

УДК 532 + 622.276.1/4(73)
DOI 10.22213/2410-9304-2018-3-129-135

СРАВНЕНИЕ МЕТОДА ТРУБОК ТОКА С ОБЫЧНЫМИ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ ПРИ ДВУМЕРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ МЕЧЕНОЙ ЖИДКОСТИ

С. В. Денисов, кандидат технических наук, доцент, Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Россия

В. Е. Лялин, доктор технических наук, доктор геолого-минералогических наук, доктор экономических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Р. О. Султанов, кандидат технических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

В качестве широко используемого численного метода решения уравнений без учета дисперсионного члена был выбран метод конечных объемов (finite volume method или FVM). В работе представлено введение в суть метода применительно к области гидродинамики и его сравнение с другими численными методами.

Метод конечных объемов первоначально развивался как особая формулировка метода конечных разностей (finite difference method или FDM). Показано, что для реализации метода конечных объемов может использоваться базис как метода конечных разностей (FDM), так и метода конечных элементов (finite element method или FEM). Метод конечных объемов использует понятие контрольного объема (control volume или CV) и контрольной поверхности (control surface или CS), поэтому иногда этот метод называют методом контрольного объема. При этом основное уравнение сохранения записывается в интегральном виде. Далее проводится дискретизация этого уравнения, которая в данном примере будет осуществляться методом конечных разностей (FDM).

Показано, что при большом числе трубок тока решение на базе метода трубок тока является точным для случая отсутствия диффузии и может быть использовано для вычисления пространственной ошибки.

Ключевые слова: метод трубок тока, метод конечных объемов, метод конечных разностей.

Введение

Явление гидродинамической дисперсии в пористой среде проявляется во многих проблемах течения грунтовых вод, процессах химического машиностроения, при организации добычи нефти и довольно широко изучалось в прошлом [1]. Оно служит базовым фундаментом для понимания взаимодействия более сложных, нелинейных, многофазных и многокомпонентных процессов вытеснения в неоднородных пластовых системах [2]. Численное преимущество моделирования процесса вытеснения меченой жидкости заключается в том, что эллиптическое уравнение, определяющее потенциальное движение жидкости, рассматривается отдельно от уравнений сохранения массы индикатора. Задача становится линейной в смысле давления/фильтрационного потенциала, и сложные расчеты при решении уравнения для давления необходимо произвести только один раз при моделировании вытеснения за любой промежуток времени. Моделирование фильтрации меченой жидкости нашло широкое применение в двух основных областях нефтяной науки [3–5]: исследование численной дисперсии и определение степени влияния пластовых неоднородностей.

Метод трубок тока часто использовался для моделирования смешивающегося вытеснения,

поскольку большинство авторов рассматривали трубки тока неподвижными во времени, даже в случае двухфазной фильтрации, где общая скорость зависит от значений насыщенностей [6]. В этой главе метод трубок тока предлагается как эффективный способ получения двумерных решений для неоднородных и анизотропных пластовых систем, который можно обобщить на случаи нелинейных фильтраций.

Определим так называемый идеальный индикатор, который инертен по отношению к твердой фазе, образующей систему пор, и не влияет на свойства жидкости: плотность, вязкость и т. п. При относительно небольших концентрациях предположение об идеальном индикаторе вполне удовлетворительно для большинства практических целей.

Дискретизация уравнения конвекции индикатора методом конечных объемов

Запишем уравнение

$$\phi \frac{\partial C}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla C - \phi \cdot \nabla (\mathbf{D}' \cdot \nabla C) = 0 \quad (1)$$

в следующем виде без учета гидродинамической дисперсии индикатора в жидкости:

$$\phi \frac{\partial C}{\partial t} + \nabla (\vec{u}C) = 0. \quad (2)$$

Проинтегрируем уравнение конвекции индикатора в жидкости (2) по некоторому контрольному объему CV:

$$\phi \iiint_{CV} \frac{\partial C}{\partial t} dV + \iiint_{CV} \nabla \cdot (\vec{u}C) dV = 0. \quad (3)$$

Интеграл по объему конвективного члена уравнения (3) может быть переписан как интеграл по поверхности с использованием векторной теоремы Остроградского (ее часто также называют теоремой Гаусса), которую можно записать в виде равенства

$$\iiint_{CV} \nabla \cdot \vec{a} dV = \oiint_{CS} \vec{n} \cdot \vec{a} d\sigma, \quad (4)$$

где \vec{n} – вектор нормали к контрольной поверхности CS. Тогда на основании равенства (4) уравнение (3) примет вид

$$\phi \iiint_{CV} \frac{\partial C}{\partial t} dV + \oiint_{CS} \vec{n} \cdot (\vec{u}C) d\sigma = 0. \quad (5)$$

Кроме того, необходимо проинтегрировать уравнение (5) по времени за малый временной интервал $[t, t + \Delta t]$, что даст окончательную запись транспортного уравнения индикатора в интегральном виде

$$\phi \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{CV} \frac{\partial C}{\partial t} dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \oiint_{CS} \vec{n} \cdot (\vec{u}C) d\sigma dt = 0. \quad (6)$$

Первый шаг в FVM состоит в том, чтобы разделить область на дискретные контрольные объемы. Границы (границы) контрольных объемов устанавливаются, как правило, в середине между соседними узлами. Соответственно, каждый внутренний узел окружен контрольным объемом или ячейкой. Обычным для практики является такое расположение контрольных объемов на краю области, когда физические границы совпадают с гранями контрольных объемов. Кроме того, в этом случае отсутствуют узлы на границах. Этот способ широко применяют инженеры-нефтяники, которые обычно называют такую сетку «блочно-центрированной». Тем не менее можно использовать «сетку с распределенными узлами», в которой есть узлы на границах области и им соответствуют объемы ячеек в два раза меньшие, чем для остальных узлов сетки. Результатом решения двумерного эллиптического уравнения с помощью пакета PDE Toolbox системы MATLAB является прямоугольная сетка (после преобразования командой *tri2grid*), каждому узлу которой соответствует определенное значение давления жидкости в данной точке, а

также неизвестная величина доли индикатора. Случай двумерной задачи конвекции индикатора, когда используется равномерная прямоугольная сетка для дискретизации уравнения (6), демонстрируется на рис. 1. На рисунке также показаны граничные условия для данного случая. При этом условия в верхней, нижней и правой части области на рис. 1 являются следствием граничных условий. Легко заметить, что используется сетка с распределенными узлами.

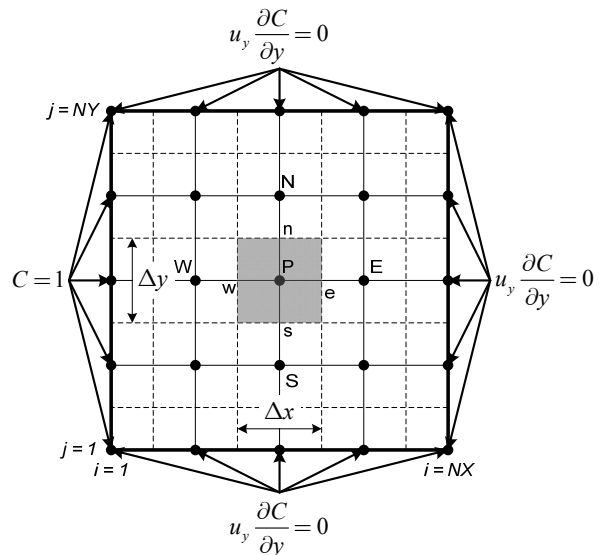


Рис. 1. Прямоугольная сетка и граничные условия для решения уравнения конвекции индикатора в двумерном пространстве FVM-методом

Для некоторого узла сетки P обозначим соседние с ним узлы в «западной», «восточной», «северной» и «южной» сторонах буквами W, E, N и S соответственно (обозначение заимствовано из [7–9]). Подобным образом обозначим грани контрольного объема буквами w, e, n и s (серый прямоугольник вокруг узла P на рис. 1). Расстояния между узлами W, E, N и S и узлом P обозначим как δx_{wP} , δx_{eP} , δy_{nP} и δy_{sP} соответственно. Аналогично обозначим расстояния между гранями w, e, n и s и узлом P символами δx_{wP} , δx_{eP} , δy_{nP} и δy_{sP} . Из рис. 1 видно, что $\Delta x = \delta x_{ew}$ и $\Delta y = \delta y_{ns}$.

Ключевым шагом в FVM является дискретизация уравнения (6) в окрестности узла P. Как уже отмечалось, в качестве способа дискретизации будет использоваться FDM, тогда поверхностный интеграл в уравнении будет приближенно равен

$$\oiint_{CS} \vec{n} \cdot (\vec{u}C) d\sigma \cong (uCA)_e - (uCA)_w + (uCA)_n - (uCA)_s, \quad (7)$$

где A – площадь поперечного сечения грани контрольного объема; в частности $A_e = A_w = \Delta y$ и $A_s = A_n = \Delta x$. Очень привлекательной особенностью FVM является то, что полученное конечно-разностное выражение имеет ясную физическую интерпретацию.

Выбор способа аппроксимации значения C на границе контрольного объема является далеко не однозначной задачей. В общем случае любая конечно-разностная схема, аппроксимирующая ДУЧП, являющегося законом сохранения, должна удовлетворять свойствам консервативности, ограниченности и транспортности. Схема является консервативной, если она обеспечивает выполнение определенных интегральных законов сохранения, справедливых для исходного дифференциального уравнения. Свойство ограниченности гласит, что в отсутствие источников в системе величины некоторого свойства (в данном случае доли индикатора C) для каждого внутреннего узла должны быть ограничены его (свойства) граничными значениями. Большинство схем обладают этими двумя свойствами, но не удовлетворяют свойству транспортности, которое является одним из важнейших свойств конечно-разностных аналогов дифференциальных уравнений конвекции. Говорят, что схема обладает свойством транспортности, если возмущение, наложенное на какую-либо функцию, переносится за счет конвекции только в направлении скорости. Простейшей транспортной и консервативной конечно-разностной схемой является схема с разностями против потока. Недостатком такой схемы является то, что она имеет всего лишь первый порядок точности.

Схема с разностью против потока (с донорными ячейками) принимает в расчет направление потока при определении значения C на границе ячейки, которое берется равным значению в узле, находящемся сверху по течению. Например, когда жидкость движется в положительном направлении ($u_w > 0$ и $u_e > 0$), то схема устанавливает следующие значения:

$$C_w = C_w \text{ и } C_e = C_p. \quad (8)$$

В случае же отрицательного направления потока ($u_w < 0$ и $u_e < 0$) схема дает

$$C_w = C_p \text{ и } C_e = C_e. \quad (9)$$

Аналогично можно записать для граней n и s .

В общем случае выражение (7) можно переписать так:

$$\begin{aligned} & \oint_{CS} \vec{n} \cdot (\vec{u}C) d\sigma \cong \\ & \cong a_p C_p - (a_w C_w + a_e C_e + a_s C_s + a_n C_n), \quad (10) \end{aligned}$$

с центральным коэффициентом:

$$a_p = a_w + a_e + a_s + a_n + \Delta F, \quad (11)$$

с коэффициентами для схемы с разностями против потока:

$$\begin{aligned} a_w &= \max(F_w, 0), \\ a_e &= \max(-F_e, 0), \\ a_s &= \max(F_s, 0), \\ a_n &= \max(-F_n, 0), \\ \Delta F &= F_e - F_w + F_n - F_s, \end{aligned} \quad (12)$$

где принято обозначение для всех граней ячейки

$$F = uA. \quad (13)$$

Легко показать, что для случая движения жидкости слева направо будут всегда выполняться неравенства $u_w > 0$ и $u_e > 0$ ($F_w > 0$ и $F_e > 0$), а значит, при реальных расчетах можно сразу использовать следующие выражения для коэффициентов $a_w = F_w$ и $a_e = 0$. Для оставшихся коэффициентов a_n и a_s подобное утверждать нельзя.

Проинтегрировав по некоторому контрольному объему CV , несложно для любого узла P сетки на рис. 1 вывести аппроксимирующее равенство

$$\begin{aligned} \iiint_{CV} \nabla \vec{u} \cdot \vec{u} dV &= \oint_{CS} \vec{n} \cdot \vec{u} d\sigma \cong \\ &\cong (uA)_e - (uA)_w + (uA)_n - (uA)_s = \Delta F \approx 0. \quad (14) \end{aligned}$$

Другими словами при расчете центрального коэффициента a_p можно приближенно считать $\Delta F \approx 0$.

Значения скорости фильтрации на границах контрольного объема вычисляются по схеме центральной разности. Например, для грани w получим

$$u_w = -\lambda_w \frac{P_p - P_w}{\delta x_{wp}}, \quad (15)$$

где λ_w – подвижность жидкости. Для выбора аппроксимации переменного коэффициента λ_w нет какого-либо единого способа, однако в работе [10] предлагается взвешенная среднегармоническая схема при условии, что проводимость считается кусочно-постоянной с поверхностью раздела,

перпендикулярной возможному направлению потока. Для грани w это будет записываться так:

$$\lambda_w = \frac{(\delta x_{wW} + \delta x_{wP})}{\frac{\delta x_{wW}}{\lambda_W} + \frac{\delta x_{wP}}{\lambda_P}}. \quad (16)$$

Для случая $\delta x_{wW} = \delta x_{wP}$ подвижность λ_w будет просто средним гармоническим значений λ_W и λ_P .

Если считать, что доля индикатора в узле P преобладает во всем контрольном объеме, то аппроксимация левого члена в уравнении (6) может иметь вид

$$\varphi \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{CV} \frac{\partial C}{\partial t} dV dt = \varphi \iiint_{CV} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial C}{\partial t} dt \cong \varphi (C_P - C_P^0) \Delta V, \quad (17)$$

где верхний индекс 0 обозначает значение доли индикатора в момент времени t ; для момента времени $t + \Delta t$ верхний индекс для доли индикатора отсутствует; $\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y$ – величина контрольного объема.

Для правой части уравнения (6) будем использовать следующую аппроксимацию интеграла по времени:

$$I_C = \int_t^{t+\Delta t} C_P dt = (\theta C_P + (1-\theta)C_P^0) \Delta t. \quad (18)$$

Используя аппроксимации (10), (17) и интеграл (18), нетрудно вывести конечно-разностный аналог уравнения (6):

$$\begin{aligned} (a_p^0 + \theta a_p) C_P &= \theta (a_w C_w + a_e C_e + a_s C_s + a_n C_n) + \\ &+ (1-\theta) (a_w C_w^0 + a_e C_e^0 + a_s C_s^0 + a_n C_n^0) + \\ &+ (a_p^0 - (1-\theta) a_p) C_P^0, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$a_p^0 = \frac{\varphi \Delta V}{\Delta t}. \quad (20)$$

Конечная схема дискретизации уравнения (6) зависит от значения θ . При нулевом θ используются значения доли индикатора только на старом временном слое t для вычисления C_P за отрезок времени Δt , такая схема называется явной. В случае $0 < \theta \leq 1$ используются доли индикатора как на новом, так и на старом временном слое; результирующая схема называется неявной. В частности, когда $\theta = 1$ схема называется полностью неявной, а в случае $\theta = 1/2$ – схемой Кранка – Николсона или полунявной.

Уравнение (19), аппроксимирующее ДУЧП (6), соответствует внутренним узлам сетки, т. е. имеет все четыре соседних узла. Для сетки на рис. 1 внутренние узлы – это узлы с индексами $i = 2 \dots NX - 1$, $j = 2 \dots NY - 1$. Остальные узлы являются граничными, и для них запись аппроксимирующего уравнения будет немного отличаться. Различные случаи расположения граничных узлов для сетки на рис. 1 показаны на рис. 2. Очевидно, что граничным узлам будут соответствовать меньший контрольный объем и меньшее число соседних узлов. Кроме того, необходимо для этих узлов учесть граничные условия, которые приведены на рис. 1.

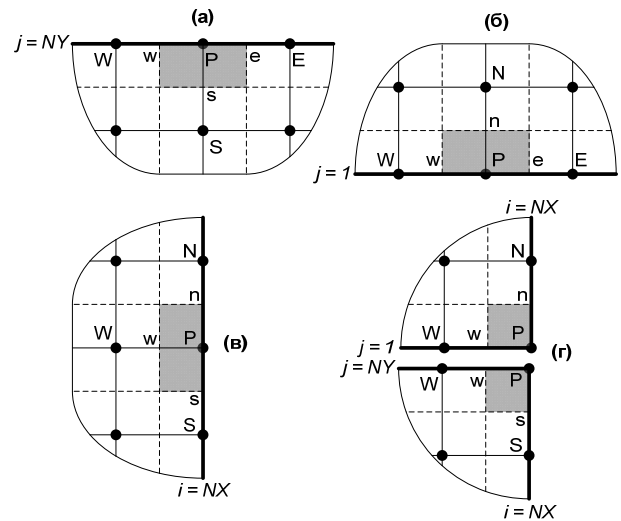


Рис. 2. Варианты расположения граничных узлов сетки

Для граничного узла на рис. 2, a аналогично выражению (7) можно записать следующее:

$$\iint_{CS} \vec{n} \cdot (\vec{u}C) d\sigma \cong \frac{1}{2} F_e C_e - \frac{1}{2} F_w C_w - F_s C_s, \quad (21)$$

где учитывается граничное условие непроницаемости верхней стенки области ($F_n = F_p = 0$). Используя схему с разностью против потока, аппроксимирующее равенство (21) перепишется так

$$\begin{aligned} \iint_{CS} \vec{n} \cdot (\vec{u}C) d\sigma &\cong \\ &\cong \frac{1}{2} a_p C_P - \frac{1}{2} (a_w C_w + a_e C_e + 2a_s C_s), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$a_p = a_w + a_e + 2a_s + \Delta F \quad (23)$$

и

$$\Delta F = F_e - F_w - 2F_s. \quad (24)$$

Поскольку узлу P на рис. 2, a соответствует половина контрольного объема ΔV , а значит, и коэффициент a_p^0 (см. формулу (20), то окончательно получим следующую запись конечно-разностного аналога:

$$\begin{aligned} (a_p^0 + \theta a_p) C_p &= \theta(a_w C_w + a_e C_e + 2a_s C_s) + \\ &+ (1-\theta)(a_w C_w^0 + a_e C_e^0 + 2a_s C_s^0) + \\ &+ (a_p^0 - (1-\theta)a_p) C_p^0. \end{aligned} \quad (25)$$

Нетрудно заметить, что для граничного узла на рис. 2, b можно проделать подобные выкладки и получить

$$\begin{aligned} (a_p^0 + \theta a_p) C_p &= \theta(a_w C_w + a_e C_e + 2a_n C_n) + \\ &+ (1-\theta)(a_w C_w^0 + a_e C_e^0 + 2a_n C_n^0) + \\ &+ (a_p^0 - (1-\theta)a_p) C_p^0. \end{aligned} \quad (26)$$

Для узла P на рис. 2, c аппроксимация поверхностного интеграла

$$\oint_{CS} \vec{n} \cdot (\vec{u}C) d\sigma \cong F_p C_p - F_w C_w, \quad (27)$$

или по-другому в общем виде

$$\oint_{CS} \vec{n} \cdot (\vec{u}C) d\sigma \cong a_p C_p - a_w C_w - a_e C_e, \quad (28)$$

где

$$a_p = a_w + a_e + \Delta F \quad (29)$$

и

$$\Delta F = F_w - F_e, \quad (30)$$

причем $F_p = F_w = F_e$. При выводе выражения (28) учитывалось граничное условие постоянства давления в месте отбора (см. рис. 1), при котором $F_n = F_s = 0$ (см. также уравнение (15)). Тогда окончательное аппроксимирующее уравнение для узла на рис. 2, c будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}a_p^0 + \theta a_p\right) C_p &= \theta(a_w C_w + a_e C_e) + \\ &+ (1-\theta)(a_w C_w^0 + a_e C_e^0) + \left(\frac{1}{2}a_p^0 - (1-\theta)a_p\right) C_p^0. \end{aligned} \quad (31)$$

Граничным узлам на рис. 2, c соответствует четверть контрольного объема ΔV , т. е. необходимо брать коэффициент $1/4 a_p^0$, и уменьшенные вдвое площади A на границах объема, что приводит к необходимости использования коэффициентов $1/2 a_w$ и $1/2 a_n$ или $1/2 a_s$, т. е. получается то же самое уравнение (31).

Сравнительный пример на рис. 3 показывает, что решение, полученное FVM, содержит численную дисперсию, хотя изначальное ДУЧП соответствует случаю чистой конвекции индикатора в жидкости (см. уравнение (2)).

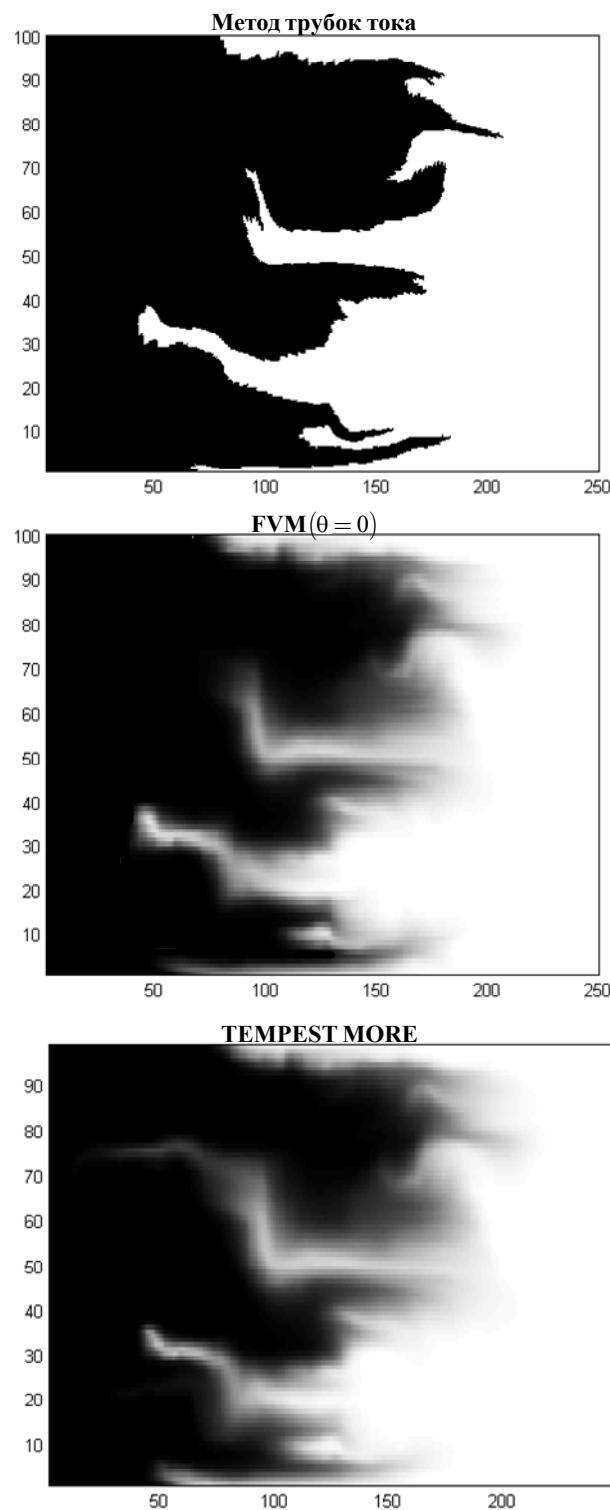


Рис. 3. Сравнение профилей доли индикатора, полученных сверху вниз методом трубок тока, FVM (явная схема, $\theta = 0$) и TEMPEST MORE для $t_D = 0,55$

Появление подобной искусственной схемной диффузии связано с выведенным на базе FVM конечно-разностным уравнением, решение которого эквивалентно решению уравнения (2) с добавочным диффузионным членом. Коэффициент искусственной диффузии зависит от локальной скорости потока и отношения Δt к Δx (Δt к Δy).

В пределе при большом числе трубок тока решение на базе метода трубок тока является точным для случая отсутствия диффузии и может быть использовано для вычисления пространственной ошибки [11, 12]:

$$\Delta C_{\text{err}} = |C(x, y)_{\text{ST}} - C(x, y)_{\text{FVM}}|, \quad (32)$$

пример вычисления которой показан на рис. 4, а. На рис. 4, б показаны кривые относительных дебитов индикатора для метода трубок тока и FVM.

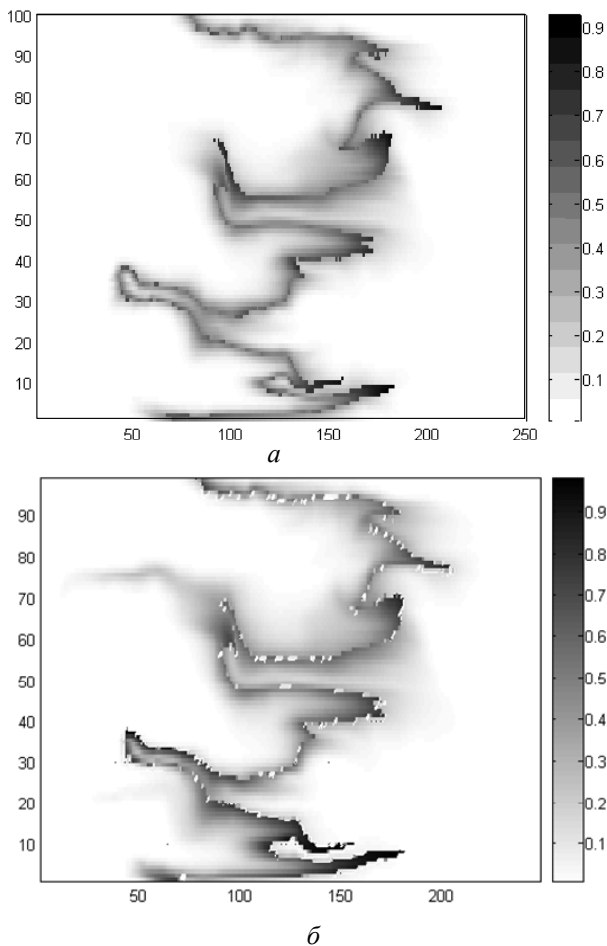


Рис. 4. Отклонение решения уравнения конвекции FVM-методом и симулятором TEMPEST MORE от эталонного (метод трубок тока): а, б – пространственное распределение ошибки

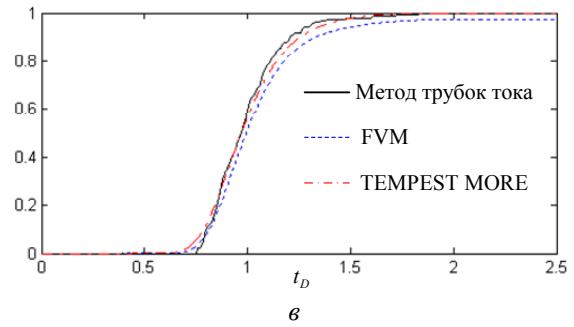


Рис. 4. Окончание: б – кривые относительных дебитов индикатора

Выводы

В симуляторе моделируется конвекция индикатора внутри жидкости. Результаты моделирования в гидродинамическом симуляторе TEMPEST MORE фирмы ROXAR и сравнение с результатами, полученными методом трубок тока, приведены на рис. 3 и 4. Интересно отметить, что в TEMPEST MORE используется полностью неявная схема дискретизации основного уравнения с применением блочно-центрированной сетки.

Примечательно, что FVM и TEMPEST MORE сначала завышают величину дебита индикатора, а затем, наоборот, монотонно ее недооценивают по сравнению с методом трубок тока (см. рис. 4, б). Первое, очевидно, связано с тем, что в результате численной диффузии отбор индикатора начинается чуть раньше, чем в случае чистой конвекции. Однако затем скорость отбора становится меньше. Возможной причиной этого может являться то, что схемная диффузия в решениях полученными FVM и TEMPEST MORE «размывает» фронт скачка доли индикатора и таким образом уменьшает «эффективность» добычи нефти перед ним. Кроме того, погрешность вычисления поля распределения давления с использованием PDE Toolbox приводит к отличной от единицы асимптотической величине относительного дебита при $t_D \rightarrow \infty$, получаемого FVM (ошибка менее 3 %).

Необходимо заметить, что с помощью модели нелетучей нефти можно моделировать смешивающееся вытеснение с учетом диффузии индикатора. Аналогом коэффициента диффузии служит соответствующий вид функции капиллярного давления.

Библиографические ссылки

1. Роуч П. Вычислительная гидродинамика / пер. с англ. ; под ред. П. И. Чушкина. М. : Мир, 1980. 616 с.
2. Chung, T. J. Computational fluid dynamics, CUP, Cambridge, 2002. 1036 p.
3. Азиз Х., Семтару Э. Математическое моделирование пластовых систем / пер. с англ. ; под ред.

М. М. Максимова. М. : Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2004. 416 с. Репринтное издание. Оригинальное издание: М. : Недра, 1982.

4. Schiozer D. J. Simultaneous simulation of reservoir and surface facilities, Ph.D Thesis, Stanford University, 1994

5. Juanes R. Displacement theory and multiscale numerical modeling of three-phase flow in porous media, Ph. D. Thesis, University of California, Berkeley, California, 2003.

6. Horne R. N. Modern well test analysis: a computer-aided approach. 4th printing. Palo Alto: Petroway, 1990 – 183 p.

7. Пыхачев Г. Б., Исаев Р. Г. Подземная гидравлика : учеб. пособие. М. : Недра, 1972. 360 с.

8. Thiele M. R. Modeling multiphase flow in heterogeneous media using streamtubes, Ph. D. Thesis, Stanford University, Stanford, California, 1994. 203 p.

9. Wesseling P. Principles of computational fluid dynamics, Springer, Berlin, 2001. 644 p.

10. Wong T. W. and Aziz K. Considerations in the development of multipurpose reservoir simulation models // First and Second International Forum on Reservoir Simulation, Alpbach, Austria, 1988 and 1989. 77-208 p.

11. Tureyen O. I., Karacali O., Caers J. A., Parallel, Multiscale Approach to Reservoir Modeling // 9th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, 30 August – 2 September 2004. Cannes, France. pp. 1-8.

12. Thiele M. R., Batycky R. P. and Blunt M. J. A streamline-based 3D filed scale compositional reservoir simulator // SPE Reservoir Engineering, Oct. 5-8 1997. San Antonio, Texas, U.S.A. Pp. 1-12.

2. Chung T. J. Computational fluid dynamics, CUP, Cambridge, 2002. 1036 p.

3. Aziz H., Settari E. *Matematicheskoe modelirovanie plastovyh sistem* [Mathematical modeling of reservoir systems]. Moscow, Izhevsk, 2004. 416 p. (in Russ.).

4. Schiozer D. J. Simultaneous simulation of reservoir and surface facilities, Ph.D Thesis, Stanford University, 1994.

5. Juanes R. Displacement theory and multiscale numerical modeling of three-phase flow in porous media, Ph. D. Thesis, University of California, Berkeley, California, 2003.

6. Horne R. N. Modern well test analysis: a computer-aided approach. 4th printing. Palo Alto: Petroway, 1990. 183 p.

7. Pikhachev G. B, Isaev R. G. *Podzemnaya gidravlika* [Underground hydraulics]. Moscow, Nedra, 1972. 360 p. (in Russ.).

8. Thiele M. R. Modeling multiphase flow in heterogeneous media using streamtubes, Ph. D. Thesis, Stanford University, Stanford, California, 1994. 203 p.

9. Wesseling P. Principles of computational fluid dynamics, Springer, Berlin, 2001. 644 p.

10. Wong, T. W. and Aziz K. Considerations in the development of multipurpose reservoir simulation models. In First and Second International Forum on Reservoir Simulation, Alpbach, Austria, 1988 and 1989. 77-208 p.

11. Tureyen O. I., Karacali O., Caers J. A. Parallel, Multiscale Approach to Reservoir Modeling. In 9th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, 30 August - 2 September 2004. Cannes, France, pp. 1-8.

12. Thiele M. R., Batycky R. P. and Blunt M. J. A streamline-based 3D filed scale compositional reservoir simulator. In SPE Reservoir Engineering, Oct. 5-8 1997. - San Antonio, Texas, U.S.A., pp. 1-12.

References

1. Rouch P. *Vychislitel'naya gidrodinamika* [Computational Fluid Dynamics]. Moscow, Mir, 1980. 616 p. (in Russ.).

Comparison of the Current Tubes Method with Normal Numerical Methods with the Two-Dimensional Filtration of the Marked Liquid

S. V. Denisov, PhD in Engineering, Associate Professor, Ufa State Petroleum Technical University

V. E. Lyalin, DSc in Engineering, DSc in Geology and Mineralogy, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

R. O. Sultanov, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

The finite volume method (FVM) was chosen as a widely used numerical method for solving equations without allowance for the dispersion term. The paper presents an introduction to the essence of the method applied to the field of hydrodynamics, and its comparison with other numerical methods.

The finite volume method (FVM) initially developed as a special formulation of the finite difference method (FDM). It is shown that the finite difference method (FDM) and the finite element method (FEM) can be used to implement the finite volume method. The finite volume method uses the concept of control volume or control surface, so sometimes this method is called the control volume method. In this case, the basic conservation equation is written in integral form. Further, the discretization of this equation is carried out, which in this example will be performed by the FDM method.

It is shown that for a large number of current tubes, a solution based on the current tube method is accurate for the case of lack of diffusion, and can be used to calculate the spatial error.

Keywords: method of current tubes, finite volume method, finite difference method.

Получено: 14.08.18