

УДК 531.383, 534.08, 519.876  
DOI 10.22213/2410-9304-2018-4-138-144

## НЕЛИНЕЙНОСТЬ МАСШТАБНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ВОЛНОВОГО ГИРОСКОПА

Г. А. Трутнев, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. Ижевск, Россия

*В статье рассматривается измерительный прибор – твердотельный волновой гироскоп, работающий в режиме свободных колебаний. Повышение точности твердотельного волнового гироскопа всегда остается актуальной задачей. Твердотельный волновой гироскоп – измерительная система, в состав которой входит измерительная компонента. Невершенство измерительной компоненты сказывается на точностных характеристиках прибора в целом. Погрешности в измерительной компоненте приводят к появлению нелинейности масштабного коэффициента. В статье исследуется данный вид погрешности, предлагается подход повышения точности выходного сигнала за счет использования информации о нелинейности масштабного коэффициента. Исследуются возможные причины нелинейности масштабного коэффициента, такие как разные коэффициенты усиления датчиков перемещения системы съема, отклонения от необходимого углового размещения датчиков, нелинейность преобразования самих датчиков. Выявляется основной фактор погрешности – угловая ориентация волны. Анализируется влияние нелинейности масштабного коэффициента на систему управления. Приводятся несколько способов измерения нелинейности и оценки ее точности. Даются рекомендации, в каких случаях какие способы измерения удобнее и эффективнее. Описывается влияние дрейфа волны и шумовой составляющей сигналов на точность оценки нелинейности масштабного коэффициента. Предлагается методика повышения точности выходного сигнала за счет подстройки в вычислительной компоненте ТВГ фазовых переменных волновой картины. Остаточное влияние нелинейности предлагается уменьшать за счет компенсации погрешности. Анализируются вопросы реализации компенсации нелинейности. Рассматривается другой возможный фактор нелинейности – температура. Описывается способ измерения данного фактора. Предлагается унификация моделей нелинейности и дрейфа для повышения эффективности компенсации погрешностей выходного сигнала ТВГ.*

**Ключевые слова:** измерительный прибор, твердотельный волновой гироскоп, погрешности прибора, нелинейность масштабного коэффициента, настройка прибора, компенсация нелинейности.

### Введение

Твердотельный волновой гироскоп (ТВГ) – измерительный прибор, регистрирующий проекцию угловой скорости на ось симметрии прибора [1–5]. Действие ТВГ основано на инертных свойствах стоячих волн, возбужденных в твердом теле (резонаторе) [6]. На точность выходного сигнала ТВГ влияет несовершенство измерительной компоненты прибора. К основной погрешности измерительной компоненты относится нелинейность масштабного коэффициента [7]. Определим масштабный коэффициент как

$$\tilde{K}(t) = \frac{d\tilde{\theta}(t)}{d\alpha(t)}, \text{ где } \alpha - \text{угол поворота ТВГ вокруг}$$

оси симметрии относительно первоначального положения,  $\tilde{\theta}$  – измеренная системой ТВГ угловая ориентация стоячей волны в резонаторе. Отклонение от среднего значения масштабного коэффициента назовем нелинейностью масштабного коэффициента. При идеальной системе съема и идеальном резонаторе:

$$\begin{aligned} \tilde{K}(t) &= \frac{d\tilde{\theta}(t)}{d\alpha(t)} = \frac{d\theta(t)}{d\alpha(t)} = \frac{1}{\Omega(t)} \frac{d}{dt} \left( -K \int_0^t \Omega(x) dx \right) = \\ &= -K \frac{\Omega(t) dt}{\Omega(t) dt} = -K = \text{const} \approx -0,3, \end{aligned}$$

где  $K$  – масштабный коэффициент эффекта Брайана. В идеальном случае нелинейность равна нулю. Будем исследовать влияние дефектов системы съема, колебания резонатора по второй форме в системе координат, связанной с датчиками описываются зависимостью [8]:

$$\begin{aligned} r(t, \varphi) &= A \cos(2\varphi - \theta) \cos(\omega t + \tau) + \\ &+ B \sin(2\varphi - \theta) \sin(\omega t + \tau), \end{aligned}$$

где  $r$  – отклонение кольца по нормали от положения равновесия в момент времени  $t$  и в угловом положении  $\varphi$ ;  $A$  – амплитуда основных колебаний;  $B$  – амплитуда квадратурных колебаний;  $\theta$  – электрический угол, угловая ориентация стоячей волны;  $\omega$  – циклическая частота колебаний кольца;  $\tau$  – временная фаза. Масштабный коэффициент, рассчитанный по измеренному электрическому углу в реальной системе съема  $\tilde{K}(t) = F(K(t), \varepsilon)$ , где  $\varepsilon$  – вектор значений некоторых погрешностей измерительной компоненты;  $K(t)$  – масштабный коэффициент эффекта Брайана, не искаженный измерительной компонентой. Реальная система съема не может не влиять на объект измерения, и всегда содержит некоторые погрешности, который приводят к нелинейности масштабного коэффициента.

Для исследования нелинейности будет рассматривать ТВГ работающий в режиме свободных колебаний. Рассмотрим идеализированный датчик  $d(t, \varphi) = r(t, \varphi)$ , который измеряет отклонение от положения равновесия точки на кольце, соответствующей углу  $\varphi$ . Измерительная компонента формирует косинусный и синусный каналы (рис. 1):

$$c(t) = \frac{1}{4} \left[ d(t, 0) - d\left(t, \frac{\pi}{2}\right) + d(t, \pi) - d\left(t, \frac{3\pi}{2}\right) \right],$$

$$s(t) = \frac{1}{4} \left[ d\left(t, \frac{\pi}{4}\right) - d\left(t, \frac{3\pi}{4}\right) + d\left(t, \frac{5\pi}{4}\right) - d\left(t, \frac{7\pi}{4}\right) \right].$$

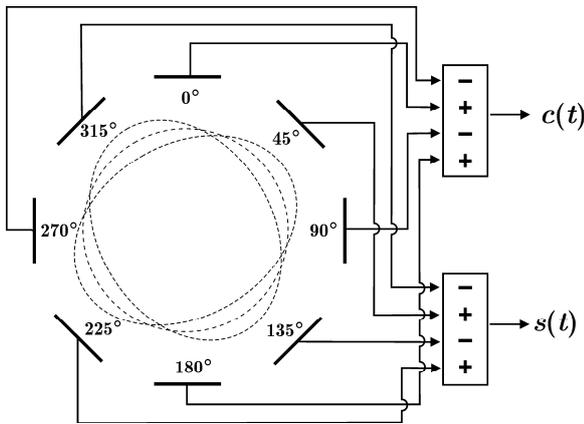


Рис. 1. Система съема ТВГ

Затем проводится расчет амплитуды каналов на периоде  $T = \frac{2\pi}{\omega} \ll 1$ , функции  $\theta(t)$ ,  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $\tau(t)$  – непрерывные, ограниченные и медленно меняющиеся:

$$Ac(t) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} c(t+x) \cos(\omega(t+x)) dx =$$

$$= A \cos(\theta) \cos(\tau) + B \sin(\theta) \sin(\tau),$$

$$Bc(t) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} c(t+x) \sin(\omega(t+x)) dx =$$

$$= A \cos(\theta) \sin(\tau) - B \sin(\theta) \cos(\tau),$$

$$As(t) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t+x) \cos(\omega(t+x)) dx =$$

$$= A \sin(\theta) \cos(\tau) - B \cos(\theta) \sin(\tau),$$

$$Bs(t) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t+x) \sin(\omega(t+x)) dx =$$

$$= A \cos(\theta) \sin(\tau) + B \sin(\theta) \cos(\tau).$$

Значение угловой ориентации волны рассчитывается следующим образом [9]:

$$X = As \cdot Ac + Bs \cdot Bc,$$

$$Y = (Ac^2 + Bc^2 - As^2 - Bs^2) / 2,$$

$$2\theta = \begin{cases} \arctan(X/Y), & Y \geq 0, \\ \arctan(X/Y) - \pi, & Y < 0, X \leq 0, \\ \arctan(X/Y) + \pi, & Y < 0, X > 0. \end{cases}$$

### Модель нелинейности масштабного коэффициента

Сначала исследуем появление нелинейности масштабного коэффициента от нескольких возможных дефектов изготовления ТВГ. Рассмотрим влияние ошибок в расположении датчиков угла (рис. 2).

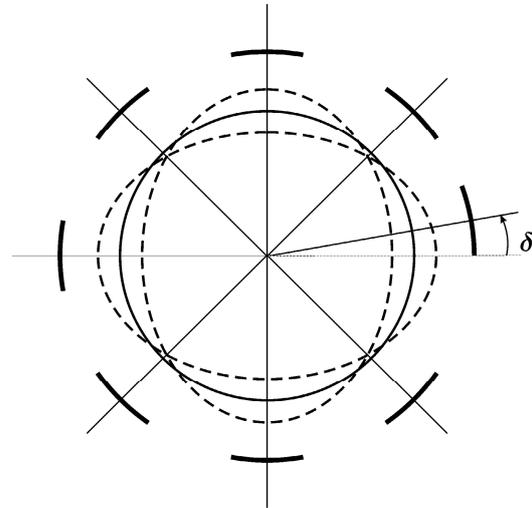


Рис. 2. Ошибки в расположении датчиков

Датчики перемещения изготавливаются с некоторой точностью, неизбежно происходит их смещение относительно идеального расположения, что может приводить к искажению сигнала. Запишем формулы расчета сигналов в каналах с учетом небольших ошибок в расположении датчиков:

$$c(t) = \frac{1}{4} \left[ d(t, 0 + \delta_1) - d\left(t, \frac{\pi}{2} + \delta_3\right) + \right.$$

$$\left. + d(t, \pi + \delta_5) - d\left(t, \frac{3\pi}{2} + \delta_7\right) \right],$$

$$s(t) = \frac{1}{4} \left[ d\left(t, \frac{\pi}{4} + \delta_2\right) - d\left(t, \frac{3\pi}{4} + \delta_4\right) + \right.$$

$$\left. + d\left(t, \frac{5\pi}{4} + \delta_6\right) - d\left(t, \frac{7\pi}{4} + \delta_8\right) \right],$$

где  $\delta_i$  – угловое отклонение в расположении датчиков. Тогда, расписав формулы с учетом малости ошибок смещения датчиков ( $\delta_i \ll 1$ ), получим следующие выражения:

$$\tilde{A}c = Ac + \delta_c As + o(\delta_c), \quad \tilde{B}c = Bc + \delta_c Bs + o(\delta_c),$$

$$\delta_c = \frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_3 + \delta_5 + \delta_7),$$

$$\tilde{A}s = As - \delta_s Ac + o(\delta_s), \quad \tilde{B}s = Bs - \delta_s Bc + o(\delta_s),$$

$$\delta_s = \frac{1}{2}(\delta_2 + \delta_4 + \delta_6 + \delta_8).$$

Отсюда выразим электрический угол и нелинейность:

$$\begin{aligned} \tilde{\theta} &= \theta + (\delta_c + \delta_s) + \frac{(A^2 + B^2)(\delta_c - \delta_s)}{(A^2 - B^2)} \cos(2\theta) + \\ &\quad + o(\delta_c, \delta_s) = \\ &= \theta + ((\delta_c + \delta_s) + (\delta_c - \delta_s) \cos(2\theta) + o(\delta_c, \delta_s, B)), \\ \tilde{K} &= \frac{d\tilde{\theta}}{d\alpha} = K(1 - 2(\delta_c - \delta_s) \sin(2\theta)) + o(\delta_c, \delta_s, B). \end{aligned}$$

Можно сделать вывод, что синусная составляющая двух электрических углов в нелинейности появляется из-за ошибок в расположении датчиков.

Рассмотрим случай разных коэффициентов усиления датчиков перемещения. Различие в коэффициентах усиления может быть следствием разных зазоров, разных размеров и т. п. Проведем математические выкладки для данного вида дефекта:

$$\begin{aligned} c(t) &= (1 + \delta_1)d(t, 0) - (1 + \delta_3)d\left(t, \frac{\pi}{2}\right) + \\ &\quad + (1 + \delta_5)d(t, \pi) - (1 + \delta_7)d\left(t, \frac{3\pi}{2}\right). \\ s(t) &= (1 + \delta_2)d\left(t, \frac{\pi}{4}\right) - (1 + \delta_4)d\left(t, \frac{3\pi}{4}\right) + \\ &\quad + (1 + \delta_6)d\left(t, \frac{5\pi}{4}\right) - (1 + \delta_8)d\left(t, \frac{7\pi}{4}\right). \end{aligned}$$

Далее запишем амплитуды каналов:

$$\begin{aligned} \tilde{A}c &= (1 + \delta_c)Ac, \quad \tilde{B}c = (1 + \delta_c)Bc, \\ \delta_c &= (\delta_1 + \delta_3 + \delta_5 + \delta_7)/4, \\ \tilde{A}s &= (1 + \delta_s)As, \quad \tilde{B}s = (1 + \delta_s)Bs, \\ \delta_s &= (\delta_2 + \delta_4 + \delta_6 + \delta_8)/4. \end{aligned}$$

Тогда угол будет равен

$$\begin{aligned} \tilde{\theta} &= \theta + (\delta_c - \delta_s) \frac{A^2 + B^2}{A^2 - B^2} \sin(2\theta) + o(\delta_c, \delta_s) = \\ &= \theta + (\delta_c - \delta_s) \sin(2\theta) + o(\delta_c, \delta_s, B), \\ \tilde{K} &= \frac{d\tilde{\theta}}{d\alpha} = K[1 + 2(\delta_c - \delta_s) \cos(2\theta)] + o(\delta_c, \delta_s, B). \end{aligned}$$

Можно сделать вывод, что косинусная составляющая двух электрических углов в нелинейности появляется из-за разных коэффициентов усиления в каналах.

Рассмотренные дефекты будут искажать расчет общей амплитуды колебаний, из-за чего будет появляться зависимость формируемой силы в амплитудном контуре и создаваться видимость разнородности. Это может приводить к появлению зависимости амплитуды колебаний от окружного угла, снижению эффективности контуров управления разнородностью, появлению дрейфа [10, 11].

Также на нелинейность выходного сигнала влияет нелинейность датчика перемещения. Рассмотрим для примера емкостной датчик [12]. Действие емкостного датчика основано на изменении емкости при изменении зазора между электродом и поверхностью резонатора. В зависимости от электрической схемы полезный сигнал (перемещение) с датчика может быть пропорционален либо обратно пропорционален емкости  $C$ . Рассмотрим вариант нелинейного преобразования. Будем считать, что система управления установила необходимые параметры и  $B = 0$ ,  $\tau = 0$ :

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d_0 - r(t, \varphi)}, \quad d(t, \varphi) = \frac{\alpha}{d_0 - r(t, \varphi)},$$

где  $C$  – емкость;  $S$  – площадь;  $d_0$  – зазор датчика;  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость;  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная вакуума. Тогда сигнал в каналах запишется:

$$\begin{aligned} c(t) &= d(t, 0) - d\left(t, \frac{\pi}{2}\right) + d(t, \pi) - d\left(t, \frac{3\pi}{2}\right) = \\ &= \frac{4\alpha A \cos(\theta) \cos(t)}{d_0^2} \left[ 1 + \frac{A^2 \cos^2(\theta) \cos^2(t)}{d_0^2} \right] + \\ &\quad + o\left(\left(A/d_0\right)^3\right) = \frac{4\alpha A \cos(\theta) \cos(t)}{d_0^2} \times \\ &\quad \times \left[ 1 + \frac{A^2 \cos^2(\theta)}{2d_0^2} + \frac{A^2 \cos^2(\theta) \cos(2t)}{2d_0^2} \right] + o\left(\left(A/d_0\right)^3\right), \\ s(t) &= d\left(t, \frac{\pi}{4}\right) - d\left(t, \frac{3\pi}{4}\right) + d\left(t, \frac{5\pi}{4}\right) - d\left(t, \frac{7\pi}{4}\right) = \\ &= \frac{4\alpha A \sin(\theta) \cos(t)}{d_0^2} \left[ 1 + \frac{A^2 \sin^2(\theta) \cos^2(t)}{d_0^2} \right] + \\ &\quad + o\left(\left(A/d_0\right)^3\right) = \frac{4\alpha A \sin(\theta) \cos(t)}{d_0^2} \times \\ &\quad \times \left[ 1 + \frac{A^2 \sin^2(\theta)}{2d_0^2} + \frac{A^2 \sin^2(\theta) \cos(2t)}{2d_0^2} \right] + o\left(\left(A/d_0\right)^3\right). \end{aligned}$$

Далее запишем амплитуды каналов:

$$Ac(t) = \frac{4\alpha A \cos(\theta)}{d_0^2} \left[ 1 + \frac{A^2 \cos^2(\theta)}{2d_0^2} \right],$$

$$As(t) = \frac{4\alpha A \sin(\theta)}{d_0^2} \left[ 1 + \frac{A^2 \sin^2(\theta)}{2d_0^2} \right].$$

Тогда угол и нелинейность будут равны:

$$\tilde{\theta} = \theta - \frac{A^2}{8d_0^2} \sin(4\theta),$$

$$\tilde{K} = \frac{d\tilde{\theta}}{d\alpha} = K \left[ 1 - \frac{A^2}{2d_0^2} \cos(4\theta) \right].$$

Можно сделать вывод, что косинусная составляющая четырех электрических углов в нелинейности может появляться из-за нелинейности датчиков перемещения.

Кроме рассмотренных явлений на нелинейности масштабного коэффициента могут сказываться многие другие причины. Исходя из анализа влияния различных дефектов на нелинейность масштабного коэффициента можно сделать вывод, что одним из основных факторов, влияющих на нелинейность масштабного коэффициента, является угловая ориентация волны  $\theta$ .

#### Оценка нелинейности масштабного коэффициента по выходным данным прибора

Решим задачу оценки нелинейности масштабного коэффициента  $K(t)$ . Учитывая основной фактор, следует оценивать нелинейность в виде  $K = K(\theta(t))$ . Проводить оценку можно несколькими способами. В первом случае задается постоянный угол поворота основания и измеряется угол поворота стоячей волны в разных угловых положениях. Во втором методе задается постоянная угловая скорость и, как в предыдущем методе, измеряется приращение угла.

Рассмотрим подробнее оба метода. Выходное значение угла связано с углом поворота основания следующим соотношением [13]:

$$d\theta = K(\theta)d\alpha + (\Omega_{\text{Пр.Земля}} + D(\theta))dt + \xi,$$

где  $\theta$  – рассчитанный угол ориентации стоячей волны,  $\alpha$  – угол ориентации основания (физический угол);  $\xi$  – шум сигнала;  $K$  – масштабный коэффициент;  $D$  – скорость дрейф [14, 15];  $\Omega_{\text{Пр.Земля}}$  – проекция вращения Земли на ось ТВГ. Пользуясь последним выражением, можно записать:

$$d\theta = K(\theta)d\alpha + (\Omega_{\text{Пр.Земля}} + D(\theta))dt + \xi,$$

$$K(\theta) = \frac{d\theta - (\Omega_{\text{Пр.Земля}} + D(\theta))dt + \xi}{d\alpha} =$$

$$= \frac{d\theta}{d\alpha} - \frac{\Omega_{\text{Пр.Земля}}}{\Omega(t)} - \frac{D(\theta)}{\Omega(t)} + \frac{\xi}{d\alpha}.$$

Запишем первый способ оценки нелинейности:

0. Задать постоянный угол поворота  $\Delta\alpha$ , время поворота  $\tau$ .

1. Сохранить текущее значение электрического угла  $\theta_1$ . Используя вращательный стенд, повернуть прибор на угол  $\Delta\alpha$  за время  $\tau$ . Зафиксировать полученное значение электрического угла  $\theta_2$ .

2. Рассчитать значение масштабного коэффициента  $K$  по следующей формуле:

$$\tilde{K} = \frac{\theta_2 - \theta_1 - \Omega_{\text{Пр.Земля}}\tau}{\Delta\alpha}$$

при значении электрического угла  $\theta = \frac{\theta_2 + \theta_1}{2}$ .

Поставить значение  $K$  в соответствие электрическому углу  $\theta = \frac{\theta_2 + \theta_1}{2}$ .

3. Повторить необходимое число раз.

Запишем второй способ оценки нелинейности:

0. Задать постоянную угловую скорость вращения  $\Omega$ . Задать угол, на который должна повернуться волна относительно первоначального положения за все время съема ( $n \times 360^\circ$ ). Задать время, за которое рассчитывается приращение электрического угла  $\tau$ .

1. Фиксировать значение электрического угла  $\theta_k$  каждые  $\tau$  секунд.

2. Рассчитать значения масштабного коэффициента  $K$  по следующей формуле:

$$\tilde{K}_k = \frac{\theta_{k+1} - \theta_k - \Omega_{\text{Пр.Земля}}\tau}{\Omega\tau}.$$

Поставить значение  $K$  в соответствие электрическому углу  $\theta_k = \frac{\theta_{k+1} + \theta_k}{2}$ .

3. Провести осреднение полученных данных (например, разложить по гармоническим функциям).

Запишем третий способ оценки нелинейности:

0. Задать две угловые скорости вращения  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ .

1. Фиксировать значение электрического угла  $\theta_k$  каждые  $\tau$  секунд. С помощью некоторого дифференцирующего фильтра рассчитать:

$$\Delta\theta_1(t) = -K(t) \cdot \Omega_1 \tau + D(t) \tau + \xi(t),$$

$$\Delta\theta_2(t) = -K(t) \cdot \Omega_2 \tau + D(t) \tau + \xi(t).$$

2. Рассчитать значения масштабного коэффициента  $K$  по следующей формуле:

$$\Delta\theta_1(t) - \Delta\theta_2(t) = -K(t) \cdot \Omega_1 \cdot \tau + K(t) \cdot \Omega_2 \cdot \tau + \eta(t),$$

$$\tilde{K}(t) = \frac{\Delta\theta_1(t) - \Delta\theta_2(t)}{\Omega_2 \tau - \Omega_1 \tau}.$$

Запишем ошибку первого способа оценки нелинейности:

$$|K - \tilde{K}| \leq |K'(\theta)| \Delta\alpha + \frac{|D(\theta)| \tau}{\Delta\alpha} + \frac{2|\xi|}{\Delta\alpha},$$

где  $\tilde{K}$  – оценка нелинейности МК;  $K$  – истинная функция. Для уменьшения ошибки, с одной стороны, нужно уменьшать угол поворота прибора, чтобы увеличить детализацию нелинейности МК, с другой стороны, нужно увеличивать угол поворота, чтобы уменьшить влияние дрейфа и шума. Поэтому нужно выбирать компромиссный вариант. Ошибка второго метода не отличается:

$$|K - \tilde{K}| \leq |K'(\theta)| \Omega \tau + \frac{|D(\theta)|}{\Omega} + \frac{2|\xi|}{\Omega \tau}.$$

С одной стороны, нужно ставить скорость как можно больше, это уменьшит влияние шума и дрейфа, но и одновременно будет уменьшать детализацию функции нелинейности, сглаживая резкие изменения. Третий способ исключает влияние, обусловленное дрейфом. При необходимости измерения одновременно скорости дрейфа и нелинейности масштабного коэффициента удобно использовать первый способ оценки, во время поворотов оценивать нелинейность, в промежутках между поворотами проводить съем данных для оценки скорости дрейфа. Если требуется оценить только нелинейность, следует использовать третий способ.

#### Уточнение выходного сигнала ТВГ

Следующая задача – об уточнении выходного сигнала с учетом информации о нелинейности. Уточнение сигнала может проводиться двумя способами: введение корректирующих коэффициентов на амплитуды и компенсация электрического угла.

Рассмотрим первый вариант. После расчета коэффициентов  $Z = (A_c, A_s, B_c, B_s)^T$  проводится их коррекция:

$$\tilde{Z} = F(Z, p),$$

где  $\tilde{Z}$  – вектор скорректированных фазовых переменных волны;  $p$  – вектор параметров, учитывающих погрешности прибора. Учитывая малость дефектов, можно взять линейное приближение

$$\tilde{Z} = (E - P)Z,$$

где  $E$  – единичная матрица;  $P$  – матрица, характеризующая дефекты. Например,

$$P = \begin{pmatrix} p_1 & 0 & p_3 & 0 \\ 0 & p_1 & 0 & p_3 \\ -p_4 & 0 & p_2 & 0 \\ 0 & -p_4 & 0 & p_2 \end{pmatrix},$$

$p_1, p_2$  – коэффициенты, исправляющие неоднородность усилений косинусного и синусного каналов;  $p_3, p_4$  – коэффициенты, исправляющие неверное расположение электродов. В общем случае параметры  $p$  оцениваются из задачи:

$$\Phi(p) = \|\tilde{Z}(p) - Z_m\| \rightarrow \min,$$

$$Z_m = \begin{pmatrix} A \cos(\theta) \cos(\tau) - B \sin(\theta) \sin(\tau) \\ -A \cos(\theta) \sin(\tau) - B \sin(\theta) \cos(\tau) \\ A \sin(\theta) \cos(\tau) + B \cos(\theta) \sin(\tau) \\ -A \sin(\theta) \sin(\tau) + B \sin(\theta) \cos(\tau) \end{pmatrix},$$

$Z_m$  – задается с помощью некоторого генератора, меняются параметры  $A, B, \theta, \tau$ , подбираются или рассчитываются значения  $p$ , чтобы рассчитанные значения  $\tilde{Z}(p)$  были близки к заданным  $Z_m$ .

Следующий способ уточнения сигнала – компенсация погрешностей после расчета электрического угла. Если известны оценки нелинейности  $\tilde{K}(t)$  и скорости дрейфа  $\tilde{D}(t)$ , то выходное значение ТВГ удобно формировать следующим образом:

$$\Delta\alpha(t) = -\frac{\Delta\theta(t) - \tilde{D}(t) \tau}{\tilde{K}(t)}.$$

Для решения задачи компенсации по измеренным погрешностям оцениваются параметры модели. Модель нелинейности удобно выбирать такую же, как и модель дрейфа, для унификации процедур расчета текущих значений погрешностей при текущих значениях факторов:

$$K(\theta) = K_0 + \sum_{k \in K} A_k \cos(k\theta) + \sum_{k \in K} B_k \sin(k\theta),$$

где  $A_k, B_k$  – параметры модели нелинейности масштабного коэффициента;  $K$  – множество ин-

дексов гармоник. Заметим, что в процессе работы меняется температура окружающей среды, сама электроника является источником тепла, и параметры измерительной компоненты могут меняться, поэтому целесообразно использовать модели от двух факторов:

$$K(\theta, T) = K_0(T) + \sum_{k \in K} A_k(T) \cos(k\theta) + \sum_{k \in K} B_k(T) \sin(k\theta),$$

Модели дрейфа для компенсации используют значение резонансной частоты. Резонансная частота монотонно зависит от температуры резонатора, и при этом значение частоты доступно в вычислительной компоненте. Для унификации моделей нелинейности и дрейфа модель нелинейности можно использовать в виде [4]:

$$K(\theta, f) = K_0(f) + \sum_{k \in K} A_k(f) \cos(k\theta) + \sum_{k \in K} B_k(f) \sin(k\theta),$$

где  $f$  – частота резонатора;  $A_k, B_k$  – некоторые функции, например сплайны.

#### Выводы

Для уточнения выходного сигнала по параметру нелинейность следует измерить данную погрешность. Полученную измеренную функцию  $K(\theta)$  следует представить в виде суммы гармонических функций. По величинам амплитуд определенных гармоник можно сделать выводы о возможных причинах нелинейности, таких как неодинаковые коэффициенты усиления каналов, отклонения в угловом расположении датчиков, нелинейность сигналов с датчиков перемещений. Уточнение выходного сигнала происходит в два этапа. Сначала настраиваются параметры  $p$ , с помощью которых «исправляются» фазовые переменные  $\tilde{Z} = F(Z, p)$ , характеризующие волновую картину. Далее измеряется остаточная нелинейность, на основе полученных данных оцениваются параметры модели. Параметры модели используются в вычислительной компоненте для компенсации и уточнения выходного сигнала ТВГ.

#### Библиографические ссылки

1. Измерительно-вычислительный комплекс ТВГ / Г. А. Трутнев, С. Б. Назаров, К. К. Перевозчиков, А. В. Щенятский // Интеллектуальные системы в производстве. 2017. Т. 15, № 3. С. 62–72. DOI: 10.22213/2410-9304-2017-3-62-72.
2. Климов Д. М., Журавлев В. Ф., Жбанов Ю. К. Кварцевый полусферический резонатор (Волновой

твердотельный гироскоп). М. : ФГБУН ИПМех им. А. Ю. Ишлинского РАН, 2017. 193 с.

3. Новое поколение ИНС на основе ВТГ / С. Негри, Э. Лабарр, К. Линьон, Э. Брунштейн, Э. Салаён // Гироскопия и навигация. 2016. Т. 24. № 1 (92). DOI: 10.17285/0869-7035.2016.24.1.049-059.

4. Qiu B., Li P., Wang J. Full Digital Control of Hemispherical Resonator Gyro under Force-to-Rebalance Mode // IEEE Sensors Journal. Vol. 15. No. 1. 2015. Pp. 71-75. DOI: 10.1109/JSEN.2014.2339229.

5. Yi G., Qi Z., Xi B., Xie Y. Modeling of Acceleration Influence on HRG forcing system // Mathematical problems in engineering. Vol. 2015. 2015. Pp. 104041. DOI: 10.1155/2015/104041.

6. Bryan G. H. On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell // Proc. Camb. Phil. Soc. Math. Phys Sci. 1890 Vol. 7. Pp. 101-111.

7. Лукин Б. С., Матвеев В. А., Басараб М. А. ВТГ. Теория и технология. М. : Радиотехника, 2014. 176 с.

8. Матвеев В. А., Липатников В. И., Алехин А. В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа : учеб. пособие для вузов. М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997. 168 с.

9. Журавлев В. Ф. Двумерный осциллятор Ван дер Поля с внешним управлением // Нелинейная динамика. 2016. Т. 12. № 2. С. 211–222. DOI: 10.20537/nd1602004.

10. Zhanov Y. K. Amplitude Control Contour in a Hemispherical Resonator Gyro with Automatic Compensation for Difference in Q-factors // Mechanics of Solids. Vol. 43. No. 3. 2008. Pp. 328-332. DOI: 10.3103/S0025654408030035.

11. Мельников Р. В., Трутнев Г. А., Щенятский А. В. Модель определения дефекта разнородности твердотельного волнового гироскопа // Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 2. С. 69–77. DOI 10.22213/2410-9304-2018-2-69-77.

12. Журавлев В. Ф., Линч Д. Д. Электрическая модель ВТГ // Механика твердого тела. 1995. № 5. С. 12–25.

13. Компенсация дрейфа ТВГ / Г. А. Трутнев, С. Б. Назаров, К. К. Перевозчиков, А. В. Щенятский // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2018. Т. 21. № 3. С. 198–204. DOI 10.22213/2413-1172-2018-3-198-204.

14. Журавлев В. Ф. Температурный дрейфа ВТГ // Механика твердого тела. 2018. № 3. С. 3–11. DOI: 10.7868/S0572329918030017.

15. Xu Wang, Wenqi Wu, Zhen Fang, Bing Luo, Yun Li, Qingan Jiang, Temperature Drift Compensation for HRG Based on Natural Frequency // Sensors, 2012. № 12. P. 6434–6446. DOI: 10.3390/s120506434.

#### References

1. Trutnev G.A., Nazarov S.B., Perevozchikov K.K., Shchenyatskii A.V. [Measuring computer complex TVG]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2017, vol. 15, no. 3, pp. 62-72. DOI: 10.22213/2410-9304-2017-3-62-72 (in Russ.).

2. Klimov D.M., Zhuravlev V.F., Zhanov Yu.K. *Kvartsevyi polusfericheskiy rezonator (Volnovoi tverdotel'nyi giroskop)* [Quartz hemispherical resonator (Wave solid-state gyroscope)]. Moscow, FGBUN IPMekh im. A. Yu. Ishlinskogo RAN, 2017. 193 p. (in Russ.).

3. Negri S., Labarr E., Lin'on K., Brunshtein E., Salaen E. *Novoe pokolenie INS na osnove VTG* [New Generation INS based on VTG]. *Giroskopiya i navigatsiya*. 2016. Vol. 24. No. 1. DOI: 10.17285/0869-7035.2016.24.1.049-059.

4. Qiu B., Li P., Wang J. Full Digital Control of Hemispherical Resonator Gyro under Force-to-Rebalance Mode // *IEEE Sensors Journal*. Vol. 15. No. 1. 2015. Pp. 71-75. DOI: 10.1109/JSEN.2014.2339229.

5. Yi G., Qi Z., Xi B., Xie Y. Modeling of Acceleration Influence on HRG foring system // *Mathematical problems in engineering*. T. 2015. 2015. P.104041. DOI: 10.1155/2015/104041.

6. Bryan G.H. On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell. In *Proc. Camb. Phil. Soc. Math. Phys Sci.* 1890 Vol. 7. Pp. 101-111.

7. Lunin B.S., Matveev V.A., Basarab M.A. *VTG. Teoriya i tekhnologiya* [Theory and technology]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2014. 176 p. (in Russ.).

8. Matveev V.A., Lipatnikov V.I., Alekhin A.V. *Proektirovanie volnovogo tverdotel'nogo giroskopa: Ucheb. Posobie dlya vtuzov* [Designing a wave solid-state gyroscope]. Moscow, Izd-vo MGTU im. N.E. Bauman, 1997. 168 p. (in Russ.).

9. Zhuravlev V.F. [Van der Pol two-dimensional oscillator with external control]. *Nelineinaya dinamika*. 2016. Vol. 12. No. 2. Pp. 211-222. DOI: 10.20537/nd1602004 (in Russ.).

10. Zhanov Y.K. Amplitude Control Contour in a Hemispherical Resonator Gyro with Automatic Compensation for Difference in Q-factors. In *mechanics of solids*. 2008. Vol. 43. No. 3. Pp. 328-332. DOI: 10.3103/S0025654408030035.

11. Mel'nikov R.V., Trutnev G.A., Shchenyatskii A.V. [A model for determining the defect of a solids wave gyroscope]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2018. Vol. 16. No. 2. Pp. 69-77. DOI 10.22213/2410-9304-2018-2-69-77 (in Russ.).

12. Zhuravlev V.F., Linc D.D. [VTG electric model]. *Mekhanika tverdogo tela*. 1995. No. 5. Pp. 12-25 (in Russ.).

13. Trutnev G.A., Nazarov S.B., Perevozchikov K.K., Shchenyatskii A.V. [TVG drift compensation]. *Vestnik IzhGTU im. M.T. Kalashnikova*. 2018. Vol. 21. No. 3. Pp. 198-204. DOI 10.22213/2413-1172-2018-3-198-204 (in Russ.).

14. Zhuravlev V.F. [Temperature drift VTG]. *Mekhanika tverdogo tela*. 2018. No. 3. Pp. 3-11. DOI: 10.7868/S0572329918030017 (in Russ.).

15. Xu Wang, Wenqi Wu, Zhen Fang, Bing Luo, Yun Li, Qingan Jiang, Temperature Drift Compensation for HRG Based on Natural Frequency. In *Sensors*, 2012. No. 12. Pp. 6434-6446. DOI: 10.3390/s120506434.

\*\*\*

### Scale Factor Nonlinearity of Hemispherical Resonator Gyro

G. A. Trutnev, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

*The measuring device – the hemispherical resonator gyro working in the mode of free fluctuations is considered in the paper. Increase in accuracy of the hemispherical resonator gyro always remains a relevant task. The hemispherical resonator gyro is the measuring system comprising the measuring component. The imperfection of the measuring component affects precision characteristics of the device in general. Errors in the measuring component lead to emergence of nonlinearity of the large-scale coefficient. In the paper this type of an error is investigated; the approach is offered to the increase in accuracy of an output signal due to the use of information on nonlinearity of the large-scale coefficient. The possible reasons of nonlinearity of large-scale coefficient like different coefficients of strengthening of sensors of movement of the system of renting, deviations from the necessary angular placement of sensors, and nonlinearity of transformation of sensors are investigated. The major factor of an error – angular orientation of a wave comes to light. Influence of nonlinearity of the large-scale coefficient on a control system is analyzed. Several ways of measurement of nonlinearity and assessment of its accuracy are given. Recommendations on what ways of measurement are more convenient and more effective in certain cases are made. The influence of the wave drift and noise component of signals on the accuracy of assessment of nonlinearity of the large-scale coefficient is described. The technique of increasing the accuracy of an output signal due to fine tuning in the computing component of the hemispherical resonator gyro of phase variables of a wave picture is offered. The residual influence of nonlinearity is offered to be reduced due to compensation of the error. Questions of implementation of nonlinearity compensation are analyzed. Another possible factor of nonlinearity – the temperature – is considered. The way of measurement of this factor is described. Unification of models of nonlinearity and drift is proposed in order to increase the efficiency of compensation of errors of an output signal of the hemispherical resonator gyro.*

**Keywords:** measuring device, Hemispherical Resonator Gyro, device errors, scale factor, nonlinearity of scale factor compensation.

Получено: 16.11.18