

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ, МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОЕ И ХИМИЧЕСКОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.833

DOI: 10.22213/2410-9304-2017-1-4-8

Ф. Р. Алиев, аспирант

А. В. Лазуркевич, аспирант

И-Кан Ан, доктор технических наук

Национальный исследовательский Томский политехнический университет

### ПЛАНЕТАРНАЯ ПЕРЕДАЧА НА БАЗЕ ДИПЛОСКОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ

Рассмотрена конструкция и предложена методика геометрического расчета и кинематического анализа одной из разновидностей планетарных передач с зацеплением промежуточных тел-шариков с улучшенными характеристиками [1]: высоким КПД за счет уменьшения потерь на трение, увеличенной нагрузочной способностью за счет многопарности зацепления, компактностью и т. д.

Планетарная передача содержит два солнечных колеса, водило, сателлит и две группы промежуточных тел-шариков, контактирующих с поверхностями зубьев, выполненных на обращенных друг к другу торцевых поверхностях солнечных колес и сателлита. При этом каждая группа промежуточных тел-шариков отдельно позиционируются и объединяются с помощью сепаратора, представляющего диск с отверстиями для шариков. Для исключения нагрузки на сепараторе оси зацепления в каждой паре зацеплений, составленной солнечным колесом, сателлитом и сепаратором с промежуточными телами-шариками, совмещены.

Приведен численный пример геометрического и кинематического расчетов передачи. Показано, что соответствующим подбором параметров можно свести скорость скольжения шариков относительно поверхностей зубьев близкой к нулю.

**Ключевые слова:** планетарная передача, промежуточные тела, геометрия, кинематика, скорость скольжения, конструкция.

#### Конструкция планетарной передачи

Планетарная передача с промежуточными телами-шариками (рис. 1) содержит: два солнечных колеса, одно из которых 1 связано с корпусом 2, а второе – с выходным валом 3; водило 4; сателлит 5; две группы промежуточных тел-шариков 6, размещенных во впадинах зубьев 7, выполненных на торцевых поверхностях солнечных колес и сателлита; два сепаратора 8, фиксирующие положения промежуточных тел-шариков 6.

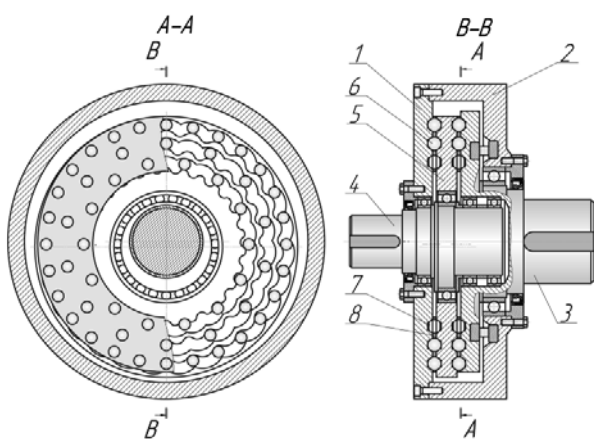


Рис. 1. Конструкция планетарной передачи

Геометрические параметры в данной передаче связаны таким образом, что в каждой паре зацеплений, составленной солнечным колесом, сателлитом и сепаратором с промежуточными телами-шариками, являющимся условным самоустанавливающимся

«паразитным» колесом, оси зацепления совмещены, и тем самым сепаратор освобождается от усилий.

Поверхностями зубьев на солнечных колесах и сателлите являются поверхности, соприкасающиеся с трубчатыми поверхностями, образованными сферическими поверхностями промежуточных тел-шариков в их заданных относительных движениях (рис. 2).



Рис. 2. Сателлит с трубчатыми поверхностями зубьев

#### Самоустанавливаемость сепаратора

В передаче сепараторы являются безпорными. Примем, что промежуточные тела-шарики установлены на сепараторах неподвижно. Поскольку точки всех звеньев перемещаются в параллельных плоскостях, можно воспользоваться формулой Чебышева для плоских систем [2].

Из рис. 1 следует, что число подвижных звеньев равно  $N = 5$ ; число кинематических пар 5-го класса  $P_5 = 3$ ; если примем по два промежуточного тела-

шарика на каждой ступени, то  $P_4 = 8$ . Подставляя полученные значения в формулу Чебышева, получим

$$W = 3N - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 3 - 8 = 1.$$

Таким образом, для передачи движения достаточно иметь четыре шарика.

**Передаточное отношение планетарной передачи**

На рис. 3 представлена кинематическая схема планетарного механизма, в которой отдельные ступени передачи обозначены *a* и *b*.

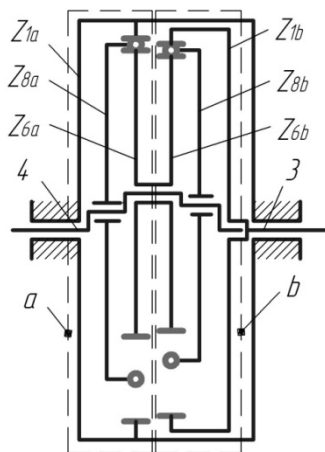


Рис. 3. Кинематическая схема планетарного механизма (с условными опорами сепараторов)

Количество промежуточных тел-шариков  $Z_{6a}$  и  $Z_{6b}$ , составляющих с сепараторами «паразитные колеса», не оказывают влияния на величину передаточного отношения в отдельных ступенях, поэтому передаточное отношение между звеньями 3 и 4, найденное по известной методике Виллиса (метод останковки водила), равно

$$i_{43} = \frac{1}{1 - i_{1b,6b}^{(4)} \cdot i_{6a,1a}^{(4)}}.$$

Далее перепишем приведенную зависимость, выразив передаточные отношения отдельных ступеней обращенного механизма через числа зубьев колес

$$i_{1b,6b}^{(4)} = \frac{Z_{6b}}{Z_{1b}} \quad \text{и} \quad i_{6a,1a}^{(4)} = \frac{Z_{1a}}{Z_{6a}};$$

$$i_{43} = \frac{1}{1 - \frac{Z_{6b}}{Z_{1b}} \cdot \frac{Z_{1a}}{Z_{6a}}}.$$

**Геометрические параметры передачи из условия отсутствия нагрузки на сепараторах**  
Требуется выполнение двух условий:

– центры  $r_{w_{8a}}$ ,  $r_{w_{8b}}$  сепараторов, соответственно,  $8a$  и  $8b$  должны быть одинаковыми для двух пар передачи ступени *a*:  $1a-8a$  и  $6a-8a$ , а также для ступени *b*:  $1b-8b$  и  $6b-8b$ ;

– из условия соосности межосевые расстояния  $a_{w_{1a6a}}$ ,  $a_{w_{1b6b}}$ , соответственно, между колесами  $1a-6a$  и  $1b-6b$  должны быть равными.

Для планетарной передачи наиболее важными являются следующие сочетания чисел зубьев звеньев:

$$Z_{1a} = Z_{8a} + 1, \quad Z_{6a} = Z_{8a} - 1, \quad Z_{1b} = Z_{8b} + 1, \quad Z_{6b} = Z_{8b} - 1.$$

Для указанного случая условие соосности примет вид

$$\frac{r_{w_{8a}}}{Z_{8a}} = \frac{r_{w_{8b}}}{Z_{8b}}.$$

Особенностью передач с указанными геометрическими параметрами является то, что все промежуточные тела-шарики относительно колеса перемещаются по единой траектории. Таким образом, исключается пересечение разных поверхностей. Кроме того, такая конструкция позволяет создавать варианты передачи с двумя и более рядами промежуточных тел, что важно для увеличения нагрузочной способности.

**Уравнения поверхностей зубьев колес**

Рабочей частью сопряженной поверхности зубьев на колесе является канальная (трубчатая) поверхность, формируемая промежуточным телом-шариком в относительном движении.

Для описания поверхностей приняты три подвижные системы координат (рис. 4):

$$S_1(O_1x_1y_1z_1), \quad S_6(O_6x_6y_6z_6), \quad S_8(O_8x_8y_8z_8),$$

связанные жестко соответственно со звеньями 1, 6, 8 и неподвижная  $S(Oxyz)$ . Оси вращения звеньев совпадают с осями  $O_1x_1$ ,  $O_6x_6$ ,  $O_8x_8$ . Поскольку ход решения для разных ступеней идентичен, то обозначения ступеней опущены.

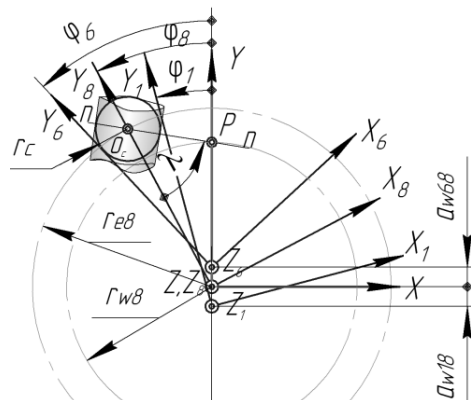


Рис. 4. Схема зацеплений и системы координат

Начала систем координат  $S$  и  $S_8$  совмещены. А начала систем  $S_1$  и  $S_6$  смещены на величину межосевого расстояния соответственно  $a_{w_{18}}$  и  $a_{w_{68}}$ . Кроме того, плоскости  $Z = 0$ ,  $Z_1 = 0$ ,  $Z_6 = 0$  и  $Z_8 = 0$  совпадают.

ют. Вращения подвижных систем координат определяются угловыми параметрами  $\varphi_8$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_6$ .

Согласно теории пространственных зацеплений [3] общей контактной линией между поверхностью промежуточного тела-шарика и поверхностями зубьев колес 1 и 6 (рис. 3) является линия  $L$  (рис. 5), представляющая окружность сечения сферы плоскостью  $Q$ , проведенной через ось зацепления  $P$  и центр сферы  $O_c$ .

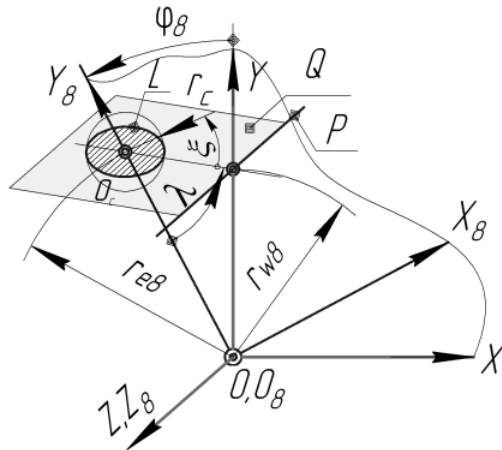


Рис. 5. Контактная линия зацепления

Уравнения контактной линии в системе координат  $S_8$

Из теоремы синусов следует:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \lambda &= \frac{\sin \varphi_8}{k - \cos \varphi_8}; \\ k &= \frac{r_{e8}}{r_{w8}}, \end{aligned}$$

где  $k$  – принятый коэффициент смещения;  $r_{e8}$  – радиус окружности центров промежуточных тел-шариков;  $r_{w8}$  – радиус начальной окружности (центроиды) сепаратора.

Запишем уравнения контактной линии в параметрической форме:

$$\left. \begin{aligned} x_8 &= r_c \cos \xi \sin \lambda, \\ y_8 &= -r_c \cos \xi \cos \lambda + r_{e8}, \\ z_8 &= -r_c \sin \xi. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

В приведенной системе уравнений:  $r_c$  – радиус промежуточного тела-шарика;  $\xi$  – параметр кривой.

Уравнения поверхностей зубьев колеса 1 и 6

Для этой цели следует записать уравнения контактной линии (1) в соответствующих системах координат  $S_1$  и  $S_6$ .

При равенстве  $r_c = 0$  из уравнений поверхностей получим осевые линии поверхностей зубьев колес (траектории перемещения центра промежуточного тела-шарика в системах координат, связанных с колесами).

### Кинематика перемещения промежуточного тела-шарика относительно поверхностей зубьев колес и сепаратора

Одним из важных показателей передачи является КПД, зависящий, прежде всего, от вида трения между соприкасающимися поверхностями.

Промежуточное тело-шарик, удерживаемый сепаратором, с двух противоположных сторон взаимодействует с боковыми поверхностями зубьев колес. При этом может иметь место чистого качения промежуточного тела по поверхностям зубьев колес или качение со скольжением. Это зависит от векторов относительных скоростей в точках касания поверхностей  $K$  и  $M$  (рис. 6). Будем считать, что в указанных точках приложены результирующие силы в зацеплениях.

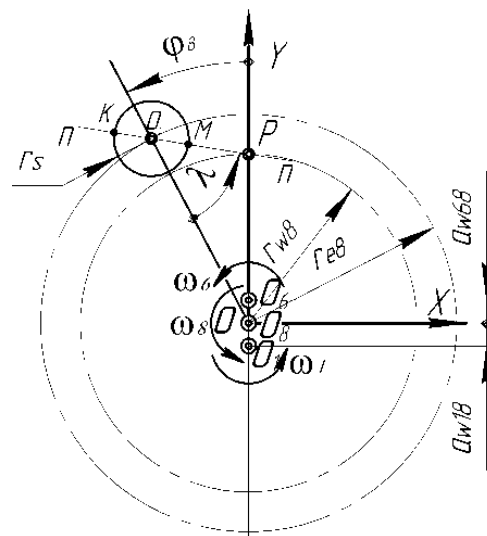


Рис. 6. Упрощенная схема кинематического анализа промежуточного тела-шарика

Векторы относительных скоростей в точках касания поверхностей

Следует изучить два варианта передачи: в одном случае ведущим звеном является колесо 6, а в другом – колесо 1.

В рамках данной статьи ограничимся рассмотрением первого варианта.

В точке  $M$  относительная скорость колеса 6 относительно 8 равна

$$\mathbf{v}_M^{(68)} = \boldsymbol{\omega}_6 \times \overline{O_6 M} - \boldsymbol{\omega}_8 \times \overline{O_8 M}.$$

Опуская подробности преобразований, представим формулу в развернутой форме:

$$\mathbf{v}_M^{(68)} = -\boldsymbol{\omega}_8 \left\{ \left[ r_{w8} (1 - i_{68}) + i_{68} a_{w68} + PM(1 - i_{68}) \cos(\lambda + \varphi_8) \right] \mathbf{i} + PM(1 - i_{68}) \sin(\lambda + \varphi_8) \mathbf{j} \right\}. \quad (2)$$

По рис. 5 из теоремы синусов найдем

$$PM = \frac{r_{w8} \sin \varphi_8}{\sin \lambda} - r_s. \quad (3)$$

Параметры  $i, j, k$  в формуле (2) – орты осей  $x, y, z$  соответственно, а  $i_{68}$  – передаточное отношение между звеньями 6 и 8.

Проанализируем теперь скорость колеса 1 относительно 8 в точке касания  $K$ :

$$\mathbf{v}_K^{(18)} = \boldsymbol{\omega}_1 \times \overline{O_1 K} - \boldsymbol{\omega}_8 \times \overline{O_8 K}. \quad (4)$$

Перепишем уравнение (4) в развернутой форме:

$$\mathbf{v}_K^{(18)} = -\omega_8 \left\{ \left[ r_{w_8} (1 - i_{18}) - i_{18} a_{w_{18}} + PK(1 - i_{18}) \cos(\lambda + \varphi_8) \right] \mathbf{i} + \left[ PK(1 - i_{18}) \sin(\lambda + \varphi_8) \right] \mathbf{j} \right\}; \quad (5)$$

$$PK = \frac{r_{w_8} \sin \varphi_8}{\sin \lambda} + r_s. \quad (6)$$

В формуле (5)  $i_{18}$  – передаточное отношение между звеньями 1 и 8.

*Суммарная скорость скольжения в точках касания поверхностей*

Если промежуточное тело-шарик свободно вращается в отверстии сепаратора, то скольжение по поверхностям зубьев может иметь минимальное значение:

$$\mathbf{v}^{(ск)} = \mathbf{v}_M^{(68)} + \mathbf{v}_K^{(18)}. \quad (7)$$

Перепишем (7) с учетом зависимостей (2), (5):

$$\mathbf{v}^{(ск)} = -\omega_8 \left\{ \left[ r_{w_8} (2 - i_{68} - i_{18}) + i_{68} a_{w_{68}} - i_{18} a_{w_{18}} + (PM(1 - i_{68}) + PK(1 - i_{18})) \cos(\lambda + \varphi_8) \right] \mathbf{i} + \left[ (PM(1 - i_{68}) + PK(1 - i_{18})) \sin(\lambda + \varphi_8) \right] \mathbf{j} \right\}.$$

Если  $\mathbf{v}^{(ск)} = 0$ , то происходит чистое качение промежуточного тела-шарика по поверхностям зубьев колес. Таким образом, величина  $\mathbf{v}^{(ск)}$  оказывает существенное влияние на КПД передачи.

*Скорость вращения (угловая скорость) промежуточного тела-шарика относительно сепаратора*

При разнонаправленности векторов  $\mathbf{v}_M^{(68)}, \mathbf{v}_K^{(18)}$  и при отсутствии трения в сепараторе минимальное значение угловой скорости ориентировочно может иметь значение, меньшее из двух:  $\omega_s = v_M^{(68)} / r_s$  либо  $\omega_s = v_K^{(18)} / r_s$ .

### Пример расчета передачи

#### Геометрический расчет

В качестве исходных данных были приняты: для ступени  $a$  (рис. 2, с опущенными индексами):  $Z_8 = 28$ ;  $Z_1 = 29$ ;  $Z_6 = 27$ ;  $r_{w_8} = 56$  мм;  $r_c = 3$  мм;  $k = 1,4; 1,6; 1,8$ . Для ступени  $b$ :  $Z_8 = 27$ ;  $Z_1 = 28$ ;  $Z_6 = 26$ ;  $r_c = 3$  мм;  $k = 1,4; 1,6; 1,8$ .

Расчетным путем найдены для ступени  $a$ :  $a_{w_{18}} = a_{w_{68}} = 2$  мм;  $r_{e_8} = 78,4; 89,6; 100,8$  (мм).

При расчете параметров ступени  $b$  было учтено равенство межосевых расстояний  $a_{w_{16}} = 4$  мм. В результате расчета получены:  $r_{w_8} = 54$  мм;  $r_{e_8} = 75,6; 86,4; 97,2$  (мм). Передаточное отношение от вала 4 к выходному валу 3 равно  $i_{43} = 377,999$ .

Конструкция планетарной передачи с приведенными параметрами представлена на рис. 1.

#### Кинематический анализ передачи

Целью кинематического анализа являлась оценка соотношения величины качения к скольжению промежуточного тела относительно поверхностей зубьев. Рассматривался вариант передачи с параметрами:  $Z_8 = 28$ ;  $Z_1 = 29$ ;  $Z_6 = 27$ ;  $r_{w_8} = 56$  мм;  $r_c = 2$  мм;  $k = 1,6$  при угловой скорости  $\omega_8 = 100/с$ .

Результаты расчета представлены на рис. 7.

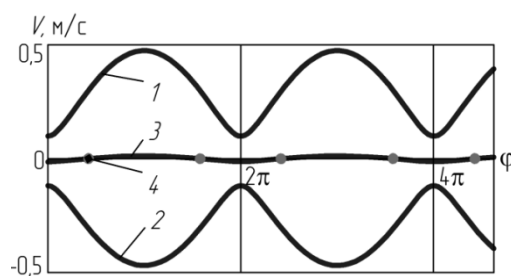


Рис. 7. Графики скоростей относительных движений

Кривая 1 отображает величину  $v_M^{(68)}$ , кривая 2 соответствует  $v_K^{(18)}$ . Суммарная скорость  $v^{(ск)}$  – скорость скольжения поверхностей зубьев – кривая 3. В точках 4 скольжение отсутствует и происходит чистое качение поверхностей. Из рисунка следует, что угловая скорость  $\omega_s$  промежуточного тела относительно сепаратора является переменной величиной и колеблется в пределах от 50/с до 220/с.

### Заключение

Таким образом, на основании приведенных расчетов можно сделать заключение о том, что соответствующим подбором геометрических параметров передачи можно добиться минимального скольжения поверхностей промежуточного тела и зубьев колес и тем самым улучшить качественные характеристики передачи.

#### Библиографические ссылки

1. Заявка на изобретение 2016100269 РФ: Планетарная передача с промежуточными телами (решение о выдаче патента на изобретение). (The application for the invention of the RF 2016100269: Planetary gear with intermediate bodies).
2. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1968. – 640 с.
3. Литвин Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584 с.

\* \* \*

*F. R. Aliev*, Post-graduate, National Research Tomsk Polytechnic University

*A. V. Lazurkevich*, Post-graduate, National Research Tomsk Polytechnic University

*I-Kan An*, DSc in Engineering, Professor, National Research Tomsk Polytechnic University

#### **Planetary Gear on Basis of Diplane Meshing with Intermediate Bodies**

*The design is considered and the technique is proposed for geometrical calculation and the kinematic analysis of one of kinds of planetary gears with meshing of intermediate bodies-balls with the improved characteristics: high efficiency due to reduction of losses by friction, the increased load ability thanks to multi-paired relationship of gearing, compactness, etc.*

*The planetary gear contains two sun gearwheels, the carrier, the satellite and two groups of intermediate bodies-balls which are contacted with surfaces of teeth arranged on the face surfaces of sun gearwheels and the satellite turned to each other. At the same time each group of intermediate bodies-balls are separately positioned and united with the help of the separator representing a disk with openings for balls. To eliminate the loading on a separator of the meshing axis, in each meshing couple made of a solar wheel, the satellite and the separator with intermediate bodies-balls are combined.*

*The numerical example of geometrical and kinematic calculations of the gear is given. It is shown that the corresponding selection of parameters allows for reducing almost to zero the speed of sliding of balls with respect to tooth surfaces.*

**Keywords:** planetary gear, intermediate bodies, geometry, kinematic, sliding speed, design.

Получено: 28.02.17