

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ, МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОЕ И ХИМИЧЕСКОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.833

DOI 10.22213/2410-9304-2018-1-53-57

*Б. А. Лопатин*, доктор технических наук, профессор  
*Р. И. Зайнетдинов*, кандидат технических наук, доцент  
Филиал Южно-Уральского государственного университета  
(Национального исследовательского университета) в г. Златоусте

### ФОРМИРОВАНИЕ ПРОФИЛЕЙ ЗУБЬЕВ НЕЭВОЛЬВЕНТНОЙ КОНИЧЕСКОЙ ШЕСТЕРНИ НА СТАНКАХ С ЧПУ

*В работе рассмотрена цилиндрикоконическая передача внутреннего зацепления, состоящая из эвольвентного цилиндрического колеса с внутренними зубьями и конической (по форме заготовки) неэвольвентной шестерни, ось которой наклонена к оси колеса. С использованием этих зацеплений могут быть созданы эксцентриковые планетарные передачи с двумя наклонными сателлитами, реализующие большие передаточные отношения и имеющие высокую нагрузочную способность при относительно простой конструкции. По своим характеристикам они сопоставимы с волновыми зубчатыми передачами, но более надежны. Однако зубья неэвольвентной шестерни имеют сложную бочкообразную форму, получение их теоретически точной поверхности затруднено. Нарезание зубьев рассматриваемой шестерни может быть осуществлено в станочном зацеплении заготовки и зуборезной червячной фрезы при ее движении по определенной криволинейной траектории. Получены зависимости для определения траектории движения оси фрезы при нарезании зубьев исследуемой шестерни. Движение фрезы по криволинейной траектории может быть реализовано в зубофрезерных станках с ЧПУ. Результаты исследования использованы при проектировании и изготовлении планетарных редукторов различного назначения.*

**Ключевые слова:** цилиндрико-коническая передача, неэвольвентная шестерня, эксцентриковая планетарная передача, траектория движения фрезы.

В работе рассматривается цилиндрико-коническая передача внутреннего зацепления, состоящая из эвольвентного цилиндрического колеса с внутренними зубьями и конической (по форме заготовки) неэвольвентной шестерни, ось которой составляет угол  $\Sigma$  с осью колеса. С использованием этих зацеплений могут быть созданы эксцентриковые планетарные передачи с двумя наклонными сателлитами. При относительно простой конструкции эти передачи могут реализовать большие передаточные отношения, имеют высокую нагрузочную способность. По этим показателям они сопоставимы с волновыми зубчатыми передачами, но в отличие от них являются более надежными из-за отсутствия гибкого элемента.

Однако при нарезании зубьев неэвольвентных конических шестерен возникает проблема формирования рабочих поверхно-

стей зубьев. Зуб шестерни имеет сложную бочкообразную форму, его поверхность может быть воспроизведена в станочном зацеплении заготовки шестерни и долбяка с внутренними зубьями. Линейный контакт в зацеплении передачи будет обеспечен, если геометрические параметры долбяка и колеса одинаковы. Получение теоретически точной поверхности зубьев шестерни таким способом затруднено из-за сложности изготовления долбяков с внутренними зубьями и практической реализации станочного зацепления с наклоном оси заготовки или оси долбяка.

Нарезание зубьев рассматриваемой шестерни может быть с достаточной для практики точностью осуществлено в станочном зацеплении заготовки и зуборезной червячной фрезы при ее движении по определенной криволинейной траектории [1, 2]. В работе получены зависимости для определе-

ния траектория движения оси фрезы при нарезании зубьев невольвентной шестерни цилиндро-конической передачи внутренне-го зацепления.

Движение фрезы по криволинейной траектории может быть реализовано в зубофрезерных станках с ЧПУ или на станках, имеющих следящее копирное устройство.

На рис. 1 представлена схема эксцентриковой планетарной передачи с двумя наклонными сателлитами [3–5].

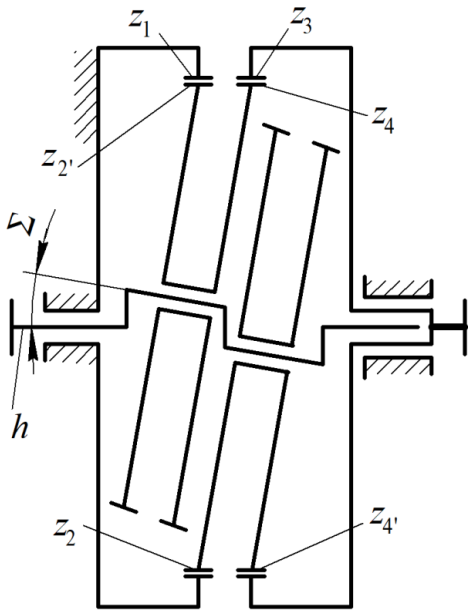


Рис. 1. Кинематическая схема передачи:  $h$  – эксцентриковый вал (водило);  $z_1$  – неподвижное центральное колесо;  $z_3$  – подвижное центральное колесо;  $z_2$  и  $z_4$  – большие венцы сателлитов;  $z_2'$  и  $z_4'$  – меньшие венцы сателлитов

Передаточное отношение передачи при ведущем водиле  $h$ , ведомом колесе  $z_3$  и неподвижном  $z_1$  определяется по формуле

$$i_{h3}^1 = \frac{1}{1 - \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3}} \quad (1)$$

Введя обозначения  $e = z_1 - z_3 = z_2 - z_4$  и  $z_d = z_1 - z_2 = z_3 - z_4$ , после несложных преобразований (1) можно представить в удобном для анализа виде:

$$i_{h3}^1 = \frac{(z_1 - z_d)(z_1 - e)}{z_d e} \quad (2)$$

Из (2) следует, что при возрастании  $z_1$ , уменьшении  $z_d$  и  $e$  значение передаточного отношения передачи увеличивается. Диапазон реализуемых передаточных отношений передачи при  $z_1 = 40 \dots 100$ ,  $z_d = 3 \dots 7$ ,  $e = 2$  и 4 составляет  $i_{h3}^1 = 42 \dots 1580$ . Рациональные значения передаточного отношения для силовых приводов  $i_{h3}^1 = 90 \dots 500$ .

Рассмотрим схему станочного зацепления червячной зуборезной фрезы и заготовки нарезаемой шестерни (рис. 2). Для определения траектории движения оси фрезы сначала необходимо для нарезаемой шестерни получить уравнение изменения коэффициента смещения исходного контура  $x_i$  по аппликатам торцевых сечений  $w$ .

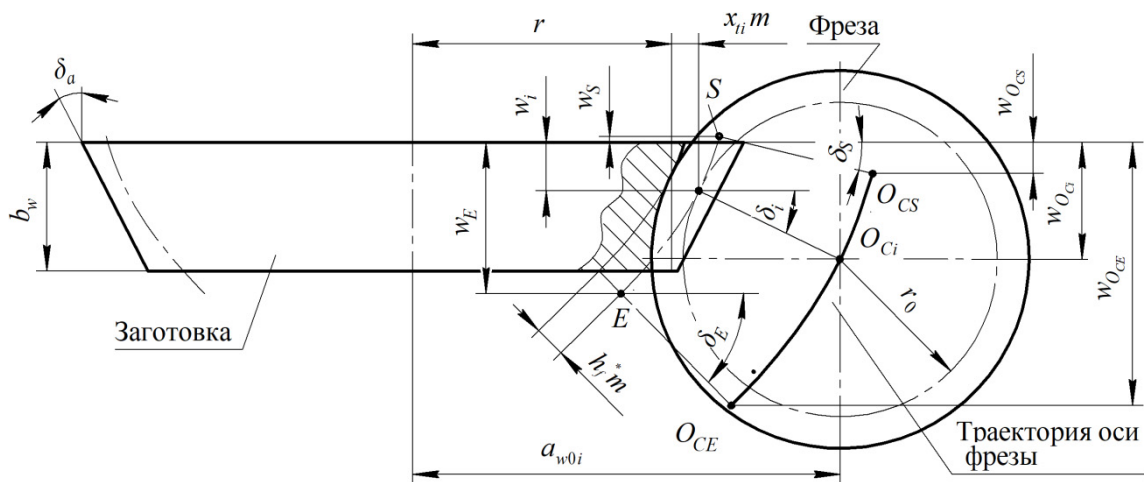


Рис. 2. Схема станочного зацепления заготовки шестерни и фрезы

Коэффициенты смещения в разных торцевых сечениях заготовки можно получить из условия равной толщины теоретического и приближенного профилей зубьев в середине их высоты. Толщину зуба теоретического профиля можно определить по координатам его точек, решая уравнения поверхности зуба [6]. Аппроксимируя значения коэффициентов смещения, можно получить искомое уравнение  $x_t = f(w)$ .

Исследования показали, что это уравнение можно представить в виде квадратного трехчлена:

$$x_t = aw^2 + bw + c, \quad (3)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – коэффициенты, полученные при аппроксимации функции. Умножив (3) на модуль зацепления  $m$ , можно найти уравнение смещения исходного контура:

$$m x_t = Aw^2 + Bw + C. \quad (4)$$

Здесь  $A = am$ ,  $B = bm$ ,  $C = cm$ .

Затем, используя полученное уравнение, можно определить координаты оси инструмента для различных торцевых сечений заготовки, то есть искомую траекторию движения оси фрезы в станочном зацеплении. Зависимости получены с учетом условия, что в станочном зацеплении начальный цилиндр фрезы непрерывно касается кривой, описываемой (4).

Координаты центра зуборезной фрезы в осевом сечении заготовки и аппликата ее торцевого сечения  $w_i$  связаны зависимостью:

$$a_{w0i} = r + Aw_i^2 + Bw_i + C + r_0 \cos \delta_i, \quad (5)$$

$$w_{0i} = w_i + r_0 \sin \delta_i. \quad (6)$$

Здесь  $a_{w0i}$  – межосевое расстояние в станочном зацеплении;  $w_{0i}$  – аппликата точки траектории оси фрезы;  $r$  – радиус делительной окружности зубьев заготовки;  $r_0$  – радиус начальной окружности фрезы;  $\delta_i$  – угол наклона нормали к кривой смещения исходного контура. Значение угла  $\delta_i$  определяют по выражению:

$$\delta_i = -\arctg(2A w_i + B). \quad (7)$$

Начальную и конечную точку траектории оси фрезы ( $O_{CS}$  и  $O_{CE}$ ) можно находить следующим образом. Сначала определяют ап-

пликаты начальной  $S$  и конечной  $E$  точек на кривой смещения исходного контура, соответствующих началу и окончанию резания зубьев.

Начальной точкой резания на поверхности зубьев является точка на поверхности вершин зубьев с аппликатой  $w = 0$  (на большем торце заготовки). Положение точки  $S$  можно найти из условия, что нормаль к кривой смещения проходит через точку на вершине зуба, а длина ее отрезка от точки  $S$  до точки вершины зуба равна высоте головки зуба исходного контура  $h_a = h_a^* m$ , где  $h_a^* = 1$  – коэффициент высоты головки зуба исходного контура. Аппликату точки  $S$  ( $w_S$ ) можно определить, решая систему уравнений:

$$w_S = m h_a^* \sin \delta_S, \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} \delta_S = -(2Aw_S + B). \quad (9)$$

Конечной точкой резания на поверхности зубьев является точка на поверхности впадин зубьев с аппликатой  $w = b_w$  (на меньшем торце заготовки). Положение точки  $E$  можно найти из условия, что нормаль к кривой смещения проходит через точку на впадине зуба, а длина ее отрезка от точки  $E$  до точки впадины зуба равна высоте ножки зуба исходного контура  $h_f = m (h_a^* + c^*)$ , где  $c^* = 0,25$  – коэффициент радиального зазора исходного контура. Аппликату точки  $E$  ( $w_E$ ) можно определить, решая систему уравнений:

$$w_E = m (h_a^* + c^*) \sin \delta_E, \quad (10)$$

$$\operatorname{tg} \delta_E = -(2Aw_E + B). \quad (11)$$

Координаты начальной и конечной точек траектории оси фрезы ( $O_{CS}$  и  $O_{CE}$ ) можно рассчитывать по (5) и (6), приняв в них соответственно  $a_{w0i} = a_{w0CS}$ ,  $w_{0i} = w_{0CS}$ ,  $w_i = w_S$ ,  $\delta_i = \delta_S$  и  $a_{w0i} = a_{w0CS}$ ,  $w_{0i} = w_{0CS}$ ,  $w_i = w_E$ ,  $\delta_i = \delta_E$ . После определения координат граничных точек траектории оси фрезы находят координаты ее промежуточных точек.

Поскольку при постоянном шаге аппликат точек кривой смещения исходного контура соответствующие им точки на траектории оси фрезы располагаются неравномерно, то

практический расчет координат ее точек удобно производить следующим образом:

1) назначают минимальное и максимальное значения аппликат точек траектории оси фрезы (желательно числа целые или кратные 0,5) –  $w_{Omin} \leq w_{0CS}$ ,  $w_{Omax} \geq w_{0CS} + 2 \dots 3$  мм;

2) выбирают шаг изменения аппликаты  $\Delta w_O$  (обычно  $\Delta w_O = 0,5$  или 1 мм);

3) задавшись аппликатой точки траектории оси фрезы  $w_{Oi}$  в диапазоне  $[0 \dots w_{Omax}]$ , находят аппликату  $w_i$  и угол  $\delta_i$  соответствующей точки на кривой изменения смещения исходного контура, для чего совместно решают (6) и (7); 4) по (5) вычисляют значение  $a_{w_{0i}}$ .

Результаты исследования использованы при проектировании и изготовлении планетарных редукторов различного назначения [7–9].

Предложенные в работе зависимости позволяют определять траекторию движения оси зуборезной червячной фрезы в станочном зацеплении при нарезании зубьев неэвольвентной шестерни цилиндрико-конической передачи внутреннего зацепления. Результаты работы могут быть использованы при изготовлении неэвольвентных шестерен на зубофрезерных станках с ЧПУ.

#### Библиографические ссылки

1. Пат. 2364480 С1 Российская Федерация, МПК В23F 5/24. Способ нарезания зубьев неэвольвентной шестерни цилиндрикоконической передачи внутреннего зацепления / Б. А. Лопатин, Е. А. Полуэктов, Д. Б. Лопатин, Р. И. Зайнетдинов, В. М. Рублев. № 2008117944; заявл. 04.05.2008; опубл. 20.08.2009. Бюл. № 23. 2 с.

2. Лопатин Б. А., Полуэктов Е. А., Хаустов С. А. Формирование внутреннего приближенного зацепления цилиндрико-конических передач // Вестник ЮУрГУ. Сер. «Машиностроение». 2011. № 11 (228). С. 62–69.

3. А. с. 1055929 А СССР, МПК F 16 H 1/32. Планетарная передача / В. И. Безруков, Ю. А. Гончаров, Р. И. Зайнетдинов. № 2841763; заявл. 22.11.1979; опубл. 23.11.1983. Бюл. № 43. 3 с.

4. Пат. 2101588 С1 Российская Федерация, МПК F16H 57/12. Беззазорная планетарная передача / Б. А. Лопатин, Д. Н. Казарцев, Д. Б. Лопатин, В. И. Безруков, В. М. Рублев.

№ 96104483/28; заявл. 12.03.1996; опубл. 10.01.1998. Бюл. № 1. 3 с.

5. Лопатин Б. А., Цуканов О. Н. Цилиндрико-конические зубчатые передачи : монография. Челябинск : Изд-во ЮУрГУ, 2005. 200 с.

6. Лопатин Б. А., Зайнетдинов Р. И., Плотникова С. В. Контроль зубьев неэвольвентной шестерни цилиндрико-конической передачи // Вестник ЮУрГУ. Сер. «Машиностроение». 2014. Т. 14, № 1. С. 52–58.

7. Лопатин Б. А., Цуканов О. Н., Плотникова С. В. Цилиндрико-конические зубчатые зацепления в приводах машин // Вестник машиностроения. 2003. № 8. С. 7–9.

8. Цуканов О. Н., Лопатин Б. А., Полуэктов Е. А. Электромеханический привод для механизмов углового поворота объектов космической техники // Вестник машиностроения. 2009. № 2. С. 14–16.

9. Bruzhas V. V., Lopatin B. A. Development Of Solid-State Models For The Gears Of Different Geometry // Procedia Engineering. Ser. "International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2015". 2015. Vol. 129. Pp. 369-373.

#### References

1. Lopatin B. A., Poluektov E. A., Lopatin D. B., Zainetdinov R. I., Rublev V. M. *Sposob narezaniya zub'ev neevol'ventnoi shesterni tsilindrokonicheskoi peredachi vnutrennego zatsepleniya*, Patent 2364480 S1 Rossiiskaya Federatsiya [The method of cutting the teeth of a non-involute gear of a cylinder-conic transmission of internal engagement], 2 p. (in Russ.).

2. Lopatin B. A., Poluektov E. A., Khaustov S. A. (2011). *Vestnik YuUrGU. Seriya «Mashinostroenie»* [Herald of SUSU. Series "Mechanical Engineering"], no. 11 (228), pp. 62-69 (in Russ.).

3. Bezrukov V. I., Goncharov Yu. A., Zainetdinov R. I. *Planetarnaya peredacha*, A. s. 1055929 A SSSR, MPK F 16 H 1/32 [Planetary gear] (in Russ.).

4. Lopatin B. A., Kazartsev D. N., Lopatin D. B., Bezrukov V. I., Rublev V. M. *Bezzazornaya planetarnaya peredacha*, Patent 2101588 S1 Rossiiskaya Federatsiya, MPK F16H 57/12 [Non-gaping planetary gear], 3 p. (in Russ.).

5. Lopatin B. A., Tsukanov O. N. (2005). *Tsilindro-konicheskie zubchatye peredachi* [Cylindrical-bevel gears]. Chelyabinsk: Izd-vo YuUrGU, 200 p. (in Russ.).

6. Lopatin B. A., Zainetdinov R. I., Plotnikova S. V. (2014). *Vestnik YuUrGU. Seriya «Mashinostroenie»* [Herald of SUSU. Series "Mechanical Engineering"], vol. 14, no. 1, pp. 52-58 (in Russ.).

7. Lopatin B. A., Tsukanov O. N., Plotnikova S. V. (2003) *Vestnik mashinostroeniya* [Bulletin of Machine Building], no. 8, pp. 7-9 (in Russ.).

8. Tsukanov O. N., Lopatin B. A., Poluektov E. A. (2009). *Vestnik mashinostroeniya* [Bulletin of Machine Building], no. 2, pp. 14-16 (in Russ.).

9. Bruzhas V. V., Lopatin B. A. Development Of Solid-State Models For The Gears Of Different Geometry // *Procedia Engineering*. Сер. "International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2015". 2015. Vol. 129. Pp. 369-373.

\*\*\*

*B. A. Lopatin*, DSc in Engineering, Professor, South Ural State University (National Research University), branch in Zlatoust

*R. I. Zaynetdinov*, PhD in Engineering, Associate Professor, South Ural State University (National Research University), branch in Zlatoust

### **Formation of Tooth Profiles of Non-Involute Bevel Gears at CNC Machines**

*The paper considers the cylindrical-bevel internal gear consisting of an involute cylindrical gearwheel with internal teeth, and bevel (in the form of the workpiece) non-involute pinion, the axis of which is inclined to the axis of the gearwheel. Using these links the eccentric planetary gears with two inclined satellites can be created that implement large gear ratios and have high load capacity with a relatively simple design. In their characteristics they are comparable with harmonic gears but are more reliable. However, non-involute pinion teeth have a complex barrel shape, thus complicating the production of their theoretically accurate surface. The cutting teeth of the pinion in question can be exercised in machining the gear blank and gear cutting hob as it moves along a certain curved path. The dependences for determining the trajectory of the milling cutter when cutting the pinion teeth are studied. The movement of the cutter along a curved path can be realized at gear hobbing CNC machines. The research results were used in the design and manufacture of planetary gearboxes for various purposes.*

**Keywords:** cylindrical-bevel gear, non-involute gear, eccentric planetary gear, hob trajectory.

Получено: 05.03.18