

УДК 621.833.6
DOI: 10.22213/2410-9304-2017-1-13-16

А. В. Лазуркевич, аспирант

Ф. Р. Алиев, аспирант

И-Кан Ан, доктор технических наук

Национальный исследовательский Томский политехнический университет

СИЛОВОЙ И ПРОЧНОСТНОЙ РАСЧЕТЫ ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ С ШАРИКОВЫМИ ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ

Волновые планетарные передачи с шариковыми промежуточными телами более просты и технологичнее, чем подобные передачи с роликовыми промежуточными телами. В настоящее время такие передачи находят широкое применение в различных отраслях промышленности: нефтяной, горной, авиационной, космической и в др. Однако в настоящее время отсутствуют общие методы геометрического, силового и прочностного расчетов передач с разницей между числами зубьев колеса и шариков, равной ± 1 . Эта задача важна не только при расчете на прочность элементов зацеплений и опорных узлов, но и при проектировании передачи, так как направление вращения ведомого звена меняется на противоположное.

В работе рассмотрен оригинальный метод силового и прочностного расчетов волновой передачи с шариковыми промежуточными телами, основанный на решении задачи статической неопределенности с привлечением контактных задач. Некоторые сложности задачи связаны с решениями систем трансцендентных уравнений, а также с вычислением кривизны профилей зубьев. В связи с этим была разработана программа для ПК в среде Delphi для численной реализации задачи. При этом радиус кривизны профилей зубьев колеса определяется путем использования хорды между тремя точками на профиле и теоремы синусов.

Ключевые слова: планетарная передача, конструкция, промежуточные тела-шарики, кривизны, контакт тел, деформация, силы в зацеплении.

Введение

Волновые планетарные передачи с шариковыми промежуточными телами (рис. 1) технологичны и обладают повышенной нагрузочной способностью из-за многопарности зацепления.

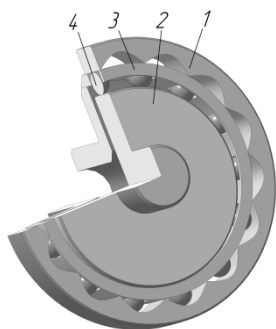


Рис. 1. Волновая передача с шариковыми промежуточными телами: 1 – колесо; 2 – водило; 3 – сепаратор; 4 – промежуточное тело-шарик

В настоящее время такие передачи находят широкое применение в различных отраслях промышленности: нефтяной, горной, авиационной, космической [1] и в др. Однако на данный момент нет общих методов геометрического, силового и прочностного расчетов передач с разницей между числами зубьев колеса и шариков, равной ± 1 . Решение этой задачи имеет значение не только при расчете на прочность элементов зацеплений и опорных узлов, но и при проектировании передачи, поскольку меняется направление вращения ведомого звена.

Силы, действующие на звенья передачи

Зависимости геометрических и кинематических параметров в сечении передачи плоскостью, проходящей через центр промежуточного тела-шарика перпендикулярно осям вращения звеньев, приведены в работе [2].

На рис. 2 представлены схемы взаимодействия звеньев при нагружении водила 2 моментом M_2 . Найдем силы, действующие на промежуточное тело 4.

В начале рассмотрим вариант передачи, изображенной на рис. 1, а.

Нагрузим ведущее звено-водило 2 моментом M_2 . Тогда сила N_2 (реакция водила 2 на промежуточное тело 4) может быть определена из уравнения

$$N_2 = \frac{M_2}{h} = \frac{M_2}{s \sin \psi}. \quad (1)$$

Далее из условия равенства проекций

$$N_1 \cos \gamma = N_2 \cos \psi$$

нетрудно найти реакцию зубчатого колеса 1 N_1 :

$$N_1 = \frac{M_2}{s \cos \gamma \operatorname{tg} \psi}. \quad (2)$$

Реакция от сепаратора 3 равна сумме проекций сил

$$N_3 = N_1 \sin \gamma - N_2 \sin \psi = M_2 \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma}{s \operatorname{tg} \psi} - \frac{1}{s} \right). \quad (3)$$

Повторив все действия, найдем силы, приложенные на промежуточное тело для варианта передачи, представленного на рис. 2, б:

$$N_2 = \frac{M_2}{h} = \frac{M_2}{s \sin \psi};$$

$$N_1 = \frac{M_2}{s \cos \gamma \operatorname{tg} \psi};$$

$$N_3 = N_1 \sin \gamma + N_2 \sin \psi = M_2 \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma}{s \operatorname{tg} \psi} + \frac{1}{s} \right). \quad (4)$$

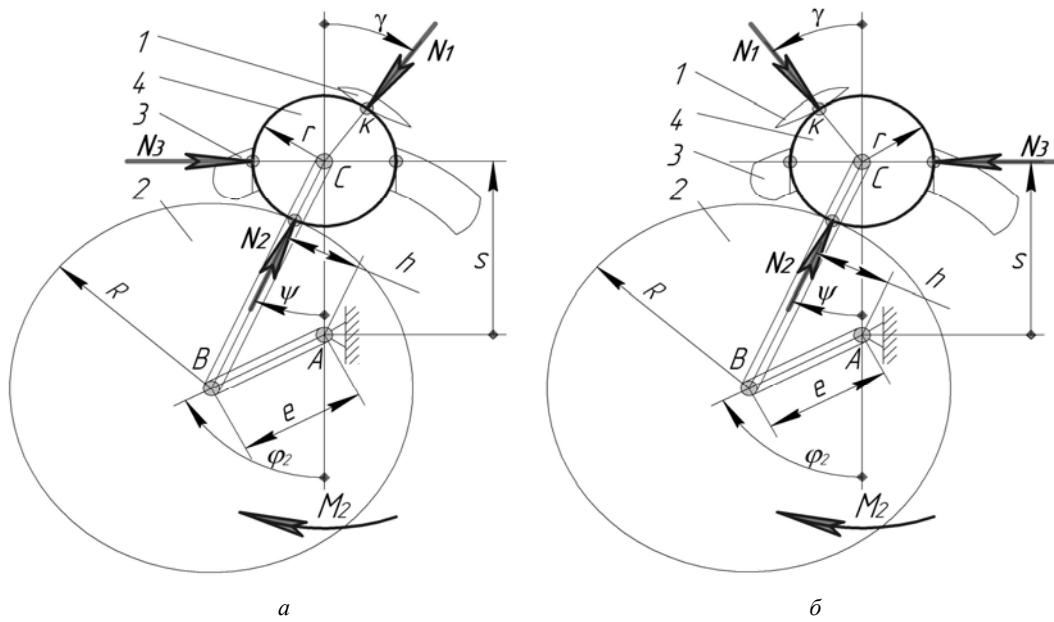


Рис. 2. Схема нагружения промежуточного тела-шарика: а – количество промежуточных тел меньше числа зубьев колеса на 1; б – число промежуточных тел больше числа зубьев колеса на 1

Решение задачи статической неопределенности передачи

При неподвижном колесе 1 и сепараторе 3 под действием момента M_2 (рис. 3) в местах соприкосновения тел произойдет упругая деформация, в результате чего водило 2 получит дополнительное приращение угла поворота $\delta\varphi_2$. Величина приращения угла является общей для всех узлов многопарно-

го зацепления передачи. Используя указанное обстоятельство, можем определить распределение сил между звеньями передачи.

Найдем приращение угла поворота водила $\delta\varphi_2$.

На рис. 3 показаны положения водила и промежуточного тела до и после нагружения для двух упомянутых выше вариантов конструктивных исполнений передачи.

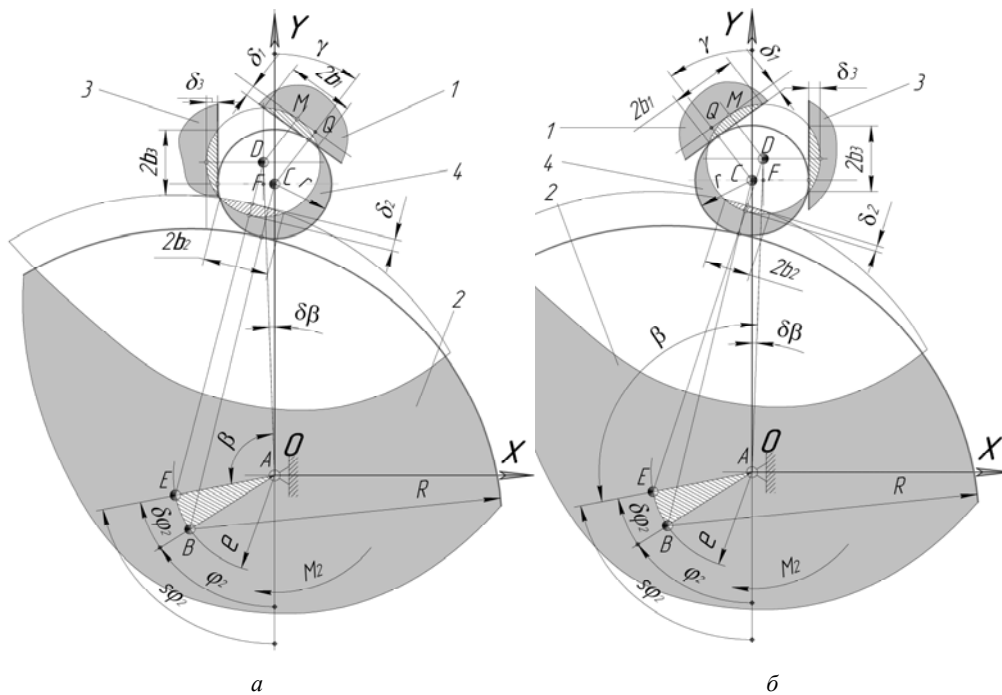


Рис. 3. Нагруженное состояние звеньев двух вариантов передачи: B, E – положения геометрического центра водила соответственно до и после нагружения; C, D – положения центра промежуточного тела до и после нагружения; δ_1, b_1 – соответственно величина сближения и полуширина площадки контакта между промежуточным телом и зубом колеса; δ_2, b_2 – величина сближения и полуширина площадки контакта промежуточного тела и водила; δ_3, b_3 – сближение и полуширина площадки контакта промежуточного тела и сепаратора

Рассмотрим передачу, показанную на рис. 2, а.

Новое положение центра D промежуточного тела 4

Решение этой задачи представлено в работе [3], поэтому приведем лишь конечные формулы.

Приращение угла поворота водила равно

$$\delta\varphi_2 = s\varphi_2 - \varphi_2. \quad (5)$$

Компоненты, входящие в приведенную зависимость, равны:

$$s\varphi_2 = \pi - \beta - \delta\beta; \quad (6)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{AD^2 + AE^2 - ED^2}{2AD \cdot AE}\right); \quad (7)$$

$$ED = R + r - \delta_2; \quad (8)$$

$$AE = e; \quad (9)$$

$$AD = \sqrt{\delta_3^2 + [S + \delta_1 \cos \gamma + (\delta_1 \sin \gamma + \delta_3) \operatorname{tg} \gamma]^2}. \quad (10)$$

$$\delta\beta = \operatorname{arctg} \frac{\delta_3}{S + \delta_1 \cos \gamma + (\delta_1 \sin \gamma + \delta_3) \operatorname{tg} \gamma}. \quad (11)$$

Для варианта исполнения передачи, представленной на рис. 2, б, отметим, что расчет будет отличаться только значением угла $s\varphi_2$:

$$s\varphi_2 = \pi - \beta + \delta\beta. \quad (12)$$

Расчетные формулы для параметров сближения $\delta_1, \delta_2, \delta_3$, приводимые в различных работах, не являются универсальными, а предназначены для частных случаев. Поэтому с целью упрощения задачи нами были приняты формулы, приведенные в работе [4] для схемы касания «шар и плоскость» и «шар и цилиндрический желоб» с заменой радиуса R на радиус приведенной кривизны R_p :

$$\delta = A \sqrt[3]{\frac{N^2}{R_p^2} \left(\frac{1 - \mu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \mu_j^2}{E_j} \right)^2}, \quad (13)$$

где μ_i, μ_j – коэффициенты Пуассона материалов контактирующих тел i и j ; E_i, E_j – модули упругости материалов; A – коэффициент: для δ_1 и δ_2 равен 0,8255 и 0,1965 для δ_3 .

Таким образом, для определения $\delta\varphi_2$ необходимо уравнение (5) рассматривать совместно с выражениями (6)–(13). Параметры S, γ были найдены в работе [5].

Наибольшее контактное напряжение равно

$$\sigma_{\max} = B \sqrt[3]{\frac{N}{R_p^2 \left(\frac{1 - \mu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \mu_j^2}{E_j} \right)^2}}. \quad (14)$$

В формуле коэффициент B принимает значение 0,5784 и 0,146 для случая «шар и плоскость» и «шар и цилиндрический желоб» соответственно.

Некоторые сложности задачи связаны с решениями систем трансцендентных уравнений, а также с вычислением кривизны профилей зубьев.

В связи с этим нами была разработана программа для ПК в среде Delphi для численной реализации задачи. Радиус кривизны профилей зубьев колеса определяется путем использования трех хорд между тремя точками на профиле и теоремы синусов.

Ниже описан алгоритм определения суммарного вращающего момента на водиле, а также результирующих сил, действующих на звенья передачи, из условия ограничения контактного напряжения при заданных геометрических параметрах и характеристиках материалов передачи:

1. Назначение вращающего момента M_2 для одного (произвольно выбранного) активного шарика.

2. Вычисление реакций N_1, N_2, N_3 по (1)–(4), приращение угла поворота водила $\delta\varphi_2$ по (5)–(13) и контактные напряжения σ_{\max} по (14) в трех взаимодействующих узлах с шариком.

3. Решение обратной задачи: вычисление реакций N_1, N_2, N_3 , момента M_2 и контактных напряжений σ_{\max} для всех остальных активных шариков, находящихся в зацеплении из условия совместности деформации, т. е. общность величины $\delta\varphi_2$.

4. Определение усредненного значения контактного напряжения:

$$S\sigma_{\max} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{\max i}}{n},$$

где $\sigma_{\max i}$ – контактное напряжение в контакте с i -м шариком; n – число (целое) активных шариков, равный $n \approx \frac{Z_4}{2}$, в котором Z_4 – количество шариков.

5. Проверка условия ограничения максимального контактного напряжения $S\sigma_{\max} \leq [\sigma]$.

6. Повторение п. 1–5 (в случае необходимости) с уточненным значением M_2 .

7. Вычисление суммарного момента

$$SM_2 = \sum_{i=1}^n M_{2i}.$$

8. Определение суммарных сил (векторно):

$$SN_1 = \sum_{i=1}^n N_{1i}; \quad SN_2 = \sum_{i=1}^n N_{2i}; \quad SN_3 = \sum_{i=1}^n N_{3i}.$$

Пример силового расчета передачи из условия ограничения наибольшего контактного напряжения

Исходные данные: $R = 100$ мм; $r = 8$ мм; $e = 4$ мм; $Z_1 = 28$; $E = 210000$ МПа; $\mu = 0,3$; $[\sigma] = 2500$ МПа.

Результаты расчета, выполненные по разработанной программе, для двух вариантов передачи (рис. 4):

1. Число шариков Z_4 на единицу меньше числа зубьев колеса Z_1 ($Z_4 = Z_1 - 1 = 27$). При $M_2 = 8230$ Н·мм средние контактные напряжения на зубьях и шариках $S\sigma_{\max} = 2000$ МПа; на водиле и шариках $S\sigma_{\max} = 2500$ МПа; на сепараторе и шариках $S\sigma_{\max} = 990$ МПа; суммарные силы, действующие на звенья передачи: $SN_1 = 3183$ Н; $SN_2 = 2587$ Н; $SN_3 = 2065$ Н.

2. Число шариков Z_4 на единицу больше числа зубьев колеса Z_1 ($Z_4 = Z_1 + 1 = 29$). При $M_2 = 8230$ Н·мм средние контактные напряжения на зубьях и шариках $S\sigma_{\max} = 2000$ МПа; на водиле и шариках $S\sigma_{\max} = 2500$ МПа; на сепараторе и шариках $S\sigma_{\max} = 1030$ МПа; суммарные силы, действующие на звенья передачи: $SN_1 = 3183$ Н; $SN_2 = 2587$ Н; $SN_3 = 2207$ Н.

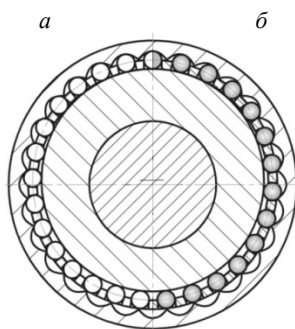


Рис. 4. Волновая передача с разными числами шариков:
а – $Z_4 = 29$; б – $Z_4 = 27$

Заключение

Результаты многочисленных расчетов показали, что наиболее нагруженным узлом с позиции контактных напряжений является промежуточное тело – водило.

Разработанная методика расчета и программа успешно используются при создании приводов различного назначения на предприятиях Томска.

Библиографические ссылки

1. Перспективные методы уменьшения массогабаритных параметров приводных систем при проектировании / С. Л. Самсонович, В. И. Лалабеков, И. И. Огольцов и др. // Вестник машиностроения. – 2016. – № 8. – С. 35–42.
2. An I-Kan, Ilin A. S., Lazurkevich A. V. Aspects of geometric calculation of the planetary gear train with intermediate rollers. Part 1 [Electronic resource] // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2016. – Vol. 124: Mechanical Engineering, Automation and Control Systems (MEACS2015). – [012003, 5p].
3. An I-Kan, Ilin A. S., Lazurkevich A. V. Load analysis of the planetary gear train with intermediate rollers. Part 2 [Electronic resource] // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2016. – Vol. 124: Mechanical Engineering, Automation and Control Systems (MEACS2015). – [012004, 6 p.].
4. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев : Наук. Думка, 1988. – 736 с.
5. An I-Kan, Ilin A. S., Lazurkevich A. V. Load analysis of the planetary gear train with intermediate rollers. Part 2 [Electronic resource] // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2016. – Vol. 124: Mechanical Engineering, Automation and Control Systems (MEACS2015). – [012004, 6 p.].

A. V. Lazurkevich, Post-graduate, National Research Tomsk Polytechnic University

F. R. Aliev, Post-graduate, National Research Tomsk Polytechnic University

I-Kan An, DSc in Engineering, Professor, National Research Tomsk Polytechnic University

Power and Strength Calculations of Wave Gear with Ball Intermediate Bodies

Wave planetary gears with ball intermediate bodies are simpler and more technological than similar gears with roller intermediate bodies. Now such gears find broad application in various industries: oil, mountain, aviation, space and other. However, now there are no general methods for geometrical, power and strength calculations of gears with the difference between tooth numbers for a gearwheel and balls, equal to ± 1 . This task is important not only within the strength analysis of meshing elements and support units but also at gear design as the direction of rotation of the driven element changes to the opposite one.

In this paper, the original method for power and strength analysis of the wave gear with ball intermediate bodies based on the solution of a problem of static indeterminacy with application of contact tasks is considered. Some difficulties of the task are connected with solutions of systems of transcendental equations, and with calculation of curvature of tooth profiles. In this regard, the program for the personal computer in the environment of Delphi has been developed for numerical implementation of the task. At the same time the radius of curvature of tooth profiles for the gearwheel is determined using chords between three points on the profile and the theorem of sines.

Keywords: planetary gear, design, intermediate bodies-balls, curvature, contact of bodies, deformation, meshing force.

Получено: 28.02.17