} x_1(u_1, h_1, \phi_1) &= b_{11}(\psi_1, \psi_2)x_2(u_2, h_2) + b_{12}(\psi_1, \psi_2)y_2(h_2) + \\ &+ b_{13}(\psi_1)z_2(u_2, h_2) + b_{14}(\psi_1); \\ y_1(u_1, h_1, \phi_1) &= b_{21}(\psi_1, \psi_2)x_2(u_2, h_2) + b_{22}(\psi_1, \psi_2)y_2(h_2) + \\ &+ b_{23}(\psi_1)z_2(u_2, h_2) + b_{24}(\psi_1); \\ z_1(u_1, h_1, \phi_1) &= b_{31}(\psi_1)x_2(u_2, h_2) + b_{32}(\psi_1)y_2(h_2) + \\ &+ b_{33}z_2(u_2, h_2) + b_{34}; \\ m_{1x}(\phi_1) &= b_{11}(\psi_1, \psi_2)m_{2x}(u_2) + b_{12}(\psi_1, \psi_2)m_{2y}(u_2) + \\ &+ b_{13}(\psi_1)m_{2z}(u_2); \\ m_{1y}(\phi_1) &= b_{21}(\psi_1, \psi_2)m_{2x}(u_2) + b_{22}(\psi_1, \psi_2)m_{2y}(u_2) + \\ &+ b_{23}(\psi_1)m_{2z}(u_2); \\ m_{1z}(\phi_1) &= b_{31}(\psi_1)m_{2x}(u_2) + b_{32}(\psi_1)m_{2y}(u_2) + b_{33}m_{2z}(u_2); \\ f_1(u_1, h_1, \phi_1) &= 0 . \end{aligned} \quad (15)$$

В системе (15) имеем семь уравнений, однако не-зависимыми из них являются только шесть, поскольку по условию равенства двух проекции ортов нормалей третья проекция ортов также будет равна вследствие того, что по модулю орты нормалей равны единице. На основании изложенного пятое уравнение системы (15) из рассмотрения исключим. В результате имеем шесть уравнений, неизвестными в которых являются параметры:  $u_1, h_1, \phi_1, u_2, h_2, \psi_1$  и  $\psi_2$  (семь параметров). Для определения точки контакта в зацеплении на основе решения системы (15) необходимо один из параметров зафиксировать, например  $\psi_1 = \text{const}$ . Тогда система уравнений (15) трансформируется к виду

$$\begin{aligned} x_1(u_1, h_1, \phi_1) &= b_{11}(\psi_2) \cdot x_2(u_2, h_2) + b_{12}(\psi_2) \cdot y_2(h_2) + \\ &+ b_{13} \cdot z_2(u_2, h_2) + b_{14}; \\ y_1(u_1, h_1, \phi_1) &= b_{21}(\psi_2) \cdot x_2(u_2, h_2) + b_{22}(\psi_2) \cdot y_2(h_2) + \\ &+ b_{23} \cdot z_2(u_2, h_2) + b_{24}; \\ z_1(u_1, h_1, \phi_1) &= b_{31}(\psi_2) \cdot x_2(u_2, h_2) + b_{32}(\psi_2) \cdot y_2(h_2) + \\ &+ b_{33} \cdot z_2(u_2, h_2) + b_{34}; \\ m_{1x}(\phi_1) &= b_{11}(\psi_2) \cdot m_{2x}(u_2) + b_{12}(\psi_2) \cdot m_{2y}(u_2) + \\ &+ b_{13} \cdot m_{2z}(u_2); \\ m_{1z}(\phi_1) &= b_{31}(\psi_2) \cdot m_{2x}(u_2) + b_{32}(\psi_2) \cdot m_{2y}(u_2) + \\ &+ b_{33} \cdot m_{2z}(u_2); \\ f_1(u_1, h_1, \phi_1) &= 0 . \end{aligned} \quad (16)$$

Решая систему уравнений (16) при  $\psi_1 = \text{const}$ , определим значения параметров  $u_1, h_1, u_2, h_2, \phi_1$  и  $\psi_2$ , которые позволяют по формулам (1) рассчитать значения проекций координат  $x_1, y_1, z_1$  радиуса вектора  $\bar{r}_1$  в системе координат  $S_1(x_1, y_1, z_1)$ , а по зависимостям (7) значения проекций координат  $x_2, y_2, z_2$  радиуса вектора  $\bar{r}_2$  точки контакта в системе координат  $S_2(x_2, y_2, z_2)$ .

Изменяя параметр  $\psi_1$  в пределах углового шага зuba шестерни, после решения системы (16) устанавливаются все точки контакта в зацеплении исследуемой полуобкатной плоскоконической передачи, зубья колеса которой изготовлены с продольной модификацией. Для решения системы (16) в среде MathCAD [15] разработана программа. В качестве примеров по ней расчетов на рис. 3–8 представлены рабочие линии на поверхности зuba шестерни для фаз зацепления  $\psi_1 = -0,172; -0,1; -0,05; 0,0; 0,1; 0,2; 0,265$  полуобкатной плоскоконической передачи имеющей параметры:  $z_1^* = 64$ ,  $z_2^* = 65$ ,  $\Sigma = 2^\circ$ ,  $m_n = 5,0$  мм;  $b_w = 25$  мм.

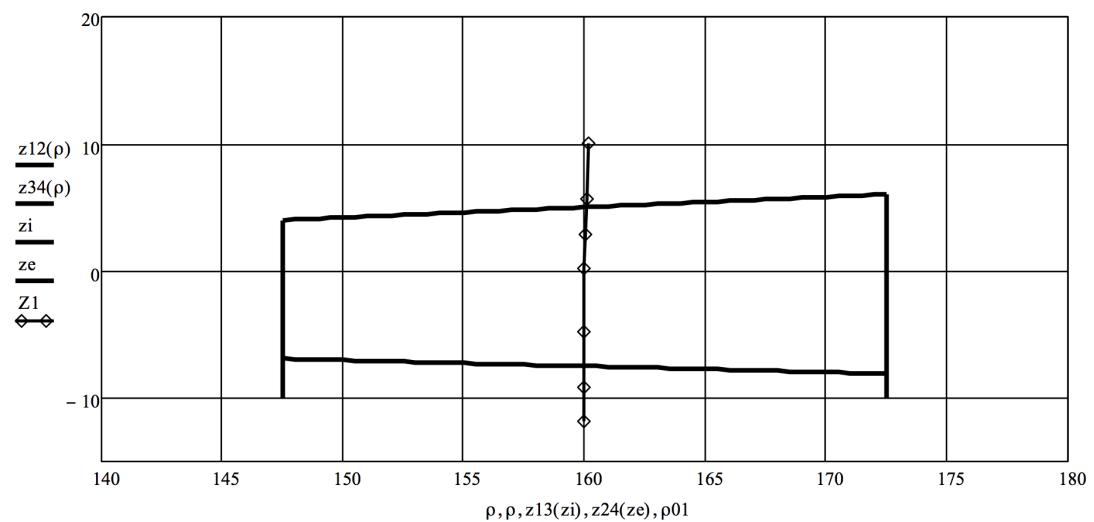


Рис. 3. Рабочая линия на поверхности зуба шестерни  
 $(\chi_p = 0,0; a = 10,0 \text{ мм}; b = 100,0 \text{ мм}; \Delta_1 = 0,0 \text{ мм}; \Delta_2 = 0,0 \text{ мм}; \Delta_{\Sigma} = 0,0)$

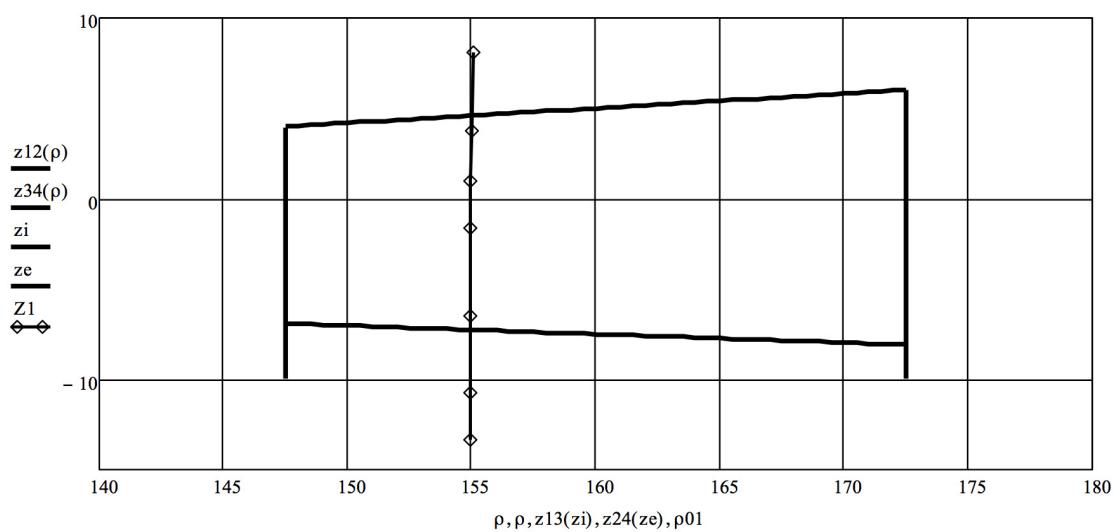


Рис. 4. Рабочая линия на поверхности зуба шестерни  
 $(\chi_p = 0,8; a = 10,0 \text{ мм}; b = 100,0 \text{ мм}; \Delta_1 = 0,0 \text{ мм}; \Delta_2 = 0,0 \text{ мм}; \Delta_{\Sigma} = 0,0)$

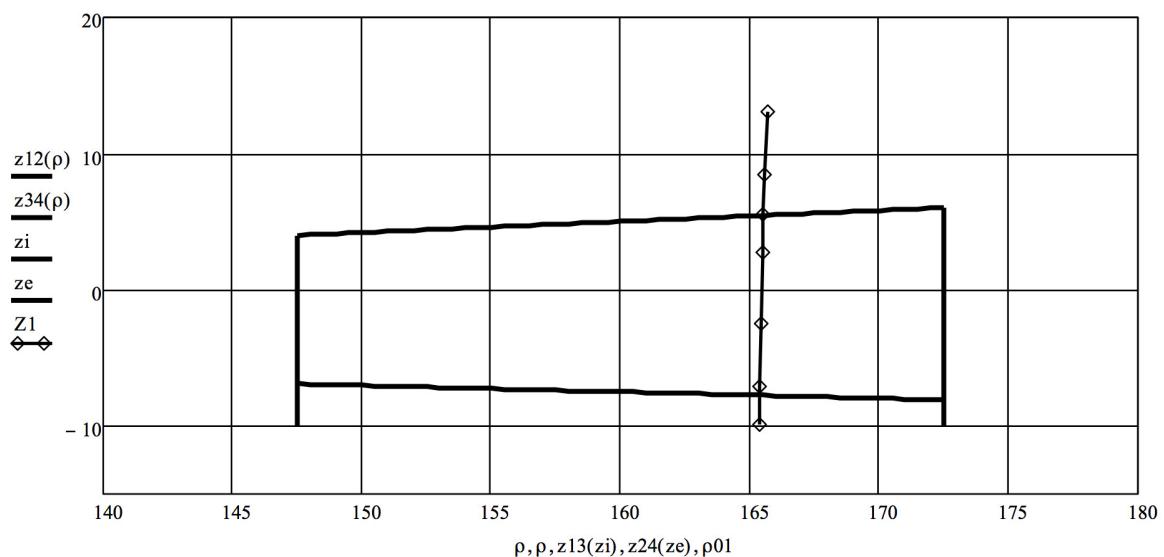


Рис. 5. Рабочая линия на поверхности зуба шестерни  
 $(\chi_p = -0,8; a = 10,0 \text{ мм}; b = 100,0 \text{ мм}; \Delta_1 = 0,0 \text{ мм}; \Delta_2 = 0,0 \text{ мм}; \Delta_{\Sigma} = 0,0)$

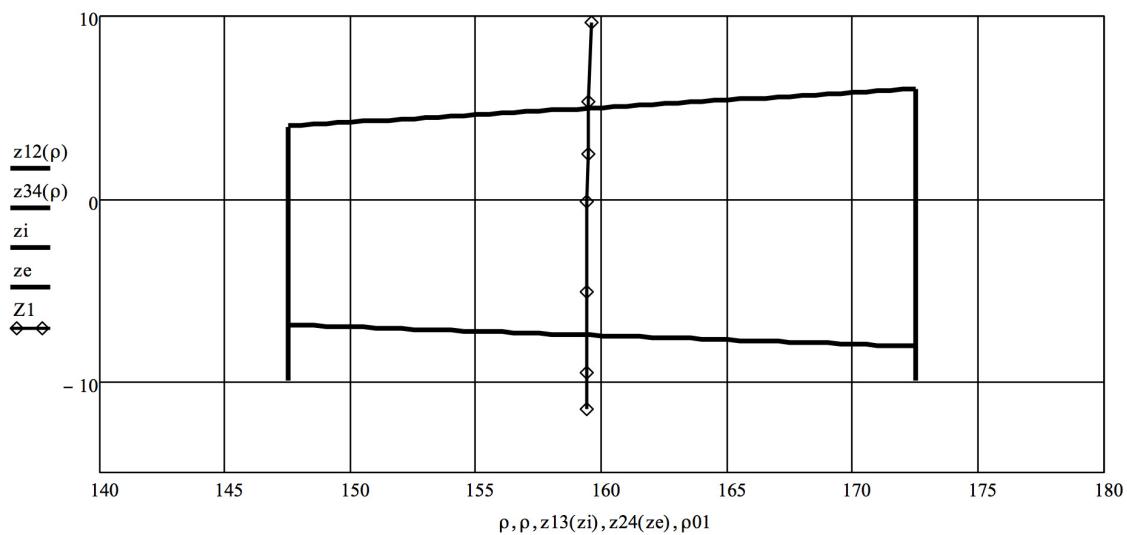


Рис. 6. Рабочая линия на поверхности зуба шестерни  
 $(\chi_p = 0,0; a = 10,0 \text{ мм}; b = 100,0 \text{ мм}; \Delta_1 = 0,0 \text{ мм}; \Delta_2 = 0,1 \text{ мм}; \Delta_\Sigma = 0,0)$

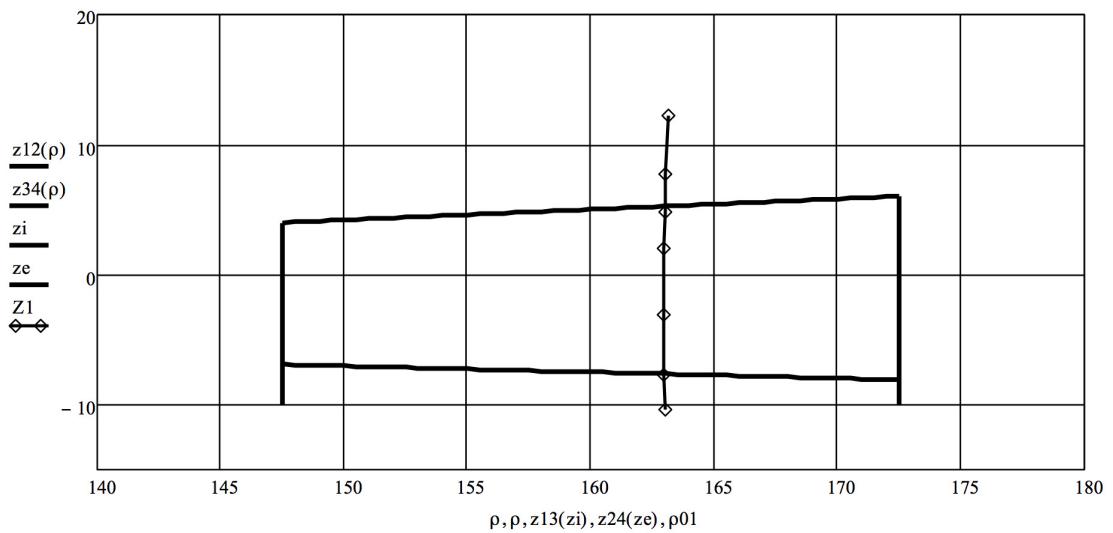


Рис. 7. Рабочая линия на поверхности зуба шестерни  
 $(\chi_p = 0,0; a = 10,0 \text{ мм}; b = 100,0 \text{ мм}; \Delta_1 = -0,5 \text{ мм}; \Delta_2 = 0,0 \text{ мм}; \Delta_\Sigma = 0,0)$

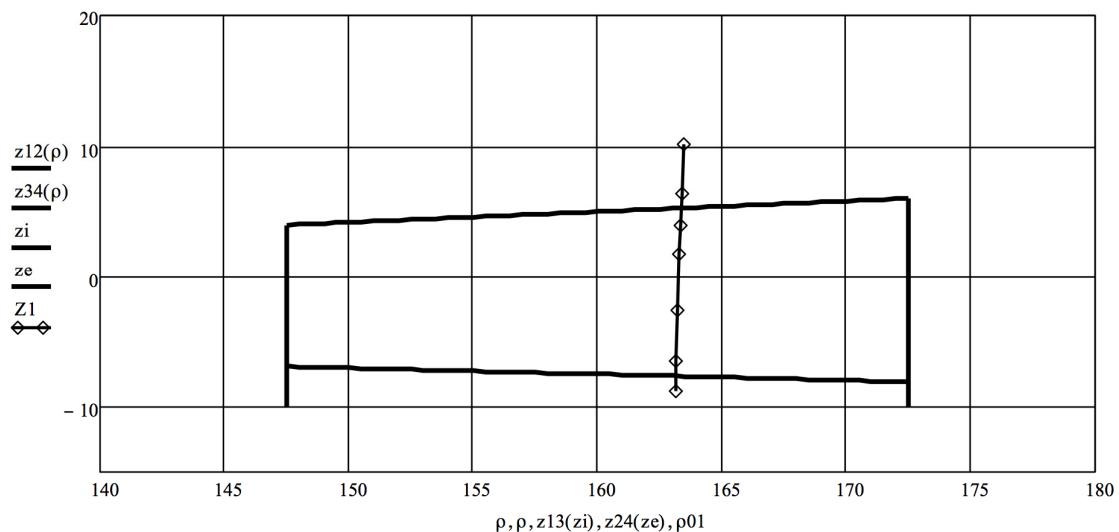


Рис. 8. Рабочая линия на поверхности зуба шестерни  
 $(\chi_p = -0,5; a = 10,0 \text{ мм}; b = 100,0 \text{ мм}; \Delta_1 = 0,0 \text{ мм}; \Delta_2 = 0,0 \text{ мм}; \Delta_\Sigma = 0,0058)$

В результате выполненных исследований установлено, что положение рабочей линии слабо зависит от величин погрешностей, хотя расстояние между точками рабочей линии изменяется. Следствием отмеченного является уменьшение числа пар зубьев, участвующих в контакте. Результаты подобных расчетов необходимы для определения допусков сборки элементов передачи.

### Библиографические ссылки

1. Сызранцев В. Н., Сызранцева К. В., Пазяк А. А. Расчет геометрических характеристик полуобкатной прямозубой плоскооконической передачи // Интеллектуальные системы в производстве. – 2015. – № 2 – С. 76–79.
2. Патент № 2529943 на изобретение «Соосный редуктор», F16H 1/32, F04B 47/02, F04C2/107 / Ю. Г. Денисов, В. Н. Сызранцев, В. П. Вибе. Заявка № 2013117492/11, зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации 10.10.2014, Бюл. 28, RU.
3. Патент № 2334125 на изобретение «Установка скважинного винтового насоса», F04C 2/107, F04B 47/02 / Ю. Г. Денисов, Э. В. Ратманов, В. Н. Сызранцев, Д. М. Плотников. Заявка № 2006143129/06, зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации 20.09.2008, Бюл. 26, RU.
4. Syzrantsev V. Drives of Pipelines' Block Valve based on the Pan Precess Gear / V. Syzrantsev, S. Golofast // Global Journal of Researches in Engineering: A Mechanical and Mechanics Engineering (USA). Volume 14 Issue 2 Version 1.0 Year 2014 P 15–17.
5. Сызранцев В. Н., Сызранцева К. В., Пазяк А. А. Расчет геометрических характеристик полуобкатной прямозубой плоскооконической передачи. – С. 76–79.
6. Пазяк А. А., Сызранцев В. Н. Продольная модификация поверхности зуба колеса полуобкатной прямозубой плоскооконической передачи // Известия вузов. Нефть и газ. – 2016. – № 3. – С. 122–129.
7. Сызранцев В. Н., Сызранцева К. В., Пазяк А. А. Расчет геометрических характеристик полуобкатной прямозубой плоскооконической передачи. – С. 76–79.
8. Там же.
9. Там же.
10. Пазяк А. А., Сызранцев В. Н. Продольная модификация поверхности зуба колеса полуобкатной прямозубой плоскооконической передачи. – С. 122–129.
11. Сызранцев В. Н., Сызранцева К. В., Пазяк А. А. Расчет геометрических характеристик полуобкатной прямозубой плоскооконической передачи. – С. 76–79.
12. Пазяк А. А., Сызранцев В. Н. Продольная модификация поверхности зуба колеса полуобкатной прямозубой плоскооконической передачи. – С. 122–129.
13. Литвин Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений. – 2-е изд. перераб. и доп. – М. : Наука, 1968. – 584 с.
14. Там же.
15. Дьяконов В. Mathcad 2001 : специальный справочник. – СПб. : Питер, 2002. – 832 с.

\*\*\*

V. N. Syzrantsev, DSc in Engineering, Professor, Industrial University of Tyumen

A. A. Pazyak, Senior Lecturer, Industrial University of Tyumen

L. A. Chernaya, PhD in Engineering, Associate Professor, Bauman Moscow State Technical University

### Analysis of Gear Meshing of Bevel Gears With a Small Shaft Angle with a Non-Generated Gear and a Generated Pinion with Longitudinal Crowning of the Gear Tooth Surface

*The paper describes the gear meshing of bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion which is the base for the range of coaxial gearboxes for oil and gas equipment. The authors received contact lines (lines of action) in gear meshing of bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion with longitudinal crowning of the gear tooth surface. The authors analyzed a change in the position of contact lines in the presence of position errors of the mating pinion and gear in the body of a gearbox.*

**Keywords:** coaxial gearbox, bevel gears with a small shaft angle with a non-generated gear and a generated pinion, double-convex teeth, contact lines, multiple contact.

Получено: 30.11.16